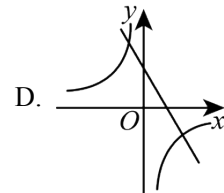
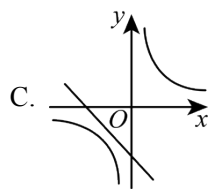
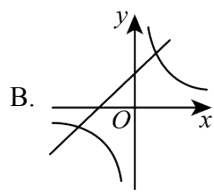
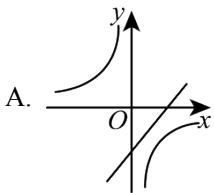
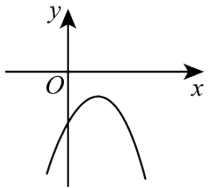


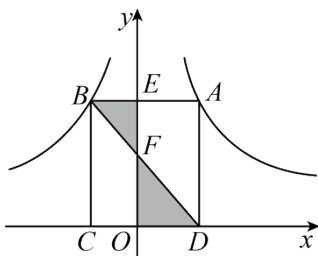
- A. $CE=DE$ B. $\angle BOC=2\angle BAD$ C. 弧 $AC=$ 弧 AD D. $AD=2CE$

7. 已知二次函数 $y=-(x-a)^2-b$ 的图象如图所示，则反比例函数 $y=\frac{ab}{x}$ 与一次函数 $y=ax+b$ 的图象可能是

()



8. 如图，矩形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在反比例函数 $y=\frac{4}{x}$ ($x>0$) 与 $y=-\frac{2}{x}$ ($x<0$) 的图像上，点 C 、 D 在 x 轴上， AB 、 BD 分别交 y 轴于点 E 、 F ，则阴影部分的面积等于 ()



- A. $\frac{10}{3}$ B. 2 C. $\frac{11}{6}$ D. $\frac{5}{3}$

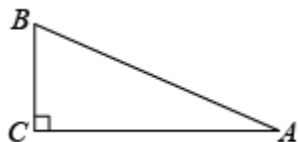
二、填空题 (每小题 2 分，共 16 分)

9. 已知 $4a-7b=0$ ，则 $\frac{a}{b}$ 的值为_____.

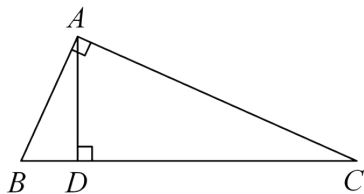
10. 在一个不透明的袋中装有 2 个黑色小球和若干个红色小球，每个小球除颜色外都相同，每次摇匀后随机摸出一个小球，记下颜色后再放回袋中，通过大量重复摸球试验后，发现摸到红色小球的频率稳定于 0.8，则可估计这个袋中红色小球的个数约为_____.

11. 扇形的圆心角为 120° ，半径为 3，则弧长是_____.

12. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，如果 $\cos A=\frac{2}{3}$ ， $AB=6$ ，那么 AC 的长为_____.



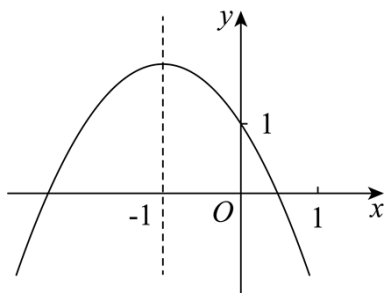
13. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， $BD = 1$ ， $CD = 4$ ，则 AD 的长为_____.



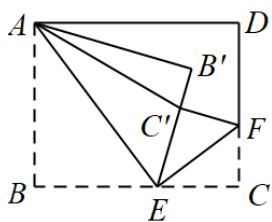
14. 中国画门类中，历代书画家喜欢在扇面上绘画或书写，以抒情达意或为他人收藏，或赠友人以诗留念，此类画作称之为扇面画。折扇的扇面，一般是由两个半径不同的同心圆，按照一定的圆心角裁剪而成，如图所示，已知折扇扇面的圆心角是 120° ，大扇形的半径为 18cm ，小扇形的半径为 6cm ，则这个扇形的面积是_____.



15. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，经过点 $(0, 1)$ 有以下结论：① $a + b + c > 0$ ；② $b^2 - 4ac > 0$ ；③ $abc < 0$ ；④ $4a - 2b + c > 0$ ；⑤ $c - a > 1$ 。其中所有正确结论的序号是_____.



