目录

等比数列·例题解析

【例 1】 已知 S_n 是数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$S_n=p^n$($p\in\mathbf{R}$，$n\in N^*$)，那么数列$\{a_n\}$.

[ ]

A．是等比数列

B．当 $p\neq 0$ 时是等比数列

C．当 $p\neq 0$，$p\neq 1$ 时是等比数列

D．不是等比数列

分析 由 $S_n=p^n(n\in N^*)$，有 $a_1=S_1=p$，并且当 $n\geqslant 2$ 时，

$a_n=S_n-S_{n-1}=p^n-p^{n-1}=(p-1)p^{n-1}$

故$a_2=(p-1)p$，因此数列$\{a_n\}$成等比数列 $\Leftrightarrow \begin{cases} p\neq 0 \\ p-1\neq 0 \\ \dfrac{(p-1)p^{n-1}}{(p-2)p^{n-2}}=\dfrac{p(p-1)}{p} \end{cases}$

但满足此条件的实数 p 是不存在的，故本题应选 D.

说明 数列$\{a_n\}$成等比数列的必要条件是 $a_n\neq 0(n\in N^*)$，还要注意对任$n\in N^*$，$n\geqslant 2$，$\dfrac{a_n}{a_{n-1}}$都为同一常数是其定义规定的准确含义.

【例 2】 已知等比数列 1，x_1，x_2，…，x_{2n}，2，求 $x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot\cdots\cdot x_{2n}$.

解 ∵1，x_1，x_2，…，x_{2n}，2 成等比数列，公比 q

$\therefore 2=1\cdot q^{2n+1}$

$x_1x_2x_3\cdots x_{2n}=q\cdot q^2\cdot q^3\cdots q^{2n}=q^{1+2+3+\cdots+2n}$

$=q^{\frac{2n(1+2n)}{2}}=q^{n(2n+1)}=2^n$

【例3】 等比数列$\{a_n\}$中，(1)已知$a_2=4$，$a_5=-\dfrac{1}{2}$，求通项公式；(2)已知 $a_3\cdot a_4\cdot a_5=8$，求 $a_2a_3a_4a_5a_6$ 的值.

解 (1)$a_5=a_2q^{5-2}$ $\therefore q=-\dfrac{1}{2}$

$\therefore a_n=a_2q^{n-2}=4(-\dfrac{1}{2})^{n-2}=(-\dfrac{1}{2})^{n-4}$

(2)$\because a_3\cdot a_5=a_4^2$ $a_3\cdot a_4\cdot a_5=a_4^3=8$

$\therefore a_4=2$

又$a_2a_6=a_3a_5=a_4^2$

$\therefore a_2a_3a_4a_5a_6=a_4^5=32$

【例 4】 已知 $a>0$，$b>0$ 且 $a\neq b$，在 a，b 之间插入 n 个正数 x_1，x_2，…，x_n，使得 a，x_1，x_2，…，x_n，b 成等比数列，求

证$\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}<\dfrac{a+b}{2}$.

证明 设这 $n+2$ 个数所成数列的公比为 q，则 $b=aq^{n+1}$

$\therefore q^{n+1}=\dfrac{b}{a}$

$\therefore \sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}=\sqrt[n]{aqaq^2\cdots aq^n}=aq^{\frac{n+1}{2}}$

$=\sqrt{ab}<\dfrac{a+b}{2}$

【例 5】 设 a、b、c、d 成等比数列，求证：$(b-c)^2+(c-a)^2+(d-b)^2=(a-d)^2$.

证法一 ∵a、b、c、d 成等比数列

$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{b}{c}=\dfrac{c}{d}$

$\therefore b^2=ac$，$c^2=bd$，$ad=bc$

∴左边$=b^2-2bc+c^2+c^2-2ac+a^2+d^2-2bd+b^2$

$=2(b^2-ac)+2(c^2-bd)+(a^2-2bc+d^2)$

$=a^2-2ad+d^2$

$=(a-d)^2=$右边

证毕.

