

内江高 2024 届高三上学期入学考试

理科数学试题（答案在最后）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求。

1. 设 $z = \frac{1-i}{1+i} + 2i$ ，则 z 的虚部为（ ）

- A. i B. $3i$ C. 1 D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】利用复数的除法及加减运算求解作答。

【详解】依题意， $z = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} + 2i = \frac{-2i}{2} + 2i = -i + 2i = i$ ，

所以复数 z 的虚部为 1。

故选：C

2. 已知双曲线 $M: \frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{a+8} = 1 (a > 0)$ 的焦点到其渐近线的距离为 4，则双曲线 M 的渐近线的方程是

()

- A. $y = \pm\sqrt{3}x$ B. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$ C. $y = \pm\sqrt{2}x$ D. $y = \pm 2x$

【答案】C

【解析】

【分析】表达出焦点及渐近线方程，利用点到直线距离列出方程，求出渐近线方程。

【详解】 $\frac{x^2}{a} - \frac{y^2}{a+8} = 1 (a > 0)$ 的焦点为 $(\pm\sqrt{2a+8}, 0)$ ，渐近线方程为： $y = \pm\sqrt{\frac{a+8}{a}}x$ ，则

$$\frac{\left| \sqrt{\frac{a+8}{a}} \cdot \sqrt{2a+8} \right|}{\sqrt{1 + \frac{a+8}{a}}} = 4, \text{ 解得: } a = 8, \text{ 所以渐近线方程为: } y = \pm\sqrt{2}x$$

故选：C

3. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 的单调增区间 ()

A. $(1, +\infty)$

B. $(0, +\infty)$

C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

D. $(-1, 1)$

【答案】A

【解析】

【详解】 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 的定义域为 $(0, +\infty)$,

$$f'(x) = x - \frac{1}{x} = \frac{x^2 - 1}{x},$$

令 $f'(x) > 0$, 解得 $x > 1$,

故 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \ln x$ 的单调递增区间为 $(1, +\infty)$.

故选: A

4. 下列求导数运算正确的是 ()

A. $(\sin x \cos x + 1)' = \cos 2x$

B. $\left(\frac{\cos x}{x}\right)' = \frac{x \sin x - \cos x}{x^2}$

C. $(3^x)' = x \cdot 3^{x-1}$

D. $(\lg x)' = \frac{1}{x}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据基本初等函数的导数公式及复合函数的导数公式逐项判断即可.

【详解】解: A 项中,

$(\sin x \cos x + 1)' = (\sin x \cos x)' = (\sin x)' \cos x + \sin x (\cos x)' = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$, 故 A 项正确;

B 项中, $\left(\frac{\cos x}{x}\right)' = \frac{(\cos x)'x - (x)' \cos x}{x^2} = \frac{-x \sin x - \cos x}{x^2} = -\frac{x \sin x + \cos x}{x^2}$, 故 B 项错误;

C 项中, $(3^x)' = 3^x \ln 3$, 故 C 项错误;

D 项中, $(\lg x)' = \frac{1}{x \ln 10}$, 故 D 项错误.

故选: A.

5. 设 a, b 都是实数, 则“ $a > b > 0$ ”是“ $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{b}$ ”的 ()

A. 充分必要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】D

【解析】

【分析】取 $a=2, b=1$ ，可判断充分性，取 $a=-1, b=-2$ 可判断必要性，分析即得解.

【详解】当 $a=2, b=1$ ，满足 $a > b > 0$ ，但 $\frac{1}{a-b} = \frac{1}{b}$ ，所以充分性不成立；

若 $a=-1, b=-2$ ，则 $a-b=1, \frac{1}{a-b} > \frac{1}{b}$. 但不满足 $a > b > 0$ ，必要性不成立.

因此“ $a > b > 0$ ”是“ $\frac{1}{a-b} > \frac{1}{b}$ ”的既不充分也不必要条件.

故选：D

6. 下列说法中，正确的命题的是（ ）

A. 一台晚会有 6 个节目，其中有 2 个小品，如果 2 个小品不连续演出，共有不同的演出顺序 240 种

B. 以模型 $y = ce^{kx}$ 去拟合一组数据时，为了求出回归方程，设 $z = \ln y$ ，求得线性回归方程为 $\hat{z} = 0.3x + 4$ ，

则 c, k 的值分别是 e^4 和 0.3

C. 若事件 A 与事件 B 互斥，则事件 A 与事件 B 独立

D. 若样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的方差为 2，则数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的方差为 16

【答案】B

【解析】

【分析】根据插空法即可判断选项 A，由计算可判断选项 B，根据互斥事件和独立事件的概念可以判断选项 C，由方差的计算公式可以判断选项 D.

【详解】A：先把其余 4 个节目排列，共有 5 个空，再将 2 个小品插入 5 个空，

所以共有 $A_4^4 A_5^2 = 480$ 种不同的方法，故 A 错误；

B：设 $z = \ln y$ ，求得线性回归方程为 $\hat{z} = 0.3x + 4$ ，则 $\ln y = 0.3x + 4 \Rightarrow y = e^{0.3x+4} = e^4 \cdot e^{0.3x}$ ，故 c, k 的值分别是 e^4 和 0.3，故 B 正确；

C：若事件 A 与事件 B 互斥，则事件 A 与事件 B 不独立，故 C 错误；

D：若样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的方差为 2，

则数据 $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_{10} - 1$ 的方差为 8，故 D 错误.

故选：B.

7. $\left(x + \frac{a}{x}\right)\left(\frac{2}{x} - x\right)^5$ 的展开式中各项系数和为 2, 则该展开式 x^2 的系数为 ()

- A. 30 B. -30 C. 10 D. -10

【答案】 B

【解析】

【分析】 令 $x=1$, 可求得 a 的值, 再求出 $\left(\frac{2}{x} - x\right)^5$ 的通项公式, 令 x 的指数为 1 或 3, 求出 r 的值, 从而可得展开式 x^2 的系数.

【详解】 令 $x=1$, 可得 $(1+a)(2-1)^5 = 2$, 解得 $a=1$,

由于 $\left(\frac{2}{x} - x\right)^5$ 的通项公式为 $T_{r+1} = C_5^r 2^{5-r} (-1)^r x^{2r-5}$,

当 $2r-5=1$ 时, 解得 $r=3$,

当 $2r-5=3$ 时, 解得 $r=4$,

\therefore 该展开式 x^2 的系数为 $C_5^3 2^2 (-1)^3 + C_5^4 2^1 (-1)^4 = -40 + 10 = -30$.

故选: B

8. 高铁是一种快捷的交通工具, 为我们的出行提供了极大的方便. 某高铁换乘站设有编号为①, ②, ③, ④, ⑤的五个安全出口, 若同时开放其中的两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间如下:

安全出口编号	①②	②③	③④	④⑤	①⑤
疏散乘客时间(s)	120	220	160	140	200

则疏散乘客最快的一个安全出口的编号是

- A. ① B. ② C. ④ D. ⑤

【答案】 C

【解析】

【分析】

利用同时开放其中的两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间分析对比, 能求出结果.

【详解】 (1) 同时开放①⑤两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间为 200s, 同时开放④⑤两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间为 140s, 所以疏散 1000 名乘客④比①快 60s.

(2) 同时开放①⑤两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间为 200s, 同时开放①②两个安全出口, 疏散 1000 名乘客所需的时间为 120s, 所以疏散 1000 名乘客②比⑤快 80s.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/436101144132010230>