16. 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AD = 10$ ， $AB = 8$ ，将 AB 沿 AE 翻折，使点 B 落在 B' 处， AE 为折痕；再将 EC 沿 EF 翻折，使点 C 恰好落在线段 EB' 上的点 C' 处， EF 为折痕，连接 AC' 。若 $CF = 3$ ，则 $\tan \angle B'AC' =$ _____.



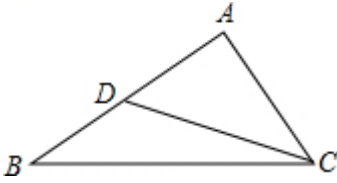
三、解答题解答题（本大题共 11 个题，总分 68 分）

17. 解下列方程：

(1) $x^2 - 2x - 4 = 0$

(2) $3x(x-4) = 5(x-4)$

18. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 为 AB 边的中点，连接 CD ， $\angle ACD = \angle B$ ， $AB = 4$ ，求 AC 的长.

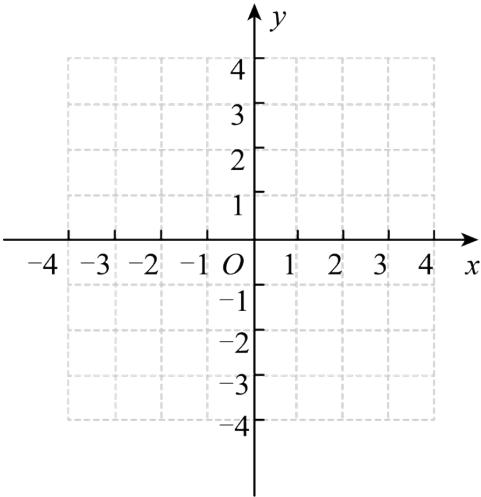


19. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2x + k - 4 = 0$.

(1) 如果方程有两个不相等的实数根，求 k 的取值范围；

(2) 若 $k = 1$ ，求该方程的根.

20. 已知二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$.



(1) 求该二次函数的顶点坐标；

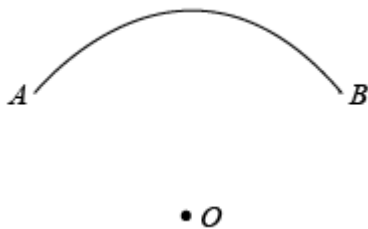
(2) 求该二次函数图象与 x 轴、 y 轴的交点坐标；

(3) 在平面直角坐标系 xOy 中，画出二次函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图象；

(4) 结合函数图象，直接写出当 $-1 \leq x \leq 2$ 时， y 的取值范围.

21. 如图，已知劣弧 $\overset{\frown}{AB}$ ，如何等分 $\overset{\frown}{AB}$ ？下面给出两种作图方法，选择其中一种方法，利用直尺和圆规完成作

图，并补全证明过程.



方法一：①作射线 OA 、 OB ；

②作 $\angle AOB$ 的平分线 OD ，与 \overleftrightarrow{AB} 交于点 C ；

点 C 即为所求作。

证明： $\because OC$ 平分 $\angle AOB$ ，

$$\therefore \angle AOC = \angle BOC$$

\therefore ____ (____) (填推理的依据)。

方法二：①连接 AB ；

②作线段 AB 的垂直平分线 EF ，直线 EF 与 \overleftrightarrow{AB} 交于点 C ；

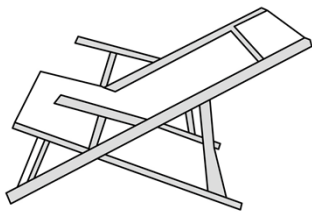
点 C 即为所求作。

证明： $\because EF$ 垂直平分弦 AB ，

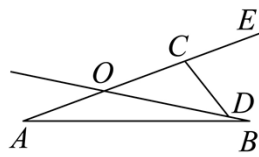
\therefore 直线 EF 经过圆心 O ，

\therefore ____ (____) (填推理的依据)。

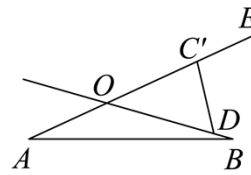
22. 一种竹制躺椅如图①所示，其侧面示意图如图②③所示，这种躺椅可以通过改变支撑杆 CD 的位置来调节躺椅舒适度，假设 AB 所在的直线为地面，已知 $AE = 120\text{cm}$ ，当把图②中的支撑杆 CD 调节至图③中的 CD' 的位置时， $\angle EAB$ 由 20° 变为 25° 。



