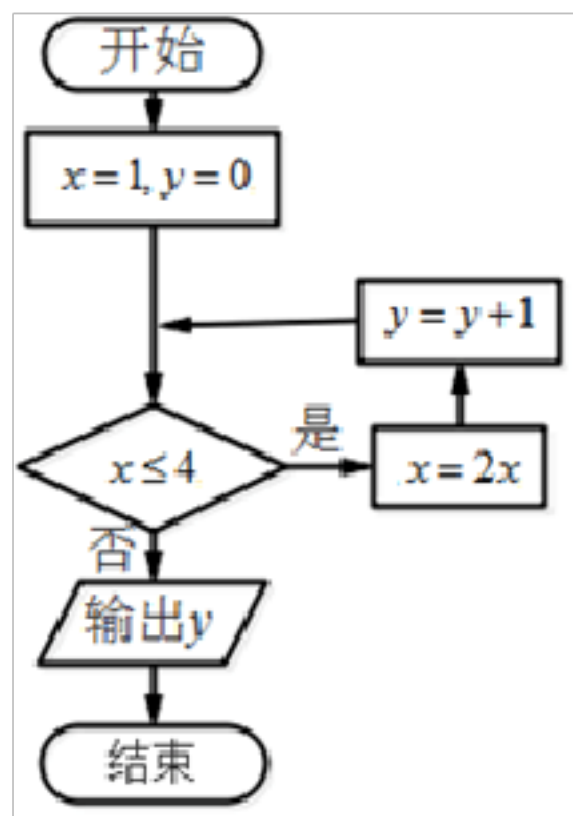


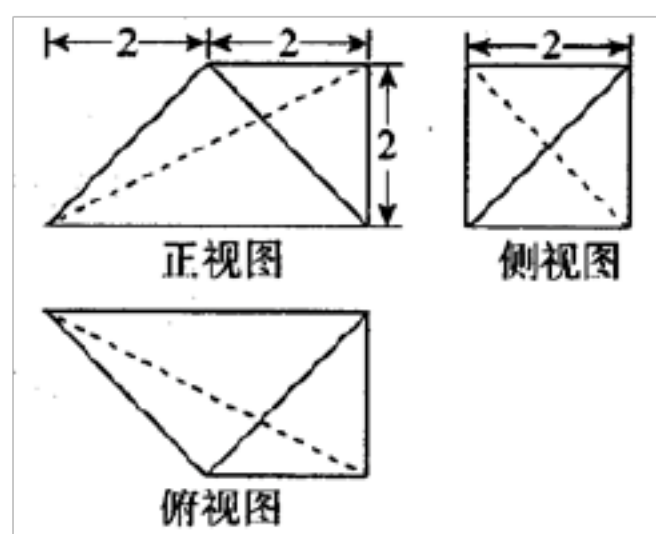
- A. $8-6i$ B. $8+6i$ C. $-8+6i$ D. $-8-6i$

7. 如图是一个算法流程图，则输出的结果是（ ）



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

8. 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥的体积为（ ）



- A. $\frac{11}{3}$ B. 4
C. $\frac{13}{3}$ D. 5

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 4x+3, & x \leq 0 \\ 2x + \log_9 x^2 - 9, & x > 0 \end{cases}$ ，则函数 $y = f(f(x))$ 的零点所在区间为（ ）

- A. $(3, \frac{7}{2})$ B. $(-1, 0)$ C. $(\frac{7}{2}, 4)$ D. $(4, 5)$

10. 已知数列 $a_1, \frac{a_2}{a_1}, \frac{a_3}{a_2}, \dots, \frac{a_n}{a_{n-1}}$ 是首项为 8，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列，则 a_3 等于（ ）