证法二 ∵a、b、c、d 成等比数列，设其公比为 q，则：

$b=aq$，$c=aq^2$，$d=aq^3$

∴左边$=(aq-aq^2)^2+(aq^2-a)^2+(aq^3-aq)^2$

$=a^2-2a^2q^3+a^2q^6$

$=(a-aq^3)^2$

$=(a-d)^2=$右边

证毕．

说明　这是一个等比数列与代数式的恒等变形相综合的题目．证法一是抓住了求证式中右边没有 b、c 的特点，走的是利用等比的条件消去左边式中的 b、c 的路子．证法二则是把 a、b、c、d 统一化成等比数列的基本元素 a、q 去解决的．证法二稍微麻烦些，但它所用的统一成基本元素的方法，却较证法一的方法具有普遍性．

【例 6】　求数列的通项公式：

(1)$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_{n+1}=3a_n+2$

(2)$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=5$，且 $a_{n+2}-3a_{n+1}+2a_n=0$

思路：转化为等比数列．

解　(1)$a_{n+1}=3a_n+2\Rightarrow a_{n+1}+1=3(a_n+1)$

$\therefore\{a_n+1\}$是等比数列

$\therefore a_n+1=3\cdot 3^{n-1}$　$\therefore a_n=3^n-1$

(2)$a_{n+2}-3a_{n+1}+2a_n=0\Rightarrow a_{n+2}-a_{n+1}=2(a_{n+1}-a_n)$

$\therefore\{a_{n+1}-a_n\}$是等比数列，即

$a_{n+1}-a_n=(a_2-a_1)\cdot 2^{n-1}=3\cdot 2^{n-1}$

再注意到 $a_2-a_1=3$，$a_3-a_2=3\cdot 2^1$，$a_4-a_3=3\cdot 2^2$，…，$a_n-a_{n-1}=3\cdot 2^{n-2}$，这些等式相加，即可以得到

$$a_n=3[1+2+2^2+\cdots+2^{n-2}]=3\cdot\frac{2^{n-1}-1}{2-1}=3(2^{n-1}-1)$$

说明　解题的关键是发现一个等比数列，即化生疏为已知．(1)中发现$\{a_n+1\}$是等比数列，(2)中发现$\{a_{n+1}-a_n\}$是等比数列，这也是通常说的化归思想的一种体现．

【例7】　若实数a_1、a_2、a_3、a_4都不为零，且满足$(a_1^2+a_2^2)a_4^2-2a_2(a_1+a_3)a_4+a_2^2+a_3^2=0$求证：$a_1$、$a_2$、$a_3$成等比数列，且公比为$a_4$．

证　$\because a_1$、a_2、a_3、a_4 均为不为零的实数

$\therefore(a_1^2+a_2^2)x^2-2a_2(a_1+a_3)x+a_2^2+a_3^2=0$为实系数一元二次方程

等式$(a_1^2+a_2^2)a_4^2-2a_2(a_1+a_3)a_4+a_2^2+a_3^2=0$说明上述方程有实数根$a_4$．

$\therefore$上述方程的判别式$\Delta\geqslant 0$，即

$[-2a_2(a_1+a_3)]^2-4(a_1^2+a_2^2)(a_2^2+a_3^2)$

$=-4(a_2^2-a_1a_3)^2\geqslant 0$

$\therefore(a_2^2-a_1a_3)^2\leqslant 0$

又$\because a_1$、a_2、a_3 为实数

$\therefore(a_2^2-a_1a_3)^2\geqslant 0$

必有$a_2^2-a_1a_3=0$即$a_2^2=a_1a_3$

因而 a_1、a_2、a_3 成等比数列

$$又\because a_4=\frac{2a_2(a_1+a_3)}{2(a_1^2+a_2^2)}=\frac{a_2(a_1+a_3)}{a_1^2+a_1a_3}=\frac{a_2}{a_1}$$

$\therefore a_4$ 即为等比数列 a_1、a_2、a_3 的公比.

【例 8】 若 a、b、c 成等差数列，且 a＋1、b、c 与 a、b、c＋2 都成等比数列，求 b 的值.

