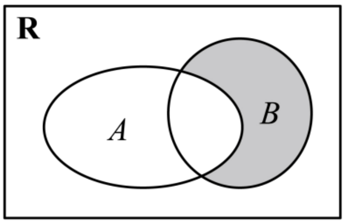
2023-2024学年浙江省金华市东阳市高三上学期5月模拟数学试题

一、单选题：本题共 **8** 小题，每小题 **5** 分，共 **40** 分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若复数 z 满足 $z+\bar{z}=2,|z|=\sqrt{2}$. 则 $z=$(　　)

A. $1+i$　　　　B. $1+\sqrt{3}i$　　　　C. $1\pm i$　　　　D. $1\pm\sqrt{3}i$

2. 已知 R 为实数集，集合 $A=\left\{x|\frac{2}{x-1}<1\right\}$，$B=\left\{x|\frac{1}{2}<2^x<4\right\}$，则图中阴影部分表示的集合为(　　)



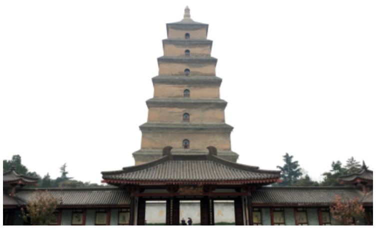
A. $\{x|-1<x\leqslant 3\}$　　B. $\{x|2<x\leqslant 3\}$　　C. $\{x|1\leqslant x<2\}$　　D. $\{x|-1<x<2\}$

3. 已知平面向量 $\vec{a}=(1,3),\vec{b}=(-2,1)$，则(　　)

A. $\vec{a}>\vec{b}$　　　　B. $\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)\perp\vec{b}$

C. $\vec{a}$与 $\vec{b}$的夹角为钝角　　　　D. $\vec{a}$在 $\vec{b}$上的投影向量的模为$\frac{\sqrt{5}}{5}$

4. 如图位于西安大慈恩寺的大雁塔是我国现存最早　规模最大的唐代四方楼阁式砖塔，其最高处的塔刹可以近似地看成一个正四棱锥，已知正四棱锥的高为$4.87m$，其侧棱与底面的夹角为$45°$，则该正四棱锥的体积约为$\left(4.87^3\approx 115.5\right)$(　　)



A. $231m^3$　　　　B. $77m^3$　　　　C. $154m^3$　　　　D. $179m^3$

5. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>0)$，集合 $\{x\in(0,\pi)\mid f(x)=1\}$ 中恰有 3 个元素，则实数 ω 的取值范围是(　　)

A. $\left(\frac{3}{2},2\right]$　　　　B. $\left[\frac{3}{2},3\right]$　　　　C. $\left[\frac{7}{3},3\right]$　　　　D. $\left(\frac{7}{3},3\right]$

6. 某市举行一环保知识竞赛活动.竞赛共有“生态环境”和“自然环境”两类题，每类各 5 题.其中每答对 1 题“生态环境”题得 10 分，答错得 0 分；每答对 1 题“自然环境”题得 20 分，答错扣 5 分.已知小明同学“生态环境”题中有 3 题会作答，而答对各个“自然环境”题的概率均为$\frac{2}{5}$.若小明同学在“生态环境”题中抽 1 题，在“自然环境”题中抽 3 题作答，每个题抽后不放回.则他在这次竞赛中得分在 10 分以下(含 10 分)的概率为(　)

A. $\frac{81}{625}$　　B. $\frac{243}{625}$　　C. $\frac{189}{625}$　　D. $\frac{162}{625}$

7. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{a^2-1}=1,F$为椭圆的右焦点，曲线$y=|x-1|$交椭圆 C 于$A,B$两点，且$\frac{1}{|AF|}+\frac{1}{|BF|}=4$，则椭圆 C 的离心率为(　)

A. $\frac{\sqrt{17}-1}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{17}+1}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{17}-1}{8}$　　D. $\frac{\sqrt{17}+1}{8}$

8. 已知直角梯形$ABCD,AB//CD,\angle B=90^\circ,AB=4,CD=2,BC=2\sqrt{3}$，点 M 在边 AD 上.将$\triangle ABM$沿 BM 折成锐二面角$A'-BM-C$，点$A',M,B,C,D$均在球 O 的表面上，当直线$A'B$和平面 MBCD 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$时，球 O 的表面积为(　)