- A. 64 B. 32 C. 2 D. 4

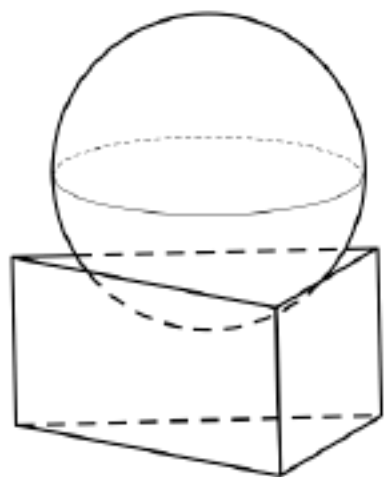
11. 若 $0 < a < b < 1$ ，则 $ab, ba, \log_b a, \log_{\frac{1}{a}} b$ 的大小关系为（ ）

- A. $ab > ba > \log_b a > \log_{\frac{1}{a}} b$ B. $ba > ab > \log_{\frac{1}{a}} b > \log_b a$

C. $\log_b a > ab > b^a > \log_{\frac{1}{a}} b$

D. $\log_b a > b^a > ab > \log_{\frac{1}{a}} b$

12. 如图所示，直三棱柱的高为 4，底面边长分别是 5，12，13，当球与上底面三条棱都相切时球心到下底面距离为 8，则球的体积为 ()



A. $\frac{160\sqrt{5}\pi}{3}$

B. $\frac{64\sqrt{2}\pi}{3}$

C. $\frac{96\sqrt{3}\pi}{3}$

D. $\frac{256\sqrt{2}\pi}{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 齐王与田忌赛马，田忌的上等马优于齐王的中等马，劣于齐王的上等马，田忌的中等马优于齐王的下等马，劣于齐王的中等马，田忌的下等马劣于齐王的下等马. 现从双方的马匹中随机选一匹进行一场比赛，则田忌的马获胜的概率为_____.

14. 已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, $a = \sqrt{2}$, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $b = \sqrt{6}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

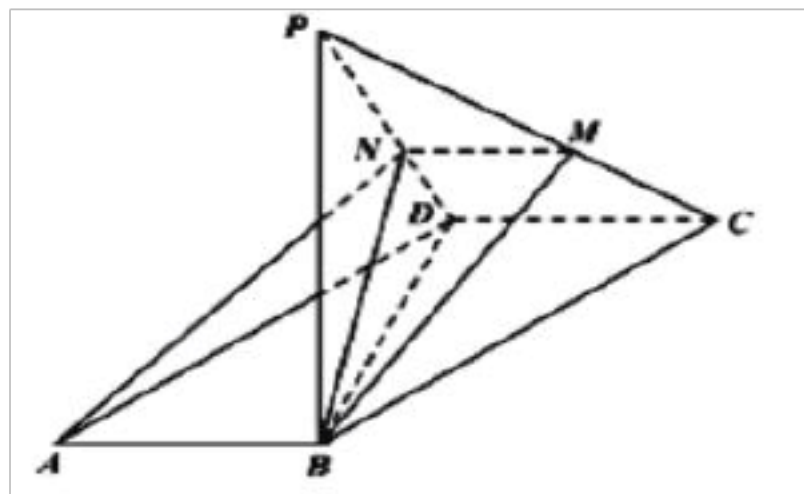
15. 已知集合 $A = \{2, 5\}$, $B = \{3, 5\}$, 则 $A \cup B =$ _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, B, C 的坐标分别为 $(-2\sqrt{2}, 0)$, $(2\sqrt{2}, 0)$, 且满足 $\sin B - \sin C = \frac{\sqrt{2}}{2} \sin A$, O 为坐标原点,

若点 P 的坐标为 $(4, 0)$, 则 $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AP}$ 的取值范围为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， $AD = 2AB$ ， $\angle A = 60^\circ$ ，现沿对角线 BD 将 $\triangle ABD$ 折起，使点 A 到达点 P ，点 M, N 分别在直线 PC, PD 上，且 A, B, M, N 四点共面。

