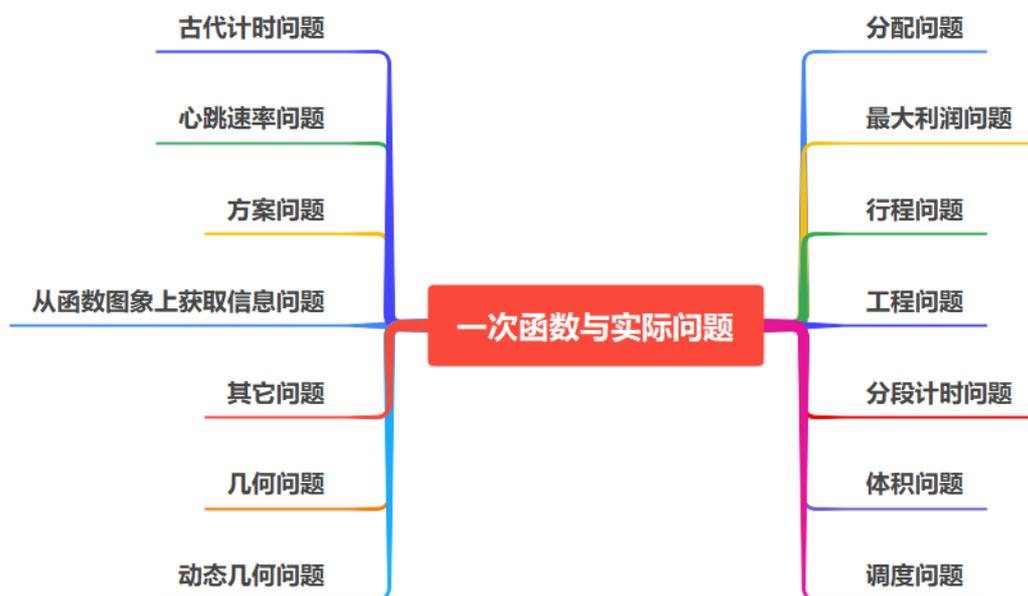


## 考点清单 6-2 一次函数与实际应用

### (1 个考点梳理+14 种题型解读+提升训练)



## 考点清单

应用一次函数解决实际问题时，首先，要判断问题中的两个变量之间是否是一次函数关系；其次，当确定是一次函数关系时，可先求出一次函数解析式，再应用一次函数的相关知识去解决与其相关的实际问题。

### 1. 判断两个变量之间是不是一次函数关系的步骤：

- 1) 通过实验、测量获得数量足够多的两个变量的对应值；
- 2) 建立适当的平面直角坐标系，画出图像；
- 3) 观察图像特征，判断函数的类型。

### 2. 建立一次函数解析式的常用方法

- 1) 根据基本的量之间存在的关系列函数解析式；
- 2) 若题目中已明确给出两个变量的函数关系，则可用待定系数法求出函数解析式；

用一次函数解决问题的关键是建立数学模型，数学建模的关键是将实际问题数学化，从而得到解决问题的最佳方案、最佳策略。在建模的过程中，为了既合乎实际问题又能求解，这就要求在诸多因素中抓住主要因素进行抽象化简，而这一过程恰是我们的分析、抽象、综合、表达能力的体现。函数建模最困难的环节是将实际情景通过数学转化为什么样的函数模型。

### 3. 一次函数应用问题的求解思路：

- 1) 建立一次函数模型→求出一一次函数解析式→结合函数解析式、函数性质求解;
- 2) 在实际生活问题中, 如何应用函数知识解题, 关键是建立函数模型, 即列出符合题意的函数解析式, 然后根据函数的性质综合方程(组)、不等式(组)及图像求解. 要注意结合实际, 确定自变量的取值范围, 这是应用中的难点, 也是中考的热门考点;
- 3) 分析问题的实际背景中包含的变量及对应关系, 结合一次函数的解析式及图像, 通过比较函数值的大小等, 寻求解决问题的最佳方案, 体会函数作为一种数学模型在分析解决实际问题中的重要作用.