①



②



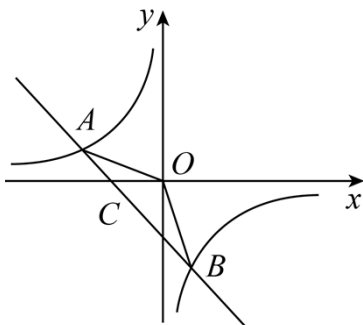
③

(1) 你能求出调节后该躺椅的枕部 E 到地面的高度增加了多少吗？(参考数据： $\sin 20^\circ \approx 0.34$ ， $\sin 25^\circ \approx 0.42$)

(2) 已知点 O 为 AE 的一个三等分点，根据人体工程学，当点 O 到地面的距离为 26cm 时，人体感觉最舒适。请你求出此时枕部 E 到地面的高度。

23. 已知一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于点 $A(-4, n)$ ， $B(2, -4)$ 两点，连接

OA ， OB ，直线 AB 与 x 轴相交于点 C 。

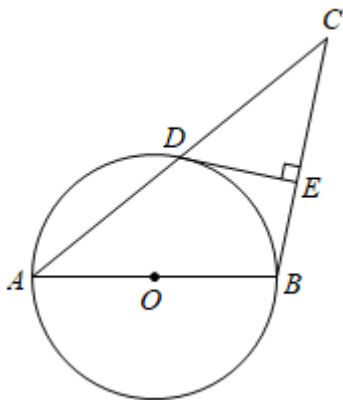


(1) 求反比例函数和一次函数的解析式。

(2) 求点 C 的坐标和 $\triangle OAB$ 的面积。

(3) 直接写出不等式 $kx + b > \frac{m}{x}$ 的解集.

24. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, $\odot O$ 过 AC 的中点 D , $DE \perp BC$, 垂足为点 E .



(1) 求证: DE 与 $\odot O$ 相切;

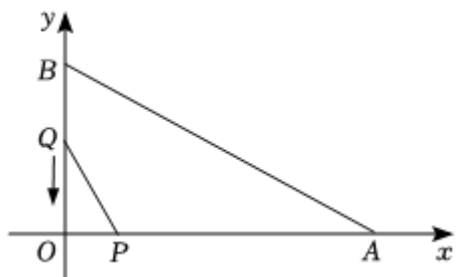
(2) 若 $\tan A = \frac{3}{4}$, $BC = 5$. 求 DE 的长.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$, 设抛物线的对称轴为 $x = t$.

(1) 当抛物线过点 $(-2, 0)$ 时, 求 t 的值;

(2) 若点 $(-2, m)$ 和 $(1, n)$ 在抛物线上, 若 $m > n$, 且 $amn > 0$, 求 t 的取值范围.

26. 在平面直角坐标系中, 已知 $OA = 10\text{cm}$, $OB = 5\text{cm}$, 点 P 从点 O 开始沿 OA 边向点 A 以 2cm/s 的速度移动; 点 Q 从点 B 开始沿 BO 边向点 O 以 1cm/s 的速度移动. 如果 P 、 Q 同时出发, 用 t (s) 表示移动的时间 ($0 \leq t \leq 5$),

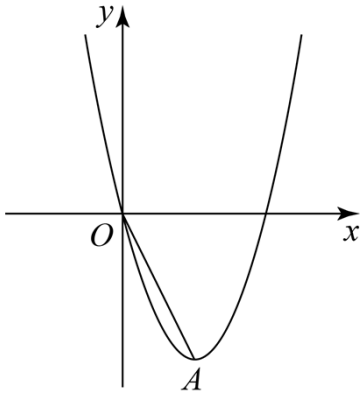


(1) 用含 t 的代数式表示: 线段 $PO =$ _____ cm; $OQ =$ _____ cm.

(2) 当 t 为何值时 $\triangle POQ$ 的面积为 6cm^2 ?

(3) 当 $\triangle POQ$ 与 $\triangle AOB$ 相似时, 求出 t 的值.

27. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 - ax$ 经过点 $(5, 5)$, 顶点为 A , 连结 OA .



(1) 求 a 的值.

(2) 求 A 的坐标.

(3) P 为 x 轴上的动点, 当 $\tan \angle OPA = \frac{1}{2}$ 时, 请直接写出 OP 的长.

2023--2024 学年第一学期北京市东城区九年级数学期末模拟训练试卷

一、选择题（以下每题只有一个正确的选项，每小题 2 分，共 16 分）

1. 垃圾分类功在当代利在千秋，下列垃圾分类指引标志图形中，是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形的概念，中心对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项不合题意；

B、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不符合题意；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项不合题意；

D、既是轴对称图形，又是中心对称图形，故本选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了轴对称图形与中心对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合. 中心对称图形的关键是确定对称中心，绕对称中心旋转 180° 能与自身重合，掌握以上知识是解题的关键.