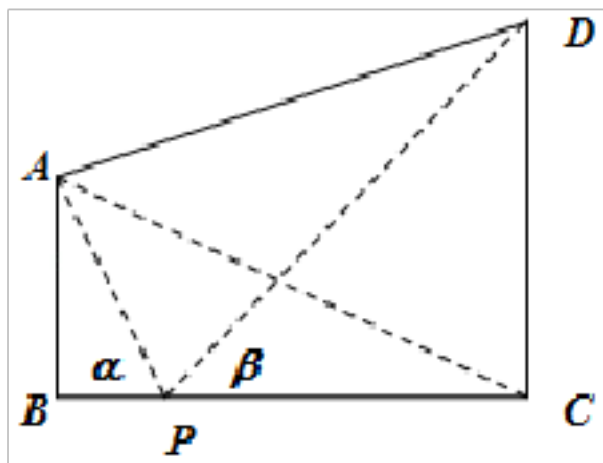


(1) 求证： $MN \perp BD$ ；

(2) 若平面 $PBD \perp$ 平面 BCD ，二面角 $M - AB - D$ 平面角大小为 30° ，求直线 PC 与平面 BMN 所成角的正弦值 .

18. (12 分) 如图，两座建筑物 AB, CD 的底部都在同一个水平面上，且均与水平面垂直，它们的高度分别是 $10m$ 和

20m, 从建筑物 AB 的顶部 A 看建筑物 CD 的视角 $\angle CAD=60^\circ$.



(1) 求 BC 的长度;

(2) 在线段 BC 上取一点 P (点 P 与点 B, C 不重合), 从点 P 看这两座建筑物的视角分别为 $\angle APB=\alpha, \angle DPC=\beta$, 问点 P 在何处时, $\alpha+\beta$ 最小?

19. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - ae^x - 2a^2x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (12分) 传染病的流行必须具备的三个基本环节是: 传染源、传播途径和人群易感性. 三个环节必须同时存在, 方能构成传染病流行. 呼吸道飞沫和密切接触传播是新型冠状病毒的主要传播途径, 为了有效防控新型冠状病毒的流行, 人们出行都应该佩戴口罩. 某地区已经出现了新型冠状病毒的感染病人, 为了掌握该地区居民的防控意识和防控情况, 用分层抽样的方法从全体居民中抽出一个容量为 **100** 的样本, 统计样本中每个人出行是否会佩戴口罩的情况, 得到下面列联表:

	戴口罩	不戴口罩
青年人	50	10
中老年人	20	20

(1) 能否有 **99.9%** 的把握认为是否会佩戴口罩出行的行为与年龄有关?

(2) 用样本估计总体, 若从该地区出行不戴口罩的居民中随机抽取 **5** 人, 求恰好有 **2** 人是青年人的概率.

附:
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

$P(K^2 \geq k)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k	2.706	3.841	6.635	10.828

21. (12分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha} \\ y = \frac{2\sin\alpha}{1-\cos\alpha} \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}).$$
 以 O 为极点, x 轴的正半轴为极

轴建立极坐标系, 直线 l 的极坐标方程为 $\theta = \theta_0 (\theta_0 \in (0, \pi))$, 将曲线 C_1 向左平移 2 个单位长度得到曲线 C .

(1) 求曲线 C 的普通方程和极坐标方程;

(2) 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}$ 的取值范围.

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \sqrt{3}\cos\alpha \\ y = \sin\alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数}),$$
 以坐标原点 O 为极点, x 轴

的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho \cos\theta + \rho \sin\theta + 4 = 0$.

(1) 求曲线 C_1 的普通方程和曲线 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若点 P 在曲线 C_1 上, 点 Q 在曲线 C_2 上, 求 $|PQ|$ 的最小值及此时点 P 的坐标.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

依照偶函数的定义, 对定义域内的任意实数, $f(-x) = f(x)$, 且定义域关于原点对称, $a-1 = -2a$, 即可得解.

【详解】

根据偶函数的定义域关于原点对称, 且 $f(x)$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数,

得 $a-1 = -2a$, 解得 $a = \frac{1}{3}$, 又 $f(-x) = f(x)$,

$\therefore b = 0$, $\therefore a+b = \frac{1}{3}$. 故选 B.

【点睛】

本题考查偶函数的定义, 对定义域内的任意实数, $f(-x) = f(x)$; 奇函数和偶函数的定义域必然关于原点对称, 定义域区间两个端点互为相反数.