A. $\frac{32}{3}\pi$　　B. $\frac{25\sqrt{3}}{3}\pi$　　C. $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$　　D. $\frac{52}{3}\pi$

二、多选题：本题共 **4** 小题，共 **20** 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 **5** 分，部分选对的得 **2** 分，有选错的得 **0** 分。

9. 已知 m，n，l 是三条不同的直线，α，β是两个不同的平面，则下列说法错误的是(　)

A. 若$l//\alpha$，$l//\beta$，则$\alpha//\beta$

B. 若 m，$n\subset\alpha$，$l\perp m$，$l\perp n$，则$l\perp\alpha$

C. 若$l//\alpha$，$l//\beta$，$\alpha\cap\beta=m$，则$l//m$

D. 若$m\subset\alpha$，$l//m$，则$l//\alpha$

10. 已知 AB 为圆$C:x^2+y^2=4$的直径，直线$l:y=kx+1$与 y 轴交于点 M，则(　)

A. l 与 C 恒有公共点　　B. $\triangle ABM$是钝角三角形

C. $\triangle ABM$的面积的最大值为 1　　D. l 被 C 截得的弦的长度的最小值为$2\sqrt{3}$

11. 已知函数$f(x)$的定义域为 R，且$f(2x+2)$的图象关于直线$x=-1$对称，$f(x+1)+f(x-1)=2$，又$f(0)=2,g(x)-f(x-4)=8$，则(　)

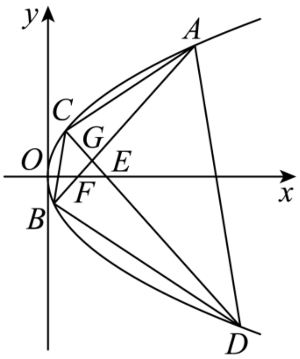
A. $f(x)$ 为偶函数

B. $f(x)$ 的图象关于点 $(1,2)$ 中心对称

C. $g(x)$ 是奇函数

D. $\sum_{k=1}^{22} g(k)=197$

12. 如图，已知 *F* 是抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点，过点 *F* 和点 $E(2,0)$ 分别作两条斜率互为相反数的直线 l_1,l_2，交抛物线于 A,B,C,D 四点，且线段 AB,CD 相交于点 *G*，则下列选项中正确的是(　　)



A. $k_{AC}+k_{BD}=0$

B. $|GA|\cdot|GB|=|GC|\cdot|GD|$

C. $\angle BCD=\angle BAD$

D. $\dfrac{S_{\triangle GAC}}{S_{\triangle GBD}}=\dfrac{S_{\triangle GBC}}{S_{\triangle GAD}}$

三、填空题：本题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分。

13. 已知 $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^n$ 的展开式中第 3 项与第 8 项的二项式系数相等，则展开式中的常数项为__________.

14. 数学王子高斯在小时候计算 $1+2+\cdots+100$ 时，他是这样计算的：$1+100=2+99=\cdots=50+51$，共有 50 组，故和为 5050，事实上，高斯发现并利用了等差数列的对称性.若函数 $y=f(x)$ 图象关于 $\left(\dfrac{1}{2},2\right)$ 对称，$S_n=(n+1)\left[f\left(\dfrac{1}{n+1}\right)+f\left(\dfrac{2}{n+1}\right)+\cdots+f\left(\dfrac{n}{n+1}\right)\right](n\in N^*)$，则 $\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots\dfrac{1}{S_n}=$

__________.

15. 已知函数 $f(x)=x^3-ax+1$，过点 $P(2,0)$ 存在 3 条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切，则实数 *a* 的取值范围是__________.

16. 对任意的 $x>1$，不等式 $e^x-x^4+3x^3\ln x-ax^3\geqslant 0$ 恒成立，则实数 *a* 的取值范围为__________.

