

2023-2024 学年湖北省武汉市硚口区八年级（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若分式 $\frac{x-2}{x-3}$ 的值为 0，则 x 的值为()

- A. -3 B. -2 C. 0 D. 2

2. 成人体内成熟的红细胞的平均直径一般为 0.000007245 米，用科学记数法表示为 7.245×10^n 米，则 n 的值是()

- A. -6 B. -5 C. 6 D. 5

3. 点 $A(a, 1)$ 和点 $B(2, b)$ 关于 y 轴对称，则 a 的值是()

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

4. 剪纸是我国具有独特艺术风格的民间艺术，反映了劳动人民对现实生活的深刻感悟.如图四张剪纸图形，其中是轴对称图形的个数是()



①



②



③



④

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 如图，亮亮书上的三角形被墨迹污染了一部分，很快他就根据所学知识画出一个与书上完全一样的三角形. 他的依据是()

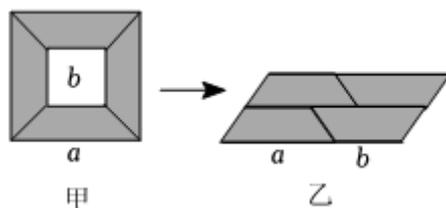


- A. SAS B. ASA C. AAS D. SSS

6. 下列运算正确的是()

- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ B. $(a^3)^2 = a^3$ C. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ D. $\frac{ab - a^2}{(a - b)^2} = \frac{a}{a - b}$

7. 从边长为 a 的大正方形纸板中挖去一个边长为 b 的小正方形纸板后，将其截成四个相同的等腰梯形(如图甲)，然后拼成一个平行四边形(如图乙)，那么通过计算两个图形阴影部分的面积，可以验证成立的式子为()



- A. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ B. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 C. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ D. $(a+2b)(a+b) = a^2 + 3ab + 2b^2$

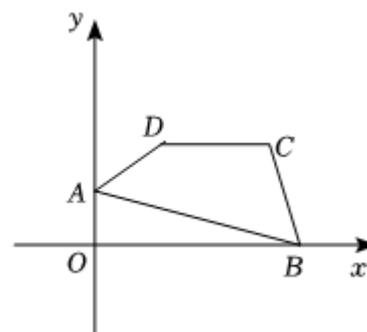
8. 运用乘法公式计算 $(a+2b-2)^2$ ，得到的结果是()

- A. $a^2 + 4b^2 + 4ab - 4a - 4b + 4$ B. $a^2 + 4b^2 + 2ab - 2a - 4b + 4$
 C. $a^2 + 4b^2 + 4ab - 4a - 8b + 4$ D. $a^2 + 4b^2 + 4ab - 4a + 8b + 4$

9. 欧拉是世界上著名的数学家、天文学家、物理学家.在欧拉的著作《代数引论》中有这样一个有趣的题：两个农妇一共带了 100 个鸡蛋去集市，两人所带鸡蛋个数不等，但卖的钱数相同，第一个农妇说：“如果我有你那么多鸡蛋就可以卖 15 个克罗索（克罗索是古代欧洲的一种货币名称），”第二个农妇答道：“如果我有你那么多鸡蛋就只能卖 $\frac{20}{3}$ 个克罗索。”此题中第一个农妇的每个鸡蛋价格是()

- A. $\frac{1}{3}$ 个克罗索 B. $\frac{1}{4}$ 个克罗索 C. $\frac{1}{5}$ 个克罗索 D. $\frac{1}{6}$ 个克罗索

10. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 $A(0,1)$ ， $B(4,0)$ ， $C(m+2,2)$ ， $D(m,2)$ ，当四边形 $ABCD$ 的周长最小时， m 的值是()

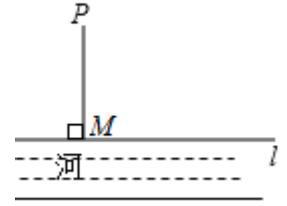


- A. $\frac{1}{3}$
 B. $\frac{2}{3}$
 C. 1
 D. $\frac{4}{3}$

二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。

11. 若分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

12. 如图, 在灌溉时, 要把河中的水引到农田 P 处, 农民李伯伯的做法是: 过点 P 作 PM 垂直于河岸 l , 垂足为 M , 沿 PM 开挖水渠距离最短, 其中的数学道理是_____.



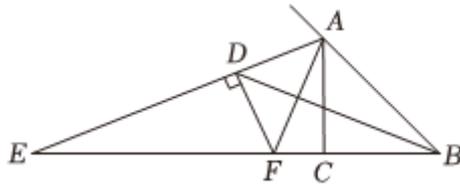
13. 一个多边形的内角和是它的外角和的 3 倍, 则这个多边形是_____边形.

14. 已知 $x + y = 5$, $x^2 + y^2 = 17$, 则 $(x - y)^2$ 的值是_____.