2、B

【解析】

结合函数的对应性，利用充分条件和必要条件的定义进行判断即可。

【详解】

解：若 $x_0 = 4$ ，则 $f(x_0) = f(4) = 17$ ，即 $y_0 = 17$ 成立，

若 $f(x) = x^2 + 1$ ，则由 $f(x_0) = y_0 = 17$ ，得 $x_0 = \pm 4$ ，

则“ $y_0 = 17$ ”是“ $x_0 = 4$ ”的必要不充分条件，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，结合函数的对应性是解决本题的关键，属于基础题。

3、B

【解析】

根据三视图还原直观图如下图所示，几何体的体积为正方体的体积减去四棱锥的体积，即可求出结论。

【详解】

如下图是还原后的几何体，是由棱长为 2 的正方体挖去一个四棱锥构成的，

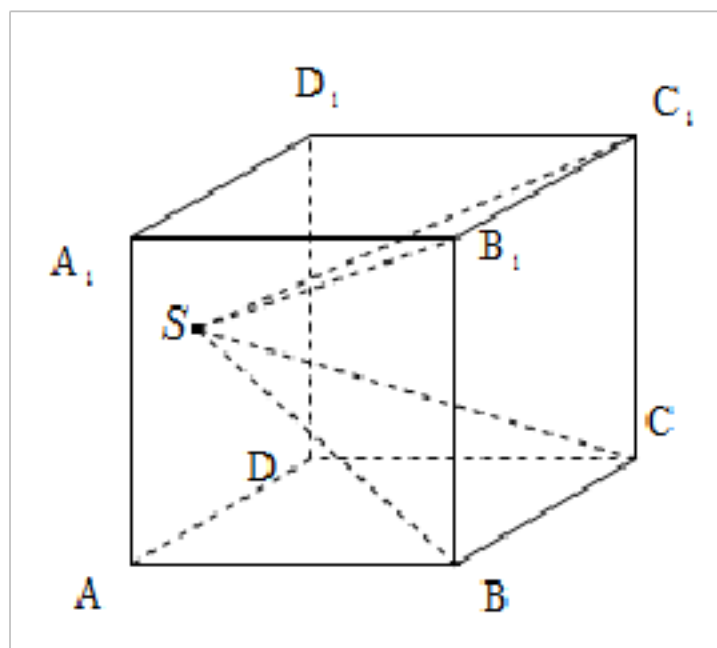
正方体的体积为 8，四棱锥的底面是边长为 2 的正方形，

顶点 O 在平面 ADD_1A_1 上，高为 2，

所以四棱锥的体积为 $\frac{1}{3} \times 4 \times 2 = \frac{8}{3}$ ，

所以该几何体的体积为 $8 - \frac{8}{3} = \frac{16}{3}$ 。

故选：B.



【点睛】

本题考查三视图求几何体的体积，还原几何体的直观图是解题的关键，属于基础题。

4、D

【解析】

先根据已知条件求解出 $\{a_n\}$ 的通项公式，然后根据 $\{a_n\}$ 的单调性以及 $a_1 > 0$ 得到 a_1 满足的不等关系，由此求解出 a_1 的取值范围。

【详解】

$$\text{由已知得 } \frac{1}{a_n} - 1 = \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}, \text{ 则 } a_n = \frac{1}{\left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 1}.$$

因为 $a_1 > 0$ ，数列 $\{a_n\}$ 是单调递增数列，

$$\text{所以 } a_{n+1} > a_n > 0, \text{ 则 } \frac{1}{\left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^n + 1} > \frac{1}{\left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + 1},$$

$$\text{化简得 } 0 < \left(\frac{1}{a_1} - 1\right) \frac{1}{3} < \frac{1}{a_1} - 1, \text{ 所以 } 0 < a_1 < 1.$$

故选：D.