## 题型清单

### 【考点题型一】分配问题

1. (22-23 八年级上·江苏盐城·期末) 学校准备购进一批甲、乙两种办公桌若干张, 并且每买 1 张办公桌必须买 2 把椅子, 椅子每把 100 元; 若学校购进 20 张甲种办公桌和 15 张乙种办公桌共花费 24000 元; 购买 10 张甲种办公桌比购买 5 张乙种办公桌多花费 2000 元.

(1) 求甲、乙两种办公桌每张各多少元?

(2) 若学校购买甲乙两种办公桌共 40 张, 且甲种办公桌数量不多于乙种办公桌数量的 3 倍, 请你给出一种费用最少的方案.

2. (22-23 八年级上·江苏盐城·阶段练习) 某班为参加学校的大课间活动比赛, 准备购进一批跳绳, 已知 2 根 A 型跳绳和 1 根 B 型跳绳共需 26 元, 1 根 A 型跳绳和 2 根 B 型跳绳共需 28 元.

(1) 求一根 A 型跳绳和一根 B 型跳绳的售价各是多少元?

(2) 学校准备购进这两种型号的跳绳共 40 根, 并且 A 型跳绳的数量不多于 B 型跳绳数量的 3 倍, 请设计出最省钱的购买方案, 并说明理由.

3. (2022·广东深圳·中考真题) 某学校打算购买甲乙两种不同类型的笔记本. 已知甲种类型的笔记本的单价比乙种类型的要便宜 1 元, 且用 110 元购买的甲种类型的数量与用 120 元购买的乙种类型的数量一样.

(1) 求甲乙两种类型笔记本的单价.

(2) 该学校打算购买甲乙两种类型笔记本共 100 件, 且购买的乙的数量不超过甲的 3 倍, 则购买的最低费用是多少?

4. (2022·江苏泰州·二模) 溱湖水产远近闻名, 尤其是鱼饼和虾球, 堪称溱湖双璧, 小明家前后两次购买鱼饼和虾球馈赠亲友, 第一次购买鱼饼 4 盒, 虾球 2 盒, 共花费 180 元; 第二次购买鱼饼 2 盒, 虾球 3 盒, 共花费 210 元, 两次购买单价不变.

(1) 求鱼饼和虾球每盒各多少元?

(2)若小明家计划再次购买鱼饼和虾球两种礼品共 6 盒，且要求虾球的数量不少于鱼饼数量的一半，请设计出最省钱的方案，并求出最少费用。

【考点题型二】最大利润问题

5. (23-24 八年级上·江苏盐城·期末) 某手机专卖店销售一台  $A$  型手机的销售利润为 100 元，销售一台  $B$  型手机的销售利润为 150 元，该专卖店计划一次购进两种型号的手机共 20 台，其中  $B$  型手机的进货量不超过  $A$  型手机的 3 倍，设购进  $A$  型手机  $x$  台，这 20 台手机的销售总利润为  $y$  元。

(1)求  $y$  关于  $x$  的函数表达式；

(2)该专卖店购进  $A$  型手机、 $B$  型手机各多少台，才能使销售总利润最大？最大利润为多少？

6. (23-24 八年级上·江苏扬州·期末) 无人机制造商“大疆创新科技”享誉全球。该公司旗下无人机配件销售部现有  $A$  和  $B$  两种配件，它们的进价和售价如表。用 15000 元可购进  $A$  产品 50 件和  $B$  产品 25 件。(利润 = 售价 - 进价)

种类	$A$ 种配件	$B$ 种配件
进价 (元/件)	$a$	80
售价 (元/件)	300	100

(1)求  $A$  种配件进价  $a$  的值。

(2)若该配件销售部购进  $A$  种配件和  $B$  种配件共 300 件，据市场销售分析， $B$  种配件进货件数不低于  $A$  种配件件数的 2 倍。如何进货才能使本次销售获得的利润最大？最大利润是多少元？

7. (23-24 八年级上·重庆沙坪坝·期末) 爆竹声中一岁除，春风送暖入屠苏。随着春节即将到来，家家户户贴春联，挂灯笼，欢天喜地迎新年。重庆某百货超市计划购进春联和灯笼这两种商品。已知第一次购进 5 个灯笼和 4 副春联花费 185 元，第二次购进 3 个灯笼和 8 幅春联花费 195。