解 设 a、b、c 分别为 b－d、b、b＋d，由已知 b－d＋1、b、b＋d 与 b－d、b、b＋d＋2 都成等比数列，有

$$\begin{cases} b^2=(b-d+1)(b+d) & ① \\ b^2=(b-d)(b+d+2) & ② \end{cases}$$

整理，得

$$\begin{cases} b^2=b^2-d^2+b+d \\ b^2=b^2-d^2+2b-2d \end{cases}$$

$\therefore b+d=2b-2d$ 即 $b=3d$

代入①，得

$9d^2=(3d-d+1)(3d+d)$

$9d^2=(2d+1)\cdot 4d$

解之，得 $d=4$ 或 $d=0$(舍)

$\therefore b=12$

【例 9】 已知等差数列$\{a_n\}$的公差和等比数列$\{b_n\}$的公比都是 d，又知 $d\neq 1$，且 $a_4=b_4$，$a_{10}=b_{10}$：

(1)求 a_1 与 d 的值；

(2)b_{16} 是不是$\{a_n\}$中的项？

思路：运用通项公式列方程

解 (1)由 $\begin{cases} a_4=b_4 \\ a_{10}=b_{10} \end{cases}\Rightarrow\begin{cases} a_1+3d=a_1d^3 \\ a_1+9d=a_1d^9 \end{cases}$

$$\Rightarrow\begin{cases} a_1(1-d^3)=-3d \\ a_1(1-d^9)=-9d \end{cases}$$

$$\Rightarrow d^6+d^3-2=0$$

$$\Rightarrow d_1=1(舍)或d_2=\sqrt[3]{-2}$$

$$\therefore a_1=-d=\sqrt[3]{2} \qquad d=-\sqrt[3]{2}$$

(2)$\because b_{16}=b_1\cdot d^{15}=-32b_1$

且$a_4 = a_1 + 3d = -2\sqrt[3]{2} = b_4$

$b_4 = b_1 \cdot d^3 = -2b_1 = -2\sqrt[3]{2}$

$\therefore b_1 = a_1 = \sqrt[3]{2}$

$\therefore b_{16} = -32b_1 = -32a_1$，如果 b_{16} 是$\{a_n\}$中的第 k 项，则

$-32a_1 = a_1 + (k-1)d$

$\therefore (k-1)d = -33a_1 = 33d$

$\therefore k=34$ 即 b_{16} 是$\{a_n\}$中的第 34 项.

【例10】 设$\{a_n\}$是等差数列，$b_n = (\frac{1}{2})^{a_n}$，已知$b_1 + b_2 + b_3 = \frac{21}{8}$，$b_1b_2b_3 = \frac{1}{8}$，求等差数列的通项.

解 设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，则 $a_n = a_1 + (n-1)d$

$\therefore b_n = (\frac{1}{2})^{a_1+(n-1)d}$

$b_1b_3 = (\frac{1}{2})^{a_1} \cdot (\frac{1}{2})^{a_1+2d} = (\frac{1}{2})^{2(a_1+d)} b_2^2$

由$b_1b_2b_3 = \frac{1}{8}$，解得$b_2^3 = \frac{1}{8}$，解得$b_2 = \frac{1}{2}$，代入已知条件

$$\begin{cases} b_1b_2b_3 = \frac{1}{8} \\ b_1 + b_2 + b_3 = \frac{21}{8} \end{cases} \text{整理得} \begin{cases} b_1b_3 = \frac{1}{4} \\ b_1 + b_3 = \frac{17}{8} \end{cases}$$

解这个方程组，得

$b_1 = 2$，$b_3 = \frac{1}{8}$或$b_1 = \frac{1}{8}$，$b_3 = 2$

$\therefore a_1 = -1$，$d=2$ 或 $a_1 = 3$，$d = -2$

$\therefore$当 $a_1 = -1$，$d=2$ 时，$a_n = a_1 + (n-1)d = 2n-3$

当 $a_1 = 3$，$d=2$ 时，$a_n = a_1 + (n-1)d = 5-2n$

【例 11】 三个数成等比数列，若第二个数加 4 就成等差数列，再把这个等差数列的第 3 项加 32 又成等比数列，求这三个数.