【点睛】

本题考查数列通项公式求解以及根据数列单调性求解参数范围，难度一般. 已知数列单调性，可根据 a_n, a_{n+1} 之间的大小关系分析问题。

5、D

【解析】

根据线面平行和面面平行的性质，可判定 A；由线面平行的判定定理，可判断 B；C 中可判断 α, β 所成的二面角为 90° ；D 中有可能 $n \subset \alpha$ ，即得解。

【详解】

选项 A：若 $m // \alpha, \alpha // \beta$ ，根据线面平行和面面平行的性质，有 $m // \beta$ 或 $m \subset \beta$ ，故 A 正确；

选项 B：若 $m // n, m // \alpha, n \not\subset \alpha$ ，由线面平行的判定定理，有 $n // \alpha$ ，故 B 正确；

选项 C：若 $m \perp n, m \perp \alpha, n \perp \beta$ ，故 α, β 所成的二面角为 90° ，则 $\alpha \perp \beta$ ，故 C 正确；

选项 D，若 $m \perp n, m \perp \alpha$ ，有可能 $n \subset \alpha$ ，故 D 不正确。

故选：D

【点睛】

本题考查了空间中的平行垂直关系判断，考查了学生逻辑推理，空间想象能力，属于中档题。

6、B

【解析】

分析：利用 $i^2 = -1$ 的恒等式，将分子、分母同时乘以 i ，化简整理得 $\frac{z}{z_2} = 8 + 6i$

详解： $\frac{z}{z_2} = \frac{6-8i}{-i} = \frac{6i-8i^2}{-i^2} = 8+6i$ ，故选 B

点睛：复数问题是高考数学中的常考问题，属于得分题，主要考查的方面有：复数的分类、复数的几何意义、复数的模、共轭复数以及复数的乘除运算，在运算时注意 $i^2 = -1$ 符号的正、负问题。

7、A

【解析】

执行程序框图，逐次计算，根据判断条件终止循环，即可求解，得到答案。

【详解】

由题意，执行上述的程序框图：

第 1 次循环：满足判断条件， $x = 2, y = 1$ ；

第 2 次循环：满足判断条件， $x = 4, y = 2$ ；

第 3 次循环：满足判断条件， $x = 8, y = 3$ ；

不满足判断条件，输出计算结果 $y = 3$ ，

故选 A。

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的结果的计算与输出，其中解答中执行程序框图，逐次计算，根据判断条件终止循环是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题。

8、B

【解析】

还原几何体的直观图，可将此三棱锥 $A-CD_1E$ 放入长方体中，利用体积分割求解即可。

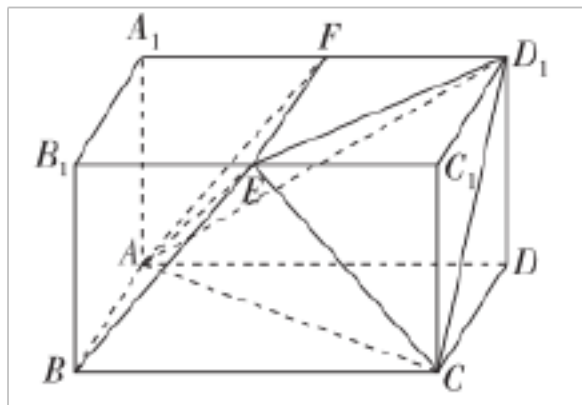
【详解】

如图，三棱锥的直观图为 $A-CD_1E$ ，体积

$$V_{A-CD_1E} = V_{\text{长方体}AC_1D_1E} - V_{BB_1E-AA_1F} - V_{E-ABC} - V_{E-CC_1D_1} - V_{E-AD_1F} - V_{D_1-ADC}$$

$$= 2 \times 4 \times 2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times 2 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = 4.$$

故选:B.



【点睛】

本题主要考查了锥体的体积的求解,利用的体积分割的方法,考查了空间想象力及计算能力,属于中档题.

9、A

【解析】

首先求得 $x \leq 0$ 时, $f(x)$ 的取值范围. 然后求得 $x > 0$ 时, $f(x)$ 的单调性和零点, 令 $f(f(x)) = 0$, 根据“ $x \leq 0$ 时, $f(x)$ 的取值范围”得到 $f(x) = 2^x + \log_3 x - 9 = 3$, 利用零点存在性定理, 求得函数 $y = f(f(x))$ 的零点所在区间.