(1)求每个灯笼和每副春联的进价各是多少元？

(2)由于灯笼和春联畅销，超市决定第三次用不超过 5900 元的资金购进灯笼和春联这两种商品共 300 件，其中春联的数量不多于灯笼的数量的 3 倍，且灯笼和春联的进价保持不变。若每个灯笼的售价为 30 元，每副春联的售价为 25 元，在销售中灯笼有 3% 的损坏，春联有 6% 的损坏。若第三次购进的灯笼和春联全部售出（损坏的灯笼和春联不能售出），请问当第三次购进灯笼多少个时，可使本次销售获得最大利润，最大利润是多少元？

8. 某商店销售 10 台  $A$  型和 20 台  $B$  型电脑的利润为 4000 元，销售 20 台  $A$  型和 10 台  $B$  型电脑的利润为 3500 元。

(1)求每台  $A$  型电脑和  $B$  型电脑的销售利润；

(2)该商店计划一次购进两种型号的电脑共 100 台，其中  $B$  型电脑的进货量不超过  $A$  型电脑的 2 倍。设购进  $A$  型

电脑 $x$ 台，这100台电脑的销售总利润为 $y$ 元.

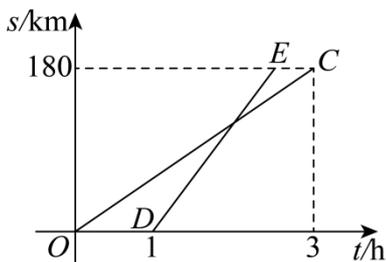
①求 $y$ 关于 $x$ 的函数关系式;

②该商店购进A型、B型电脑各多少台, 才能使销售总利润最大.

(3)实际进货时, 厂家对A型电脑出厂价下调 $m(0 < m < 100)$ 元, 且限定商店最多购进A型电脑70台.若商店保持两种电脑的售价不变, 请你根据以上信息及(2)中的条件, 设计出使这100台电脑的销售总利润最大的进货方案.

**【考点题型三】行程问题**

9. (23-24 八年级上·江苏南京·期末) 一辆货车和一辆轿车先后从A地出发沿同一直道去B地. 已知A、B两地相距180km, 轿车的速度为120km/h, 图中OC、DE分别表示货车、轿车离A地的距离 $s$  (km) 与时间 $t$  (h) 之间的函数关系.

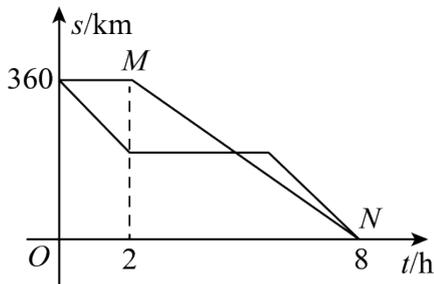


(1)货车的速度是\_\_\_\_\_ km/h;

(2)求两车相遇时离A地的距离;

(3)在轿车行驶过程中, 当 $t =$ \_\_\_\_\_ h时, 两车相距20km.

10. (23-24 八年级上·江苏南京·期末) 甲、乙两家快递公司都要将货物从A地派送至B地. 甲公司运输车要先在A地的集货中心拣货, 然后直接发往B地. 乙公司运输车从A地出发后, 先到达位于A、B两地之间的C地休息, 再以原速驶往B地. 两车离B地的距离 $s$ (km)与乙公司运输车所用时间 $t$ (h)的关系如图所示. 已知两车均沿同一道路匀速行驶, 且同时到达B地.



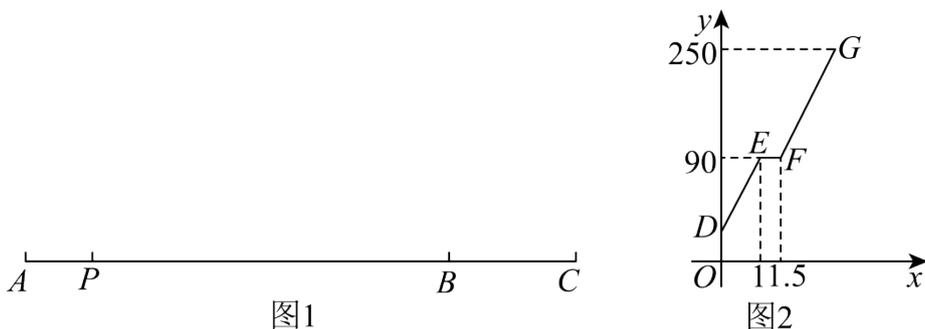
(1)A地与B地之间的距离为\_\_\_\_\_ km.