2. 抛物线 $y=2(x+1)^2+3$ 的顶点坐标在（ ）

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】B

【解析】

【分析】先求出顶点坐标，然后再判断其所在象限即可.

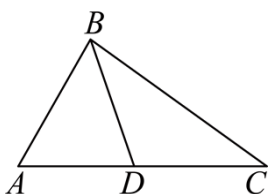
【详解】解：由题意可知，抛物线的顶点坐标为 $(-1,3)$,

其顶点坐标在第二象限，

故选：B.

【点睛】本题考查抛物线的顶点式 $y=a(x-h)^2+k$ ，其顶点坐标为 (h,k) .

3. 如图，下列条件不能判定 $\triangle ADB \sim \triangle ABC$ 的是（ ）



A. $\angle ABD = \angle ACB$

B. $\angle ADB = \angle ABC$

C. $AB^2=AD \cdot AC$

D. $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{BC}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据有两个角对应相等的三角形相似，以及根据两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似，分别判断得出即可.

【详解】解：A、 $\because \angle ABD = \angle ACB, \angle A = \angle A,$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADB,$ 故此选项不合题意;

B、 $\because \angle ADB = \angle ABC, \angle A = \angle A,$

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ADB,$ 故此选项不合题意;

C、 $\because AB^2 = AD \cdot AC,$

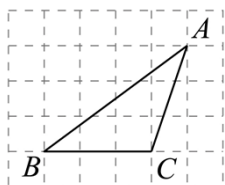
$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{AB}{AD}, \angle A = \angle A, \triangle ABC \sim \triangle ADB,$ 故此选项不合题意;

D、 $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{BC}$ 不能判定 $\triangle ADB \sim \triangle ABC,$ 故此选项符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定，熟悉相似三角形的判定定理是解题的关键.

4. 如图，每个小正方形的边长为 1，点 A、B、C 均在格点上，则 $\sin B$ 的值是 ()



A. 1

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{3}{5}$

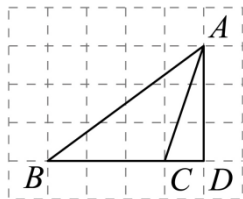
D. $\frac{4}{5}$

【答案】C

【解析】

【分析】过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，根据勾股定理求出 AB 的长度，再根据正弦的定义即可求解.

【详解】解：如图：过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D，



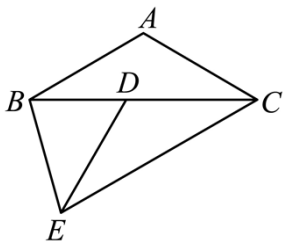
在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5,$

$\therefore \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{3}{5},$

故选：C.

【点睛】本题主要考查了勾股定理和正切的定义，解题的关键是构建直角三角形，根据勾股定理求出 AB 的长度.

5. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 得到 $\triangle CDE$ ，当点 A 的对应点 D 落在 BC 上时，连接 BE ，则 $\angle BED$ 的度数是 ()



- A. 30° B. 45° C. 55° D. 75°

【答案】B

【解析】

【分析】由等腰三角形的性质和三角形内角和定理，得 $\angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ ，根据旋转的性质，得 $BC = CE$ ， $\angle DCE = \angle DEC = \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ ，再由等腰三角形和三角形内角和定理得 $\angle CBE = \angle CEB = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$ ，即可求得 $\angle BED = \angle BEC - \angle CED$.

【详解】解：∵ $AB = AC$ ， $\angle A = 120^\circ$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ,$$

由旋转得， $BC = CE$ ， $\angle DCE = \angle DEC = \angle ABC = \angle ACB = 30^\circ$ ，

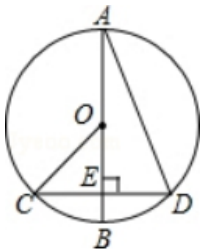
$$\therefore \angle CBE = \angle CEB = \frac{1}{2}(180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ,$$

$$\therefore \angle BED = \angle BEC - \angle CED = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了旋转的性质，等腰三角形的性质和三角形内角和定理，熟练掌握知识点是解题的关键.

6. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径， CD 是弦， $AB \perp CD$ ，垂足为点 E ，连接 CO ， AD ，则下列说法中不一定成立的是 ()



- A. $CE = DE$ B. $\angle BOC = 2\angle BAD$ C. 弧 $AC =$ 弧 AD D. $AD = 2CE$

【答案】D

【解析】

【分析】根据圆周角定理即可判断.

【详解】解：∵ 在 $\odot O$ 中， AB 是直径， CD 是弦， $AB \perp CD$ ，

∴ $CE=DE$, 故 A 成立;

∴ 弧 BC =弧 BD ,

∴ 弧 AC =弧 AD , 故 C 成立;

∴ $\angle CAB = \angle BAD$,

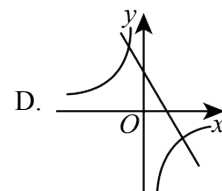
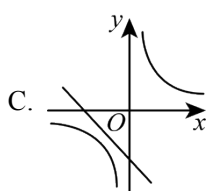
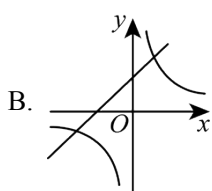
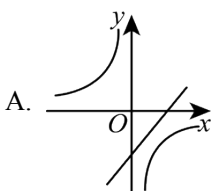
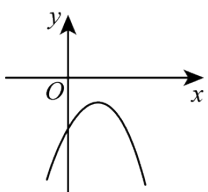
∴ $\angle BOC = 2\angle CAB = 2\angle BAD$, 故 B 成立;

故选 D .

【点睛】此题主要考查圆周角定理, 解题的关键是熟知圆周角定理的运用.

7. 已知二次函数 $y = -(x-a)^2 - b$ 的图象如图所示, 则反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 与一次函数 $y = ax + b$ 的图象可能是

()



【答案】B

【解析】

【详解】解: 观察二次函数图象可知, 图象与 y 轴交于负半轴, $-b < 0$, $b > 0$; 抛物线的对称轴 $a > 0$.

在反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ 中可得 $ab > 0$, 所以反比例函数图象在第一、三象限;

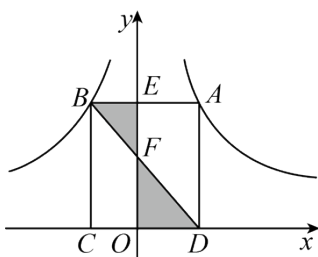
在一次函数 $y = ax + b$ 中, $a > 0$, $b > 0$, 所以一次函数 $y = ax + b$ 的图象过第一、二、三象限.

故答案选 B.

考点: 函数图像与系数的关系.

8. 如图, 矩形 $ABCD$ 的顶点 A 、 B 分别在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ ($x > 0$) 与 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$) 的图像上, 点 C 、 D 在 x 轴

上, AB 、 BD 分别交 y 轴于点 E 、 F , 则阴影部分的面积等于 ()



A. $\frac{10}{3}$

B. 2

C. $\frac{11}{6}$

D. $\frac{5}{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】设 $A(a, \frac{4}{a})$ 、 $a > 0$ ，根据题意：利用函数关系式表示出线段 OD 、 OE 、 OC 、 OF 、 EF ，然后利用三角形的面积公式计算即可。

【详解】解：设点 A 的坐标为 $A(a, \frac{4}{a})$ ， $a > 0$ 。则 $OD = a$ ， $OE = \frac{4}{a}$ 。

\therefore 点 B 的纵坐标为 $\frac{4}{a}$ 。

\therefore 点 B 的横坐标为 $-\frac{a}{2}$ 。

$\therefore OC = \frac{a}{2}$ 。

$\therefore BE = \frac{a}{2}$ 。

$\therefore AB \parallel CD$ ，

$\therefore \triangle BEF \sim \triangle DOF$ ，

$\therefore \frac{EF}{OF} = \frac{BE}{OD} = \frac{1}{2}$ 。

$\therefore EF = \frac{1}{3}OE = \frac{4}{3a}$ ， $OF = \frac{2}{3}OE = \frac{8}{3a}$ 。

$\therefore S_{\triangle BEF} = \frac{1}{2}EF \times BE = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3a} \times \frac{a}{2} = \frac{1}{3}$ 。

$S_{\triangle DOF} = \frac{1}{2} \times OD \cdot OF = \frac{1}{2} \times a \times \frac{8}{3a} = \frac{4}{3}$ 。

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\triangle BEF} + S_{\triangle DOF} = \frac{1}{3} + \frac{4}{3} = \frac{5}{3}$ 。

故选：D。

【点睛】本题主要考查了反比例函数的比例系数的几何意义，反比例函数的图像上点的坐标的特征、矩形的性质等知识点，灵活利用点的坐标表示相应线段的长度是解题的关键。

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

9. 已知 $4a - 7b = 0$ ，则 $\frac{a}{b}$ 的值为_____。

【答案】 $\frac{7}{4}$

【解析】

【分析】根据等式的性质，可得答案。

【详解】解： $\because 4a - 7b = 0$ ，

$\therefore 4a = 7b$ ，

\therefore 等式两边都除以 $4b$ ，得 $\frac{a}{b} = \frac{7}{4}$ ，

故答案为： $\frac{7}{4}$.