【详解】

当 $x \leq 0$ 时, $3 < f(x) \leq 4$.

当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 2^x + \log_9 x^2 - 9 = 2^x + \log_3 x - 9$ 为增函数, 且 $f(3) = 0$, 则 $x = 3$ 是 $f(x)$ 唯一零点. 由于“当 $x \leq 0$ 时, $3 < f(x) \leq 4$.”, 所以

令 $f(f(x)) = 0$, 得 $f(x) = 2^x + \log_3 x - 9 = 3$, 因为 $f(3) = 0 < 3$,

$$f\left(\frac{7}{2}\right) = 8\sqrt{2} + \log_3 \frac{7}{2} - 9 > 8 \times 1.414 + \log_3 3 - 9 = 3.312 > 3,$$

所以函数 $y = f(f(x))$ 的零点所在区间为 $\left(3, \frac{7}{2}\right)$.

故选: A

【点睛】

本小题主要考查分段函数的性质, 考查符合函数零点, 考查零点存在性定理, 考查函数的单调性, 考查化归与转化的数学思想方法, 属于中档题.

10、A

【解析】

根据题意依次计算得到答案.

【详解】

根据题意知: $a_1 = 8$, $\frac{a_2}{a_1} = 4$, 故 $a_2 = 32$, $\frac{a_3}{a_2} = 2$, $a_3 = 64$.

故选: A.

【点睛】

本题考查了数列值的计算, 意在考查学生的计算能力.

11、D

【解析】

因为 $0 < a < b < 1$, 所以 $1 > b^a > a^a > a^b > 0$,

因为 $\log_b a > \log_b b > 1$, $0 < a < 1$, 所以 $\frac{1}{a} > 1$, $\log_{\frac{1}{a}} b < 0$.

综上 $\log_b a > b^a > a^b > \log_{\frac{1}{a}} b$; 故选 D.

12、A

【解析】

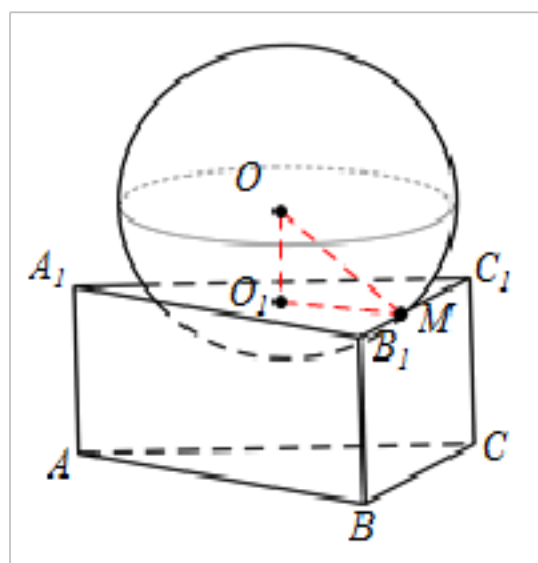
设球心为 O , 三棱柱的上底面 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 的内切圆的圆心为 O_1 , 该圆与边 $B_1 C_1$ 切于点 M , 根据球的几何性质可得 $\triangle O O_1 M$ 为直角三角形, 然后根据题中数据求出圆 O_1 半径, 进而求得球的半径, 最后可求出球的体积.

【详解】

如图, 设三棱柱为 $ABC - A_1 B_1 C_1$, 且 $AB = 12, BC = 5, AC = 13$, 高 $AA_1 = 4$.

所以底面 $\triangle A_1 B_1 C_1$ 为斜边是 $A_1 C_1$ 的直角三角形, 设该三角形的内切圆为圆 O_1 , 圆 O_1 与边 $B_1 C_1$ 切于点 M ,

则圆 O_1 的半径为 $O_1 M = \frac{12 + 5 - 13}{2} = 2$.



设球心为 O , 则由球的几何知识得 $\triangle O O_1 M$ 为直角三角形, 且 $OO_1 = 8 - 4 = 4$,

所以 $OM = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$,

即球 O 的半径为 $2\sqrt{5}$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/445220012244011132>