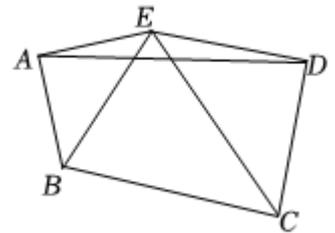
15. 如图, 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, $\angle BAC$ 的邻补角的角平分线 AE 交 $\angle ABC$ 的角平分线 BD 于点 D , 交直线 BC 于点 E , 作 $DF \perp AE$ 交 BE 于点 F , 连接 AF . 下列四个结论:

- ① $\angle ADB = 45^\circ$;
- ② BD 垂直平分 AF ;
- ③ $EC = 2BF$;
- ④ $ED = AF + DF$.

其中正确的是_____.(填写序号)



16. 如图, 在等腰 $\text{Rt}\triangle EAB$ 和等腰 $\text{Rt}\triangle EDC$ 中, $\angle EAB = \angle EDC = 90^\circ$, $AB = AE$, $DC = DE$, $AE < ED$. 若 $AD = 3$, 则五边形 $ABCDE$ 的面积是_____.



三、计算题: 本大题共 1 小题, 共 8 分。

17. 计算 $(\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4}) \div \frac{x-4}{x}$.

四、解答题: 本题共 7 小题, 共 64 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

18. (本小题 8 分)

因式分解:

(1) $3x^2 + 6xy + 3y^2$;

(2) $a^3b - 4ab$.

19. (本小题 8 分)

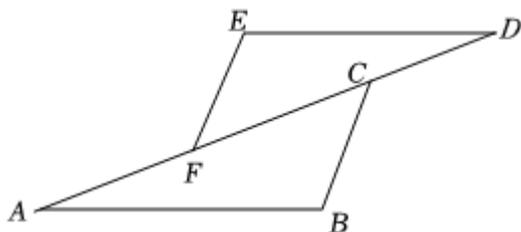
解下列方程:

(1) $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x-1}$;

(2) $\frac{3x+1}{6x-2} - \frac{5}{2} = \frac{1}{3x-1}$.

20. (本小题 8 分)

已知: 如图, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $AF = DC$. 求证: $\angle B = \angle E$.



21. (本小题 8 分)

如图是由相同的小正方形组成 10×8 的网格, 每个小正方形的顶点叫做格点. 长方台球桌 $ABCD$ 的顶点都是格点, 台球桌上有两个小球, 分别位于格点 P, Q 处.

(1) 在图 1 中, 先在边 BC 上画点 E , 使 $EQ \perp PQ$, 再在边 AD 上画点 F , 使 $\angle FPQ = 135^\circ$;

(2) 在图 2 中, 先在边 CD 上画点 G , 连接 PG, QG , 使 $\angle PGD = \angle QGC$, 再画一条路径, 使球两次撞击台球桌边, 经过两次反弹 (反射角等于入射角) 后, 正好撞到球 Q .

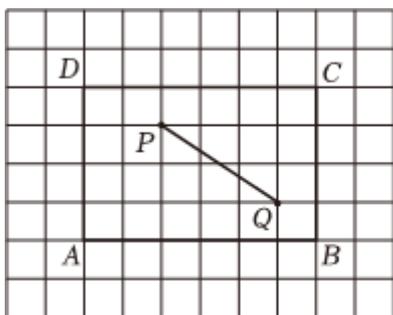


图 1

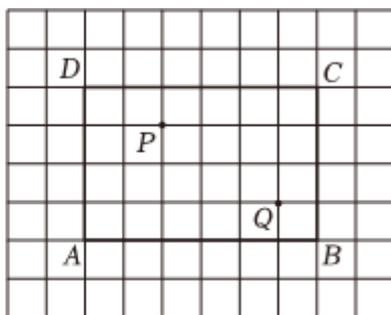


图 2

22. (本小题 10 分)

一辆汽车开往距离出发地 360km 的目的地, 出发的第一小时按原计划的速度匀速行驶, 一小时后以原来速度的 1.2 倍匀速行驶, 比原计划提前 50min 到达目的地.

(1) 求原计划的行驶速度;

(2) 汽车按原路返回, 若司机准备一半路程以 $a \text{ km/h}$ 的速度行驶, 另一半路程以 $b \text{ km/h}$ 的速度行驶 ($a \neq b$), 共用时 t_1 小时; 若司机准备用一半时间以 $a \text{ km/h}$ 的速度行驶, 另一半时间以 $b \text{ km/h}$ 的速度行驶, 共用时 t_2 小时.

①直接写出用含 a, b 的式子分别表示 t_1 和 t_2 ;

②试比较 t_1, t_2 的大小, 并说明理由.