解法一 按等比数列设三个数，设原数列为 a，aq，aq^2

由已知：a，aq＋4，aq^2 成等差数列

即：$2(aq+4) = a + aq^2$

①

a，aq＋4，aq^2+32 成等比数列

即：$(aq+4)^2 = a(aq^2+32)$

$\Rightarrow aq + 2 = 4a$ ②

①，②两式联立解得：$\begin{cases} a = 2 \\ q = 3 \end{cases}$或$\begin{cases} a = \dfrac{2}{9} \\ q = -5 \end{cases}$

∴这三数为：2，6，18或$\dfrac{2}{9}$，$-\dfrac{10}{9}$，$\dfrac{50}{9}$.

解法二　按等差数列设三个数，设原数列为 b－d，b－4，b＋d
由已知：三个数成等比数列

即：$(b-4)^2=(b-d)(b+d)$

$\Rightarrow 8b - d^2 = 16$ ①

b－d，b，b＋d＋32 成等比数列

即 $b^2=(b-d)(b+d+32)$

$\Rightarrow 32b - d^2 - 32d = 0$ ②

①、②两式联立，解得：$\begin{cases} b = \dfrac{26}{9} \\ d = \dfrac{8}{3} \end{cases}$或$\begin{cases} b = 10 \\ d = 8 \end{cases}$

∴三数为$\dfrac{2}{9}$，$-\dfrac{10}{9}$，$\dfrac{50}{9}$或2，6，18.

解法三　任意设三个未知数，设原数列为 a_1，a_2，a_3
由已知：a_1，a_2，a_3 成等比数列

得：$a_2^2 = a_1 a_3$ ①

a_1，a_2＋4，a_3 成等差数列
得：$2(a_2+4)=a_1+a_3$

②

a_1，a_2＋4，a_3＋32 成等比数列

得：$(a_2+4)^2=a_1(a_3+32)$

③

①、②、③式联立，解得：$\begin{cases} a_1 = \dfrac{2}{9} \\ a_2 = -\dfrac{10}{9} \\ a_3 = \dfrac{50}{9} \end{cases}$ 或$\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 6 \\ a_3 = 18 \end{cases}$

说明　将三个成等差数列的数设为 $a-d$，a，$a+d$；将三个成等比数列的数设为 a，aq，aq^2（或 $\frac{a}{q}$，a，aq）是一种常用技巧，可起到简化计算过程的作用．

【例 12】　有四个数，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，并且第一个数与第四个数的和是 16，第二个数与第三个数的和是 12，求这四个数．

分析　本题有三种设未知数的方法

方法一　设前三个数为 $a-d$，a，$a+d$，则第四个数由已知条件可推得：$\frac{(a+d)^2}{a}$

方法二　设后三个数为 b，bq，bq^2，则第一个数由已知条件推得为 $2b-bq$．

方法三　设第一个数与第二个数分别为 x，y，则第三、第四个数依次为 $12-y$，$16-x$．

由这三种设法可利用余下的条件列方程组解出相关的未知数，从而解出所求的四个数，

解法一　设前三个数为 $a-d$，a，$a+d$，则第四个数为 $\frac{(a+d)^2}{a}$．

依题意，有 $\begin{cases} a-d+\frac{(a+d)^2}{a}=16 \\ a+(a+d)=12 \end{cases}$

解方程组得：$\begin{cases} a_1=4 \\ d_1=4 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a_2=9 \\ d_2=-6 \end{cases}$

所求四个数为：0，4，8，16 或 15，9，3，1．

解法二　设后三个数为：b，bq，bq^2，则第一个数为：$2b-bq$

依题意有：$\begin{cases} 2b-bq+bq^2=16 \\ b+bq=12 \end{cases}$

解方程组得：$\begin{cases} b_1=4 \\ q_1=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} b_2=9 \\ q_2=\frac{1}{3} \end{cases}$

所求四个数为：0，4，8，16 或 15，9，3，1．

解法三　设四个数依次为 x，y，$12-y$，$16-x$．

依题意有 $\begin{cases} x+(12-y)=2y \\ y\cdot(16-x)=(12-y)^2 \end{cases}$

解方程组得：$\begin{cases}x_1=0\\y_1=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x_2=15\\y_2=9\end{cases}$