四、解答题：本题共 **6** 小题，共 **70** 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（本小题 10 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 *n* 项和 S_n，$a_1=3$，且 $S_{n+1}=2S_n+n+3$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$，$b_{n+1}=\left(1+\dfrac{2}{2n-1}\right)b_n(n\in N^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 将数列 $\{b_n\}$ 中的项按从小到大的顺序依次插入数列 $\{a_n\}$ 中，在任意的 a_k， a_{k+1} 之间插入 $2k-1$ 项，从而构成一个新数列 $\{c_n\}$，求数列 $\{c_n\}$ 的前 100 项的和.

18.（本小题 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，且 $a^2-b^2=ac\cos B-\frac{1}{2}bc$

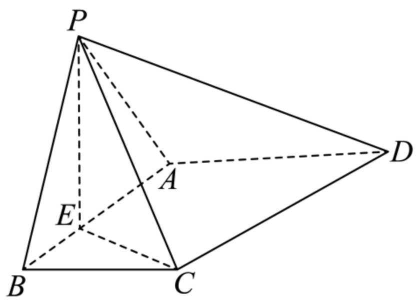
(1) 求 A；

(2) 若 $a=6$，$2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}$，求线段 AD 长的最大值.

19.（本小题 12 分）

在四棱锥 $P-ABCD$ 中，面 $PAB\perp$ 面 $ABCD$， $PA=PC, AD\perp AB, AD//BC, AD=2BC=2$，

$AB=\sqrt{3}, E$ 是线段 AB 上的靠近 B 点的三等分点.



(1) 求证：$CD\perp$ 面 PEC；

(2) 若面 BPC 和面 PEC 的夹角为 45°，求线段 BP 的长.

20.（本小题 12 分）

某市阅读研究小组为了解该城市中学生阅读与语文成绩的关系，在参加市中学生语文综合能力竞赛的各校学生中随机抽取了 500 人进行调查，并按学生成绩是否高于 75 分（满分 100 分）及周平均阅读时间是否少于 10 小时，将调查结果整理成列联表.现统计出成绩不低于 75 分的样本占样本总数的 30%，周平均阅读时间少于 10 小时的人数占样本总数的一半，而不低于 75 分且周平均阅读时间不少于 10 小时的样本有 100 人.

	周平均阅读时间少于 10 小时	周平均阅读时间不少于 10 小时	合计
75 分以下		s	
不低于 75 分	t	100	
合计			500

(1) 根据所给数据，求出表格中 s 和 t 的值，并分析能否有 99.9% 以上的把握认为语文成绩与阅读时间是否有关；

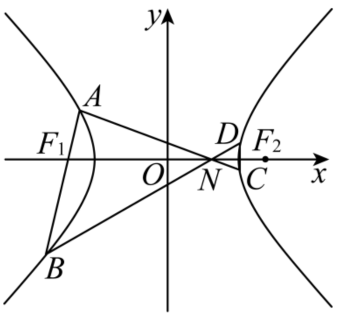
(2) 先从成绩不低于 75 分的样本中按周平均阅读时间是否少于 10 小时分层抽样抽取 9 人进一步做问卷调查，然后从这 9 人中再随机抽取 3 人进行访谈，记抽取 3 人中周平均阅读时间不少于 10 小时的人数为 X，求 X 的分布列与均值.

参考公式及数据：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n=a+b+c+d.$

α	0.01	0.005	0.001
x_α	6.635	7.879	10.828

21.（本小题 12 分）

已知双曲线 E 的方程为：$\dfrac{x^2}{8}-\dfrac{y^2}{8}=1$，左右焦点分别为 F_1,F_2，N 是线段 OF_2 的中点，过点 F_1 作斜率为 k 的直线 l，l 与双曲线的左支交于 A,B 两点，连结 AN,BN 与双曲线的右支分别交于 C,D 两点.



(1) 设直线 CD 的斜率为 m，求 $k+\dfrac{1}{m}$ 的取值范围.

(2) 求证：直线 CD 过定点，并求出定点坐标.

22.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=|x-m|e^{\frac{1}{x}}-t$.

(1) 对任意 $m\geqslant 1$，方程 $f(x)=0$ 恒有三个解，求实数 t 的取值范围；

(2) 已知 $m=1$，方程 $f(x)=0$ 有三个解为 x_1,x_2,x_3，且 $x_1<x_2<x_3$，求证：$x_3-x_2<t, x_2-x_1>1$.