(2)求线段MN对应的函数表达式.

(3)已知C地距离A地160km, 当 $t$ 为何值时, 甲、乙两公司运输车相距80km?

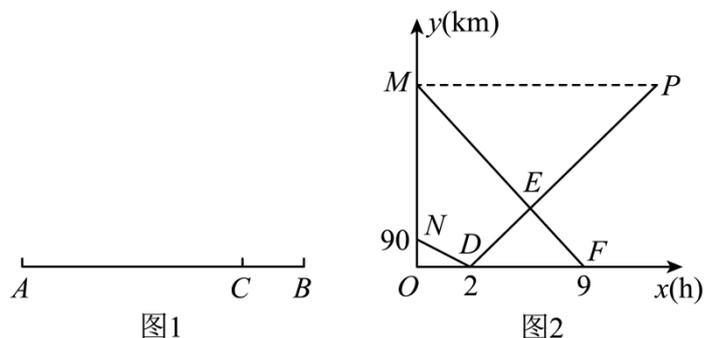
11. (21-22 八年级上·江苏宿迁·期末) 如图1, 公路上依次有A、B、C三个汽车站,  $AB = 250$ km,  $BC = 60$ km, 一辆汽车8:00从离A站10km的P地出发, 向C

站匀速行驶，途中休息一段时间后，按原速继续前进，当到达  $B$  站时接到通知，要求中午12:00准时到达  $C$  站，设汽车出发  $x$  小时后离  $A$  站  $y$  km，图2中折线  $DEFG$  表示接到通知前  $y$  与  $x$  之间的函数关系。



- (1)根据图象可知，休息前汽车行驶的速度为\_\_\_\_\_千米/时；
- (2)求线段  $FG$  所表示的  $y$  与  $x$  之间的函数关系式；
- (3)接到通知后，汽车仍按原速行驶，能否准时到达？请说明理由。

12. (22-23 八年级下·江苏南通·期中) 如图1,  $A, B$  两地相距630km, 在  $A, B$  之间有汽车站  $C$  站, 客车由  $A$  地驶向  $C$  站、货车由  $B$  地驶向  $A$  地, 两车同时出发, 匀速相向行驶, 图2是客车、货车离  $C$  站的路程  $y_1, y_2$  (单位: km) 与行驶时间  $x$  (单位: h) 之间的函数关系图象。



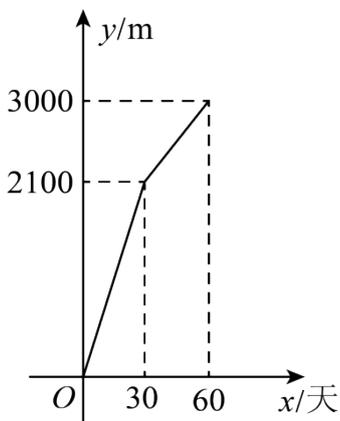
- (1)客车的速度为\_\_\_\_\_ km/h: 货车的速度为\_\_\_\_\_ km/h:
- (2)求两小时后，货车离  $C$  站的路程  $y_2$  与行驶时间  $x$  之间的函数关系式；
- (3)求图2中点  $E$  的坐标。

**【考点题型四】工程问题**

13. (2024 七年级下·四川成都·专题练习) 有一项工程，若请甲工程队单独做需4个月完成，每月要耗资9万元；若请乙工程队单独做需6个月完成，每月耗资5万元。

- (1)请问甲、乙两工程队合作需几个月完成？耗资多少万元？
- (2)现要求最迟5个月完成此项工程即可，请你设计一种方案，既保证按时完成任务，又最大限度节省资金。

14. (23-24 八年级上·陕西西安·期末) 甲、乙两个工程组同时挖掘延西高铁某段隧道, 两组每天挖掘长度均保持不变, 合作一段时间后, 乙组因维修设备而停工, 甲组单独完成了剩下的任务, 甲、乙两组挖掘的长度之和 $y(m)$ 与甲组挖掘时间 $x$ (天)之间的关系如图所示.