23. (本小题 10 分)

问题提出: 如图 1, 在锐角等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$, K 是动点, 满足 $BK \perp AK$, 将线段 AK 绕点 A 逆时针旋转 α 至 AD , 连接 DK 并延长, 交 BC 于点 M , 探究点 M 的位置.

特例探究: (1) 如图 2, 当点 K 在 BC 上时, 连接 CD , 求证: $CD = \frac{1}{2}BC$.

(2) 如图 3, 当点 K 在 AC 上时, 求证: M 是 BC 的中点.

问题解决: 再探究一般化情形, 如图 1, 求证: M 是 BC 的中点.

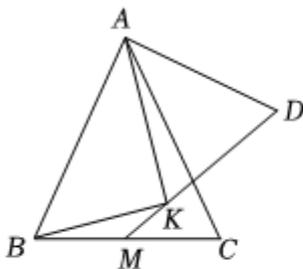


图1

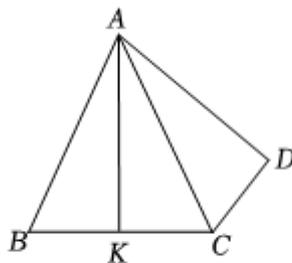


图2

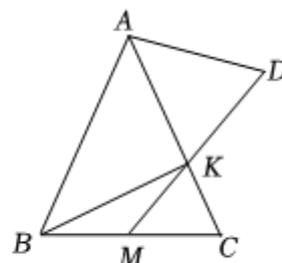


图3

24. (本小题 12 分)

如图 1, 在平面直角坐标系中, 已知 $A(a, 0)$, $B(0, b)$ 两点, $\angle OBA = 30^\circ$.

(1) 若 a, b 满足 $a^2 - 2a + 1 + |b - \sqrt{3}| = 0$.

①直接写出 $\triangle AOB$ 的周长;

② P 在第一象限内, 若 $\triangle PBA$ 为等腰直角三角形, 直接写出点 P 的坐标.

(2) 如图 2, C 是 x 轴上点 A 右侧的动点, D 在第一象限内, 满足 $\angle BCD = 60^\circ$, $\angle ABC = \angle ADC$.

①探究三条线段 AO, AD, AC 之间的数量关系, 并给出证明;

②设 $\triangle BCD$ 与 $\triangle BOA$ 的面积比值为 k ，直接写出 k 的取值范围.

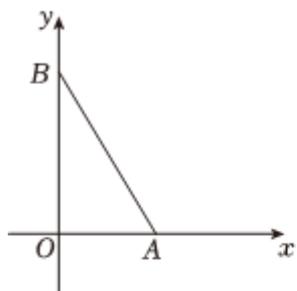


图 1

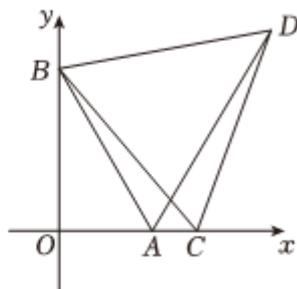


图 2

答案和解析

1. 【答案】D

【解析】解：∵ $x - 2 = 0$ ， $x - 3 \neq 0$ ，

∴ $x = 2$ ，

故选：D.

根据分式的值为零的条件：分子等于0且分母不等于0即可得出答案.

本题考查了分式的值为零的条件，掌握分式的值为零的条件：分子等于0且分母不等于0是解题的关键.

2. 【答案】A

【解析】解： $0.000007245 = 7.245 \times 10^{-6}$ ，

∴ $n = -6$.

故选：A.

用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负整数指数幂.

本题主要考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的0的个数所决定.

3. 【答案】D

【解析】解：∵ 点 $A(a, 1)$ 和点 $B(2, b)$ 关于 y 轴对称，

∴ $a = -2$.

故选：D.

根据关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数解答即可.

本题考查的是关于 x 、 y 轴对称点的坐标特点，关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

4. 【答案】B

【解析】解：左起第一、第二和第三共3个图形都能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以是轴对称图形；

第四个图形不能找到一条直线，使图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，所以不是轴对称图形.

所以是轴对称图形的个数是3.

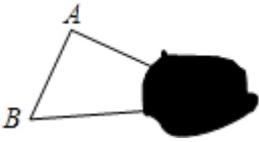
故选：B.

根据如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴进行分析即可.

本题考查了轴对称图形的概念，熟知轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合是解题的关键.

5. 【答案】B

【解析】解：如图， $\angle A$ 、 AB 、 $\angle B$ 都可以测量，



即他的依据是 ASA.

故选：B.

根据图形，未污染的部分两角与这两角的夹边可以测量，然后根据全等三角形的判定方法解答即可.

本题考查了全等三角形的应用，准确识图，并熟记全等三角形的判定方法是解题的关键.