答案和解析

1.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查复数的模及其几何意义，共轭复数，属于基础题。

设 $z=a+bi$ ， $\overline{z}=a-bi$ ，由题意可得 $2a=2$ ， $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{2}$ ，解方程即可得出答案.

【解答】

解：设 $z=a+bi$ ， $\overline{z}=a-bi$ ，

因为 $z+\bar{z}=2,|z|=\sqrt{2}$ ，

所以 $z+\overline{z}=2a=2$ ，解得： $a=1$ ，

$|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+b^2}=\sqrt{2}$ ，故 $b=\pm 1$.

故 $z=\ 1\pm i$.

故选： C.

2.【答案】C

【解析】【分析】

本题主要考查 Venn 图表达集合的关系，不等式解法、集合交集的运算，属于基础题.

先根据 Venn 图表达集合的关系，然后分别求出集合 A 和集合 B，最后根据集合交集的定义求解即可.

【解答】

解：图中阴影部分表示 $B\cap \complement_R A$，由 $\dfrac{2}{x-1}<1$，得 $x<1$ 或 $x>3$，所以 $\complement_R A=\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$，

由 $\dfrac{1}{2}<2^x<4$，解得 $-1<x<2$，所以 $B=\{x|-1<x<2\}$，

故 $B\cap \complement_R A=\{x|1\leqslant x<2\}$，

故选 C.

3.【答案】D

【解析】【分析】

本题考查向量数量积的坐标表示与向量的垂直关系，利用向量数量积的坐标运算求向量的夹角以及投影向量，属于基础题。

根据题意，由向量的概念即可判断 A，由平面向量的坐标运算即可判断 BCD.

【解答】

解：向量不能比较大小，故 *A* 错误；

$2\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}=(4,5)$ ，则 $\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{b}=4\times(-2)+5\times1=-3\neq0$ ，故 *B* 错误；

$\cos<\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}>=\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{a}|\left|\overrightarrow{b}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{10}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{2}}{10}>0$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为锐角，故 *C* 错误；

$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影向量的模为 $|\dfrac{\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}}{|\overrightarrow{b}|}|=\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ，所以 *D* 正确；

故选：*D*

4.【答案】*B*

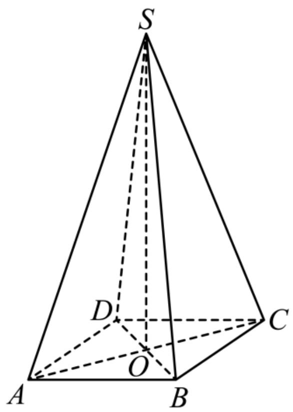
【解析】【分析】

本题主要考察了棱锥的体积运算，也考察了立体几何中的直线与平面成的角的关系，属于基础题。

设正四棱锥的底面边长为 *a*，高为 *h*，得到 $\angle SAO$ 为侧棱 *SA* 与底面 *ABCD* 所成的角，结合 $\angle SAO=45^\circ$，求得 $a=\sqrt{2}h$，结合体积公式，即可求解.

【解答】

解：如图所示，设正四棱锥的底面边长为 *a*，高为 *h*，



设 $AC\cap BD=O$，可得 $SO\perp$ 底面 *ABCD*，即 $\angle SAO$ 为侧棱 *SA* 与底面 *ABCD* 所成的角，

因为侧棱与底面的夹角为 45°，可得 $\angle SAO=45^\circ$，所以 $AO=SO=h$，

在正方形 *ABCD* 中，可得 $\sqrt{2}a=2AO=2h$，所以 $a=\sqrt{2}h$，

可得正四棱锥 $S-ABCD$ 的体积为 $V=\dfrac{1}{3}Sh=\dfrac{1}{3}\times(\sqrt{2}h)^2\times h=\dfrac{2}{3}h^3$，

又因为正四棱锥的高为 $4.87m$，所以 $V=\dfrac{2}{3}\times(4.87)^3=\dfrac{2}{3}\times115.5=77m.$

故选： $B.$

5.【答案】*D*

【解析】【分析】

本题考查了正弦(型)函数的零点，逆用两角和与差的正弦公式，属于中档题.