(1) 当 $30 \leq x \leq 60$ 时, 求甲、乙两组挖掘的长度之和 $y(m)$ 与甲组挖掘时间 $x$ (天)之间的函数关系式;

(2) 当 $y = 2400$ 时, 甲组挖掘了多少天?

15. (23-24 八年级下·全国·课后作业) 在国道 202 公路改建工程中, 某路段长 4000m, 由甲、乙两个工程队拟在 30 天内 (含 30 天) 合作完成. 已知两个工程队各有 10 名工人 (设甲、乙两个工程队的工人全部参与改建, 两工程队内每人每天的工作量相同). 甲工程队 1 天、乙工程队 2 天共修路 200m; 甲工程队 2 天、乙工程队 3 天共修路 350m.

(1) 试问甲、乙两个工程队每天分别修路多少米?

(2) 已知甲工程队每天的施工费用为 0.6 万元, 乙工程队每天的施工费用为 0.35 万元, 要使该工程的施工费用最低, 甲、乙两队需各做多少天? 最低费用为多少?

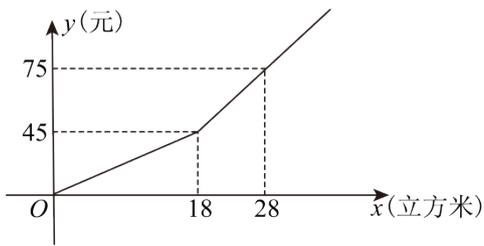
16. (22-23 八年级下·重庆九龙坡·期中) 某地计划修建一条长 36 千米的乡村公路, 已知甲工程队修路的速度是乙工程队修路速度的 1.5 倍, 乙工程队单独完成本次修路任务比甲工程队单独完成多 20 天.

(1) 求甲、乙两个工程队每天各修路多少千米?

(2) 已知甲工程队修路费用为 25 万元/千米, 乙工程队修路费用为 20 万元/千米. 甲工程队先单独修路若干天后, 接到其它任务需要离开, 剩下的工程由乙工程队单独完成. 若要使修路总时间不超过 55 天, 总费用不超过 820 万元, 且甲工程队所修路程需为整数, 请问共有几种修路方案? 哪种方案最省钱?

#### 【考点题型五】分段计费问题

17. (22-23 八年级上·江苏无锡·阶段练习) 某市规定了每月用水 18 立方米以内 (含 18 立方米) 和用水 18 立方米以上两种不同的收费标准, 该市的用户每月应交水费  $y$  (元) 与用水量  $x$  (立方米) 之间的函数关系如图所示.



- (1)当用水 18 立方米以上时，求  $y$  与  $x$  之间的函数关系式。  
 (2)若小敏家某月交水费 81 元，求这个月用水量为多少立方米。

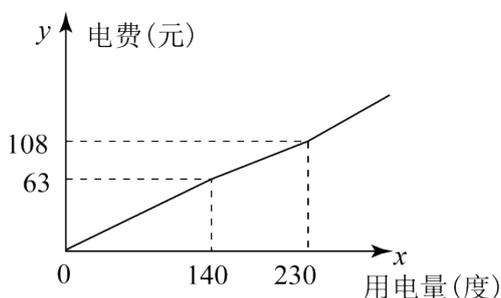
18. (23-24 八年级上·江西九江·期中) 某市为了鼓励居民节约用电，采用分段计费的方法按月计算每户家庭的电费。月用电量不超过 200 千瓦时时，按 0.6 元/千瓦时计费；月用电量超过 200 千瓦时时，其中的 200 千瓦时仍按 0.6 元/千瓦时计费，超过部分按 0.65 元/千瓦时计费。设每户家庭的月用电量为  $x$  千瓦时时，应交电费  $y$  元。

- (1)当月用电量不超过 200 千瓦时时， $y$  与  $x$  的函数关系式为 \_\_\_\_\_；  
 当月用电量超过 200 千瓦时时， $y$  与  $x$  的函数关系式为 \_\_\_\_\_。  
 (2)小新家十月份的用电量为 160 千瓦时，求他家十月份应交电费多少元。  
 (3)小明家十月份交电费 146 元，求他家十月份用电多少千瓦时。