6. 【答案】C

【解析】解： $A. a^3 \cdot a^4 = a^7$ ，故选项 A 不符合题意；

B. $(a^3)^2 = a^6$ ，故选项 B 不符合题意；

C. $(-2a^2)^3 = -8a^6$ ，故选项 C 符合题意；

D. $\frac{ab - a^2}{(a - b)^2} = \frac{a(b - a)}{(a - b)^2} = -\frac{a}{a - b}$ ，故选项 D 不符合题意.

故选：C.

根据同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，分式的基本性质逐一判断即可.

本题考查了同底数幂的乘法，幂的乘方，积的乘方，分式的基本性质，根据运算法则准确计算是解题的关键.

7. 【答案】C

【解析】解： \because 两个图中的阴影部分的面积相等，

即甲的面积 $= a^2 - b^2$ ，乙的面积 $= (a + b)(a - b)$.

$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

所以验证成立的公式为： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

∴求四边形 $ABCD$ 的周长的最小值，就是求 $BC + AD$ 的最小值，

将点 A 向右平移 2 个单位长度得到点 E ，则 $AE = 2$ ， $AE \parallel x$ 轴， $E(2, 1)$ ，如图，

∴ $AE \parallel CD$ ， $AB = CD = 2$ ，

∴四边形 $AECD$ 为平行四边形，

∴ $AD = EC$ 。

作点 E 关于 CD 的对称点 F ，则 $F(2, 3)$ ，连接 CF ， FB ， FB 交 CD 于点 K ，

∴ $CF = CE$ ，

∴ $CF = AD$ ，

∴ $BC + AD = BC + CF$ ，

∴ $BC + CF \geq BF$ ，

∴ $BC + AD \geq BF$ ，

∴当点 C 与点 K 重合时， $BC + AD$ 取得最小值，四边形 $ABCD$ 的周长取得最小值。

设直线 BF 的解析式为 $y = kx + b$ ，

$$\therefore \begin{cases} 4k + b = 0 \\ 2k + b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} k = -\frac{3}{2} \\ b = 6 \end{cases}$$

∴直线 BF 的解析式为 $y = -\frac{3}{2}x + 6$ 。

令 $y = 2$ ，则 $2 = -\frac{3}{2}x + 6$ ，

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\therefore C\left(\frac{8}{3}, 2\right)$$

$$\therefore m + 2 = \frac{8}{3}$$

$$\therefore m = \frac{2}{3}$$

故选：B。

由题意：求四边形 $ABCD$ 的周长的最小值，就是求 $BC + AD$ 的最小值，利用平移和轴对称的性质，将点 A 向左平移 2 个单位长度得到点 E ，作点 E 关于 CD 的对称点 F ，根据两点之间线段最短，当点 C 与点 K 重合时， $BC + AD$ 取得最小值，四边形 $ABCD$ 的周长取得最小值。利用待定系数法求得直线 CF 的解析式，令 $y = 0$ ，求得点 C 坐标，则结论可求。

本题主要考查了最短路线问题，坐标与图形的性质，轴对称的性质，一次函数的性质，待定系数法，利用平移和轴对称的性质取得四边形 $ABCD$ 的周长最小时的点 C 的位置是解题的关键。

11. 【答案】 $x \neq -1$

【解析】解：根据题意，得

$$x + 1 \neq 0,$$

解得 $x \neq -1$ ；

故答案是： $x \neq -1$ 。

根据分式有意义的条件得出关于 x 的不等式，求出 x 的取值范围即可。

本题考查了分式有意义的条件。从以下三个方面透彻理解分式的概念：

- (1) 分式无意义 \Leftrightarrow 分母为零；
- (2) 分式有意义 \Leftrightarrow 分母不为零；
- (3) 分式值为零 \Leftrightarrow 分子为零且分母不为零。

12. 【答案】 垂线段最短

【解析】解： $\because PM \perp l$ ，

\therefore 沿 PM 开挖水渠距离最短，其中的数学道理是垂线段最短。

故答案为：垂线段最短。

根据垂线段的性质得出即可。垂线段最短指的是从直线外一点到这条直线所作的垂线段最短。

本题考查了垂线段最短，它是相对于这点与直线上其他各点的连线而言。实际问题中涉及线路最短问题时，其理论依据应从“两点之间，线段最短”或“垂线段最短”这两个中去选择。

13. 【答案】 八

【解析】解：设多边形的边数是 n ，根据题意得：

$$(n - 2) \cdot 180^\circ = 3 \times 360^\circ,$$

解得 $n = 8$ ，

所以这个多边形为八边形。

故答案为：八。

根据多边形的内角和定理，多边形的内角和等于 $(n - 2) \cdot 180^\circ$ ，外角和等于 360° ，然后根据题意列方程求解即可。

本题主要考查了多边形的内角和公式与外角和定理，根据题意列出方程是解题的关键。

14. 【答案】 9

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/437106165132006054>