由已知化简可得 $f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$ ， $-\frac{\pi}{6}<\omega x-\frac{\pi}{6}<\omega\pi-\frac{\pi}{6}$.原题可转化为 $\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ 在 $(0,\pi)$ 上恰有 3 个解.求出当 $x>-\frac{\pi}{6}$ 时， $\sin x=\frac{1}{2}$ 的前 4 个解，即可得出 $\frac{13\pi}{6}<\omega\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{17\pi}{6}$ ，求解即可得出答案.

【解答】

解：由已知可得， $f(x)=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$.

因为 $\omega>0$ ， $0<x<\pi$ ，所以 $-\frac{\pi}{6}<\omega x-\frac{\pi}{6}<\omega\pi-\frac{\pi}{6}$.

因为集合 $\{x\in(0,\pi)\mid f(x)=1\}$ 中恰有 3 个元素，

即函数 $2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=1$ 在 $(0,\pi)$ 上恰有 3 个解，

即 $\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ 在 $(0,\pi)$ 上恰有 3 个解.

因为，当 $x>-\frac{\pi}{6}$ 时， $\sin x=\frac{1}{2}$ 的前 4 个解依次为 $\frac{\pi}{6}$ ， $\frac{5\pi}{6}$ ， $\frac{13\pi}{6}$ ， $\frac{17\pi}{6}$ ，

所以应有 $\frac{13\pi}{6}<\omega\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{17\pi}{6}$ ，即 $\frac{7\pi}{3}<\omega\pi\leqslant 3\pi$ ，

所以， $\frac{7}{3}<\omega\leqslant 3$.

故选：D.

6.【答案】*B*

【解析】【分析】

本题主要考查互斥事件概率加法公式，同时也考查 *n* 次独立重复试验的概率计算，属于中档题.

把得分在 10 分以下(含 10 分)的事件分拆成两个互斥事件的和，再结合独立重复试验的概率公式求出每个事件的概率作答.

【解答】

解：他在这次竞赛中得分在 10 分以下(含 10 分)的事件为 *A* ，

“生态环境”题答对且“自然环境”题全错的事件为 A_1 ，

“生态环境”题答错且“自然环境”题最多答对 1 题的事件为 A_2 ，显然 A_1 与 A_2 互斥， $A=A_1+A_2$ ，

$P(A_1)=\frac{3}{5}\times(1-\frac{2}{5})^3=\frac{81}{625}$ ， $P(A_2)=\frac{2}{5}[C_3^1\times\frac{2}{5}\times(\frac{3}{5})^2+C_3^3\times(\frac{3}{5})^3]=\frac{162}{625}$ ，

所以 $P(A)=P(A_1)+P(A_2)=\frac{243}{625}$.

故选：B

7.【答案】A

【解析】【分析】

本题考查求椭圆的离心率（或取值范围），属于中档题.

设 $A(x_1,y_1)$，$B({x_2}',{y_2}')(x_1>{x_2}')$，直线 $y=x-1$ 与椭圆交于点 A，B'，$B'(x_2,y_2)$，

则 B，B' 关于 x 轴对称，$|BF|=\left|B'F\right|$，联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2-1}=1\\ y=x-1\end{cases}$，应用韦达定理结合

$|AF|+|B'F|=4|AF||B'F|$，求参数 a，即可求离心率.

【解答】

解：$F(1,0)$，设 $A(x_1,y_1)$，$B({x_2}',{y_2}')(x_1>{x_2}')$，直线 $y=x-1$ 与椭圆交于点 A，B'，$B'(x_2,y_2)$，

则 B，B' 关于 x 轴对称，$|BF|=\left|B'F\right|$，

$\because a^2-1>0$，设 $a>1$，

联立 $\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{a^2-1}=1\\ y=x-1\end{cases}$，化简 $(2a^2-1)x^2-2a^2x+2a^2-a^4=0$，

$x_1+x_2=\dfrac{2a^2}{2a^2-1}$，$x_1x_2=\dfrac{2a^2-a^4}{2a^2-1}$，

$\dfrac{1}{|AF|}+\dfrac{1}{|BF|}=4$，$\therefore |AF|+|BF|=4|AF||BF|$，即 $|AF|+|B'F|=4|AF||B'F|$，

$\therefore \sqrt{2}(x_1-x_2)=4\sqrt{2}(x_1-1)\times\sqrt{2}(1-x_2)$，

$\therefore x_1-x_2=4\sqrt{2}(-x_1x_2-1+x_1+x_2)$，①

$\because x_1-x_2=\sqrt{(x_1-x_2)^2}=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\dfrac{2\sqrt{2}a(a^2-1)}{2a^2-1}$，

代入①化简得：$2a^2-a-2=0$，

$\therefore a=\dfrac{\sqrt{17}+1}{4}$，$\therefore e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{17}-1}{4}$.