19. (22-23 八年级上·陕西咸阳·期中) 某出租车公司采用分段计费的方法来计算乘车费用，收费规则为：行车距离不超过 3km 时，只收起步价 8 元；行车距离超过 3km 时，每增加 1km，加收 1.2 元（不足 1km 的按 1km 算）。

- (1)当行车距离  $x$ (km) 大于 3km 时，请写出乘车费用  $y$  (元) 与行车距离  $x$ (km) 之间的函数关系式；  
 (2)若乘车费用总计为 29.6 元时，请计算行车的最远距离。

20. (20-21 八年级上·江苏徐州·阶段练习) 为促进节能减排，倡导节约用电，某市将实行居民生活用电阶梯电价方案，图中的折线反映了每户居民每月用电电费  $y$  (单位：元) 与用电量  $x$  (单位：度) 间的函数关系。



- (1)根据图象，阶梯电价方案分为三个档次，填写下表：

档次	第一档	第二档	第三档
每月用电量 $x$ (度)	$0 < x \leq 140$		

- (2)小明家某月用电 70 度，需交电费 \_\_\_\_\_ 元，

(3)求第二档每月电费 $y$ (元)与用电量 $x$ (单位:度)之间的函数表达式;

(4)在每月用电量超过230度时,每度电比第二档多 $m$ 元,小刚家某月用电290度,缴纳电费153元,求 $m$ 的值.

【考点题型六】调度问题

21. (22-23 八年级上·江苏泰州·阶段练习) 我市某镇组织20辆汽车装运完  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三种脐橙共100吨到外地销售. 按计划, 20辆车都要装运, 每辆汽车只能装运同一种脐橙. 且必须装满, 根据下表组织的信息, 解答以下问题.

脐橙品种	$A$	$B$	$C$
每辆汽车运载量 (吨)	6	5	4
每吨脐橙获利 (元)	1200	1600	1000

(1)设转运  $A$  种脐橙的车辆数为  $x$ , 转运  $B$  种脐橙的车辆数为  $y$ , 求  $y$  与  $x$  的函数表达式;

(2)如果转运每种脐橙的车辆数都不少于 4, 那么车辆的安排方案有几种?

(3)若要使此次销售获利最大, 应采用哪种安排方案? 并求出此时最大利润的值.

22. (2024·河南信阳·一模) 西亚电器公司新进了 40 台空调机, 60 台冰箱, 计划调配给下属的甲、乙两个连锁店销售, 其中 70 台给甲店, 30 台给乙店. 两个连锁店销售这两种电器每台的利润 (元) 如下表.

	空调机	冰箱
甲连锁店	200	170
乙连锁店	160	150

设公司调配给甲店空调机  $x$  台.

(1)则调配给甲店冰箱\_\_\_\_\_台; 调配给乙店空调机\_\_\_\_\_台, 冰箱\_\_\_\_\_台; (用含  $x$  的代数式表示)

(2)若公司卖出这 100 台电器的总利润为  $y$  (元), 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并直接写出  $x$  的取值范围;

(3)为了促销, 公司决定仅把甲店的空调机每台让利 25 元, 其他销售利润不变, 当  $x$  的值为\_\_\_\_\_时, 总利润最大, 最大值为\_\_\_\_\_.

23. (22-23 八年级下·重庆长寿·期末) 某商业集团新进了 40 台空调机, 60 台电冰箱, 计划调配给下属的甲、乙两个连锁店销售, 其中 70 台给甲连锁店, 30 台给乙连锁店. 两个连锁店销售这两种电器每台的利润 (元) 如下表:

	空调机	电冰箱
甲连锁店	200	170
乙连锁店	160	150

设集团调配给甲连锁店 $x$ 台空调机，集团卖出这 100 台电器的总利润为 $y$ （元）。

(1)求 $y$ 关于 $x$ 的函数关系式，并求出 $x$ 的取值范围；

(2)为了促销，集团决定仅对甲连锁店的空调机每台让利 $a$ 元销售，其它的销售利润不变，并且让利后每台空调机的利润仍然高于甲连锁店销售的每台电冰箱的利润，问该集团应该如何设计调配的方法，使总利润达到最大？最大利润为多少？

24.（22-23 八年级上·安徽宣城·期中）某商业集团准备购进  $A$ ， $B$  两款口袋打印机在甲、乙两个商场进行销售，这两款口袋打印机每台的利润如表：