【点睛】本题考查了等式的性质，掌握等式的性质是解题的关键.

10. 在一个不透明的袋中装有 2 个黑色小球和若干个红色小球，每个小球除颜色外都相同，每次摇匀后随机摸出一个小球，记下颜色后再放回袋中，通过大量重复摸球试验后，发现摸到红色小球的频率稳定于 0.8，则可估计这个袋中红色小球的个数约为_____.

【答案】8

【解析】

【分析】根据频率估计摸到红球的概率，可以得到摸到黑球概率，从而可以求得总的球数，可以得到红球的个数.

【详解】解：由题意可得摸到红球的概率为 0.8

∴摸到黑球的概率为 $1-0.8=0.2$

∴总的球数为 $2\div 0.2=10$ （个）

∴红球有： $10-2=8$ （个）

故答案为：8.

【点睛】此题主要考查了利用频率估计概率，本题利用了用大量试验得到的频率可以估计事件的概率. 关键是根
据红球的频率得到相应的等量关系.

11. 扇形的圆心角为 120° ，半径为 3，则弧长是_____.

【答案】 2π

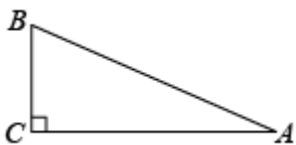
【解析】

【分析】本题考查了弧长公式，利用弧长公式直接计算即可求解，掌握弧长公式是解题的关键.

【详解】解：弧长 $= \frac{120\pi \times 3}{180} = 2\pi$,

故答案为： 2π .

12. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，如果 $\cos A = \frac{2}{3}$ ， $AB = 6$ ，那么 AC 的长为_____.



【答案】4

【解析】

【分析】根据 $\cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3}$ ，再代入数据解答即可.

【详解】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中

$$\because \angle C = 90^\circ, \cos A = \frac{2}{3},$$

$$\therefore \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{2}{3},$$

$$\text{又} \because AB = 6,$$

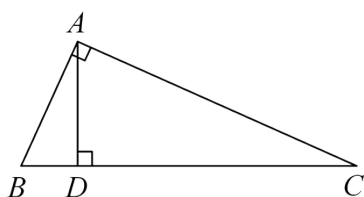
$$\therefore \frac{AC}{6} = \frac{2}{3},$$

$$\therefore AC = 4.$$

故答案为：4.

【点睛】 本题主要考查利用锐角三角函数求解直角三角形的边长，熟记锐角三角函数的定义的内容是解此题的关键.

13. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AD \perp BC$ 于 D ， $BD = 1$ ， $CD = 4$ ，则 AD 的长为_____.



【答案】 2

【解析】

【分析】 证明 $\triangle BDA \sim \triangle ADC$ ，得到 $\frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}$ ，代入已知数据，即可求解.

【详解】 解： $\because \angle BAC = 90^\circ$ ，

$$\therefore \angle B + \angle C = 90^\circ,$$

$$\because AD \perp BC,$$

$$\therefore \angle DAC + \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B = \angle DAC,$$

$$\therefore \triangle BDA \sim \triangle ADC,$$

$$\therefore \frac{BD}{AD} = \frac{AD}{CD}, \text{ 即 } \frac{1}{AD} = \frac{AD}{4},$$

$$\therefore AD = 2 \text{ (负值舍去)},$$

故答案为：2.

【点睛】 本题考查的是相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的判定定理是解题的关键.

14. 中国画门类中，历代书画家喜欢在扇面上绘画或书写，以抒情达意或为他人收藏，或赠友人以诗留念，此类画作称之为扇面画. 折扇的扇面，一般是由两个半径不同的同心圆，按照一定的圆心角裁剪而成，如图所示，已知折扇扇面的圆心角是 120° ，大扇形的半径为 18cm ，小扇形的半径为 6cm ，则这个扇形的面积是_____.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/428067133031006121>