故选：A.

8.【答案】D

【解析】【分析】

本题主要考查球的表面积公式，球的切、接问题，以及直线与平面所成的角，面面垂直的判定，属于难题.

由题设知 M,B,C,D 共圆，并确定外接圆圆心 E 位置，由已知求得 A' 到直线 MD 的距离 $d=\sqrt{3}$ 且

$BM\perp$ 面 $A'MD$ ，进而有面 $A'MD\perp$ 面 *MBCD* ，确定 $\triangle A'MD$ 的形状，找到外接圆圆心，利用几何关系求外接球半径，进而求表面积.

确定 M,B,C,D 共圆、面 $A'MD\perp$ 面 *MBCD* 为关键，利用几何关系求外接球半径.

【解答】

解：由题设知： $A'B=AB=4$ ，设点 A' 到面 *MBCD* 的距离为 *d* ，则 $\frac{d}{A'B}=\frac{\sqrt{3}}{4}$ ，故 $d=\sqrt{3}$ ，

要使 A',M,B,C,D 均在球 *O* 的表面上，则 M,B,C,D 共圆，

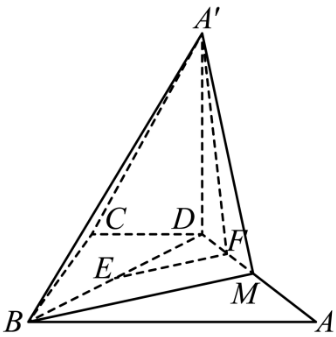
由直角梯形 $ABCD,AB//CD,\angle B=90^\circ$ ，则 $\angle BCD=90^\circ$ ，所以 $\angle BMD=90^\circ$ ，

所以 $BM\perp AD$ ，故 *A* 在绕 *BM* 旋转过程中 $BM\perp$ 面 $A'MD$ ， $BM\subset$ 面 *MBCD* ，

所以面 $A'MD\perp$ 面 *MBCD* ，即 A' 到面 *MBCD* 的距离为 *d* ，即 A' 到直线 *MD* 的距离为 *d* ， $\triangle ABM$ 沿 *BM* 折成锐二面角 $A'-BM-C$ ，过点 A' 作 $A'F\perp MD$ 于 *F* ，则 $A'F=d=\sqrt{3}$ ，又

$AB=4,CD=2,BC=2\sqrt{3}$ ，则 $\angle A=60^\circ$ ，故 $\angle CDM=120^\circ$ ，即 $\angle CBM=60^\circ$ ，

综上， $\triangle BCD$ 、 $\triangle BMD$ 都是以 *BD* 为斜边的直角三角形，且 $\angle CDB=60^\circ$ ，



所以 $\angle BDM=60^\circ$ ，易知： $\triangle ABD$ 为等边三角形，则 *M* 为 *AD* 中点，故 $A'M=2$ ， $BM=2\sqrt{3}$ ，

在 *Rt* $\triangle A'FM$ 中， $MF=\sqrt{4-3}=1$ ，而 $MD=2$ ，即 *F* 为 *MD* 的中点，

同时 $\triangle BCD\cong\triangle BMD$ ，若 *E* 为 *BD* 的中点，即 *E* 为 *MBCD* 外接圆圆心，

连接 *EF* ，则 $EF//BM$ 且 $EF=\frac{1}{2}BM=\sqrt{3}$ ，故 $EF\perp$ 面 $A'MD$ ，且 $\triangle A'MD$ 为等边三角形，球心 *O* 是过 *E* 并垂直于面 *MBCD* 的直线与过 $\triangle A'MD$ 外接圆圆心垂直于面 $A'MD$ 的直线交点，

若球 *O* 的半径为 *R* ，则 $R^2=EF^2+(\frac{2}{3}A'F)^2=\frac{13}{3}$ ，所以球的表面积 $4\pi R^2=\frac{52}{3}\pi$.