打印机 利润 商场	甲商场	乙商场
$A$ 款（元/台）	95	60
$B$ 款（元/台）	70	45

为迎接双十二，该商业集团新进了 40 台  $A$  款，60 台  $B$  款调配给甲，乙两个商场，其中 70 台给甲商场，30 台给乙商场。

(1)设该集团调配给甲商场  $A$  款 $x$ 台，求总利润 $y$ 与 $x$ 的函数关系式。

(2)①若这 100 台口袋打印机全部销售出去，如何调配才能让商业集团的利润最大，并求出利润的最大值。

②为了促销，该商业集团决定对甲商场的  $A$  款， $B$  款每台分别让利 $a$ 元和 $b$ 元（ $5 \leq b \leq 8$ ），其他销售利润不变，当天结算时发现销售总利润与调配方案无关。当总利润最大时，求此时 $a$ 的值。

**【考点题型七】心跳速率问题**

25.（22-23 七年级上·广东深圳·期中）人在运动时的心跳速率通常和人的年龄有关。如果用  $a$  表示一个人的年龄，用  $b$  表示正常情况下这个人在运动时所能承受的每分钟心跳的最高次数，那么  $b = 0.8(220 - a)$ 。

(1)正常情况下，在运动时一个 14 岁的少年所能承受的每分钟心跳的最高次数是多少？

(2)一个 45 岁的人运动时 10 秒钟心跳的次数为 22 次，请问他有危险吗？

(3)某人今年  $a$  岁，经过 10 年他的最高心跳次数变化了多少？

26.（23-24 七年级上·河南郑州·阶段练习）人在运动时心跳速率通常和人的年龄有关，用 $x$ 表示一个人的年龄，用 $y$ 表示正常情况下这个人在运动时所能承受的每分钟心跳的最高次数，则 $y = 0.8(220 - x)$

(1)正常情况下，一个 15 岁的学生运动时所能承受的每分钟心跳的最高次数是多少？

(2) 当一个 15 岁学生长到而立之年时 (30 岁), 他运动时所能承受的每分钟心跳最高次数有何变化? 变化次数是多少?

(3) 一个 50 岁的人运动时, 10 秒心跳次数为 22 次, 请问他有危险吗? 为什么?

**【考点题型八】古代计时问题**

27. (24-25 八年级上·陕西西安·期中) 某学校 STEAM 社团在进行项目化学习时, 根据古代的沙漏模型 (如图) 制作了一套“沙漏计时装置”, 该装置由沙漏和精密电子秤组成, 精密电子秤上放置盛沙容器. 沙子缓慢匀速地从沙漏孔漏到精密电子称上的容器内, 可以通过读取精密电子秤的读数计算时间 (假设沙子足够). 实验小组通过观察, 发现精密电子秤的读数  $y$  (g) 与漏沙时间  $t$  (h) 满足一次函数关系, 下表中列出了  $t$  与  $y$  的几组对应值:



漏沙时间 $t$ (h)	0	2	4	6	8
精密电子秤读数 $y$ (g)	6	18	30	42	54

(1) 请你根据表格求出精密电子秤读数与漏沙时间之间的函数表达式:

(2) 若本次实验开始记录的时间是上午 7:30, 那么当精密电子秤的读数为 72 g 时, 其所对应的时间是几点?

28. (23-24 八年级上·四川成都·期末) 漏刻是中国古代的一种计时工具. 中国最早的漏刻出现在夏朝时期, 在宋朝时期, 中国漏刻的发展达到了巅峰, 其精确度和稳定性得到了极大的提高. 漏刻的工作原理是利用均匀水流导致的水位变化来显示时间. 水从上面漏壶源源不断地补充给下面的漏壶, 再均匀地流入最下方的箭壶, 使得壶中有刻度的小棍匀速升高, 从而取得比较精确的时刻. 某学习小组复制了一个漏刻模型, 研究中发现小棍露出的部分  $y$  (厘米) 是时间  $x$  (分钟) 的一次函数, 且当时间  $x = 0$  分钟时,  $y = 2$  厘米. 表中是小明记录的部分数据, 其中有一个  $y$  的值记录错误.

$x$ (分钟)	.....	10	20	30	40
$y$ (厘米)	.....	2.6	3.2	3.6	4.4

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/438040050044007010>