故选：*D*

9.【答案】*ABD*

【解析】【分析】

本题考查空间中直线与平面、平面与平面的位置关系，属于基础题。

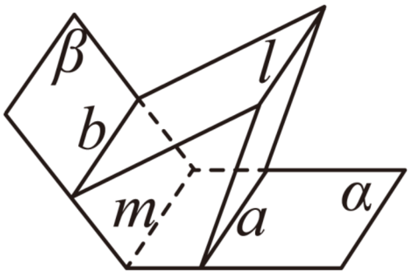
对 *A*：平行于同一条直线的两个平面也可能平行也可能相交，故错误；对 *B*：没有说明 m,n 是平面内的两条相交直线，故错误；对 *C*：可根据线面平行的性质证明正确；对 *D*：没有说明直线 *l* 是平面外的一条直线，故错误.

【解答】

解：对 *A*：若 $l//\alpha$ ， $l//\beta$ ，则 $\alpha//\beta$ 或 α 与 β 相交，*A* 错误；

对 *B*：若 $m//n$ ，则 *l* 不一定与 α 垂直，*B* 错误；

对 *C*：如图：



过 *l* 分别作两个平面与平面 α,β 交于直线 a,b ，

因为 $l//\alpha$ ， $l//\beta$ ，所以 $l//a$ ， $l//b$ ，所以 $a//b$ ，

又因为 $a\not\subset\beta,b\subset\beta$ ，所以 $a//\beta$ ，

又因为 $a\subset\alpha,\alpha\cap\beta=m,$ 所以 $a//m$ ，

所以 $l//m$ ，故 *C* 正确;

对 *D*：若 $m\subset\alpha$ ， $l//m$ ，则 $l//\alpha$ 或 *l* 在 α 内，*D* 错误.

故选：*ABD*

10.【答案】*ABD*

【解析】【分析】

本题考查圆锥曲线中直线与圆的位置关系，点与圆的位置关系，属于中档题。

M 是一个在圆内的定点，可以判断 *A* 和 *B* 选项；根据直线 *AB* 是定值可以判断 *M* 到 *AB* 的距离最大时，三角形面积最大，从而判断 *C* 选项; *l* 被 *C* 截得的弦的长度的最小时，圆心到直线的距离最大，从而判断 *D* 选项.

【解答】

解：直线 $l:y=kx+1$ 与 *y* 轴交于点 *M* ，

$\therefore M(0,1)$ 且 *M* 在圆 $C:x^2+y^2=4$ 内部，

$\therefore$ l 与 C 恒有公共点，A 正确；

$\because M$ 在圆 $C:x^2+y^2=4$ 内部，

$\therefore \angle AMB$ 为钝角， $\therefore \triangle ABM$ 是钝角三角形，B 正确；

M 到 AB 的 最大距离，即到圆心的距离为 1，

$\therefore S_{\triangle ABM}\leqslant \dfrac{1}{2}\times 4\times 1=2$ ，故 C 错误；

l 被 C 截得的弦的长度的最小时，圆心到直线的距离最大，

且此距离为 M 到圆心的距离为 1，故弦长为 $2\sqrt{2^2-1^2}=2\sqrt{3}$ ，故 D 正确.

故选： ABD.

11.【答案】AD

【解析】【分析】

本题考察了抽象函数的奇偶性，函数的对称性，以及周期函数，属于难题。

由 $f(2x+2)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，可得 $f(x)$ 为偶函数，可判断 A；令 $f(x+1)+f(x-1)=2$ 中 $x=0$ ，求出 $f(1)=1$ 可判断 B；由 $f(x+1)+f(x-1)=2$ 可得 $f(x)$ 的周期为 4，故 $g(x)-f(x)=8$ ，令 x 等价于 $-x$ ，可得 $g(x)$ 为偶函数可判断 C；求出 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=4$ ，再结合 $g(x)-f(x)=8$ 和 $f(x)$ 的周期为 4 可判断 D.

【解答】

解：由 $f(2x+2)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，

可得 $f[2(x-1)+2]=f[2(-x-1)+2]$ ，即 $f(2x)=f(-2x)$ ，

令 $t=2x$ ，则 $f(t)=f(-t)$ ，即 $f(x)=f(-x)$ ，故 $f(x)$ 为偶函数，A 正确；

又因为 $f(x+1)+f(x-1)=2$ ，

则 $f(x+2)+f(x)=2$ ①，

$f(x+4)+f(x+2)=2$ ②，

②减①可得： $f(x+4)=f(x)$ ，故 $f(x)$ 的周期为 4，

又 $g(x)-f(x-4)=8$ ，所以 $g(x)-f(x)=8$ ③，

则 $g(-x)-f(-x)=8$ ④，因为 $f(x)$ 为偶函数，

③减④可得： $g(-x)=g(x)$ ，故 $g(x)$ 是偶函数，故 C 不正确；

令 $f(x+1)+f(x-1)=2$ 中 $x=0$ ，可得 $f(1)+f(-1)=2f(1)=2$ ，

解得： $f(1)=1$ ，故 B 不正确；

令 $f(x+1)+f(x-1)=2$ 中 $x=1$ ，可得 $f(2)+f(0)=2$ ，

因为 $f(0)=2$ ，则 $f(2)=0$ ，

令 $f(x+1)+f(x-1)=2$ 中 $x=2$ ，可得 $f(3)+f(1)=2$ ，

因为 $f(1)=1$ ，则 $f(3)=1$ ，由 $f(4)=f(0)=2$ ，

因为 $f(x)$ 的周期为4，且 $g(x)-f(x)=8$ ，

则 $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)=1+0+1+2=4$ ，

$\sum_{k=1}^{22} g(k)=[(f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+4\times 8)\times 5]+[f(1)+8+f(2)+8]=197$ ，故 D 正确.

故选： $AD.$

12.【答案】ABC

【解析】【分析】

本题主要考察直线与抛物线的位置关系及应用，以及抛物线中的面积问题，属于难题。

A 选项，设出直线 $l_1: x=1+my$ ，与 $C: y^2=4x$ 联立，得到两根之和，两根之积，同理得到 $l_2: x=2-my$ ，与双曲线方程联立，表达出 k_{AC}, k_{BD} ，相加后得到 $k_{AC}+k_{BD}=0$ ，A 正确；B 选项，在 A 选项的基础上，作出辅助线，找到角度相等，证明相似，得到 B 正确；C 选项，在 B 的基础上得到所以 $\triangle CGB \backsim \triangle AGD$ ， $\angle BCD=\angle BAD$ ，C 正确；D 选项，在 BC 基础上，得到面积之比，得到 D 错误.

【解答】

解：A 选项，显然两直线的斜率均存在且不为 0，

由题意得 $F(1,0)$ ，设直线 $l_1: x=1+my$ ，与 $C: y^2=4x$ 联立得 $y^2-4my-4=0$ ，

设 $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ ，则 $y_1+y_2=4m, y_1y_2=-4$ ，

设直线 $l_2: x=2-my$ ，与 $C: y^2=4x$ 联立得 $y^2+4my-8=0$ ，

设 $C(x_3,y_3), D(x_4,y_4)$ ，则 $y_3+y_4=-4m, y_3y_4=-8$ ，

则 $k_{AC}=\dfrac{y_3-y_1}{x_3-x_1}=\dfrac{y_3-y_1}{\frac{y_3^2}{4}-\frac{y_1^2}{4}}=\dfrac{4}{y_3+y_1}$ ， $k_{BD}=\dfrac{y_4-y_2}{x_4-x_2}=\dfrac{y_4-y_2}{\frac{y_4^2}{4}-\frac{y_2^2}{4}}=\dfrac{4}{y_4+y_2}$ ，

则 $k_{AC}+k_{BD}=\dfrac{4}{y_3+y_1}+\dfrac{4}{y_4+y_2}=\dfrac{4(y_1+y_3)+4(y_4+y_2)}{(y_3+y_1)(y_4+y_2)}=\dfrac{4(y_1+y_2+y_3+y_4)}{(y_3+y_1)(y_4+y_2)}$

$=\dfrac{4(4m-4m)}{(y_3+y_1)(y_4+y_2)}=0$ ，A 正确；