这四个数为 0，4，8，16 或 15，9，3，1．

【例 13】 已知三个数成等差数列，其和为 126；另外三个数成等比数列，把两个数列的对应项依次相加，分别得到 85，76，84．求这两个数列．

解 设成等差数列的三个数为 b－d，b，b＋d，由已知，b－d＋b＋b＋d=126

∴b=42

这三个数可写成 42－d，42，42＋d．

再设另三个数为 a，aq，aq^2．由题设，得

$$\begin{cases}a+42-d=85\\ap+42=76\\aq^2+42+d=84\end{cases}$$

整理，得 $\begin{cases}a-d=43 & ①\\aq=34 & ②\\aq^2+d=42 & ③\end{cases}$

解这个方程组，得

$a_1=17$ 或 $a_2=68$

当 a=17 时，q=2，d=－26

当$a=68$时，$q=\dfrac{1}{2}$，$d=25$

从而得到：成等比数列的三个数为 17，34，68，此时成等差的三个数为 68，42，16；或者成等比的三个数为 68，34，17，此时成等差的三个数为 17，42，67．

【例 14】 已知在数列$\{a_n\}$中，a_1、a_2、a_3 成等差数列，a_2、a_3、a_4 成等比数列，a_3、a_4、a_5 的倒数成等差数列，证明：a_1、a_3、a_5 成等比数列．

证明 由已知，有

$2a_2=a_1+a_3$

①

$a_3^2=a_2\cdot a_4$ ②

$\dfrac{2}{a_4}=\dfrac{1}{a_3}+\dfrac{1}{a_5}$ ③

由③，得$a_4=\dfrac{2a_3\cdot a_5}{a_3+a_5}$

由①，得$a_2=\dfrac{a_1+a_3}{2}$代入②，得

$$a_3^2=\frac{a_1+a_3}{2}\cdot\frac{2a_3\cdot a_5}{a_3+a_5}$$

整理，得$a_3=\dfrac{a_5(a_1+a_2)}{a_3+a_5}$

即　$a_3(a_3+a_5)=a_5(a_1+a_3)$

$a_3^2+a_3a_5=a_1a_5+a_3a_5$

$\therefore a_3^2=a_1\cdot a_5$

所以a_1、a_3、a_5成等比数列．

【例15】　已知$(b-c)\log_m x+(c-a)\log_m y+(a-b)\log_m z=0$．

(1)设a，b，c依次成等差数列，且公差不为零，求证：x，y，z成等比数列．

(2)设正数x，y，z依次成等比数列，且公比不为1，求证：a，b，c成等差数列．

证明　(1)∵a，b，c成等差数列，且公差$d\neq 0$

$\therefore b-c=a-b=-d$，$c-a=2d$

代入已知条件，得：$-d(\log_m x-2\log_m y+\log_m z)=0$

$\therefore \log_m x+\log_m z=2\log_m y$

$\therefore y^2=xz$

∵x，y，z均为正数

∴x，y，z成等比数列

(2)∵x，y，z成等比数列且公比$q\neq 1$

$\therefore y=xq$，$z=xq^2$代入已知条件得：

$(b-c)\log_m x+(c-a)\log_m xq+(a-b)\log_m xq^2=0$

变形、整理得：$(c+a-2b)\log_m q=0$

$\because q\neq 1$　$\therefore \log_m q\neq 0$

$\therefore c+a-2b=0$　即$2b=a+c$

即a，b，c成等差数列

高一数学数列练习

【同步达纲练习】

一、选择题

1. 已知数列1，$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{3}$，…，$\frac{1}{n}$…，则其通项的表示为(　　)

A. $\{a_n\}$　　B. $\{\frac{1}{n}\}$　　C. $\frac{1}{n}$　　D. n

2. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_n=4^n-13\cdot 2^n+2$，则50是其(　　)

A. 第3项　　B. 第4项

C. 第5项　　D. 不是这个数列的项

3. 已知数列的通项公式$a_n=2^n-1$，则2047是这个数列的(　　)

A. 第10项　　B. 第11项　　C. 第12项　　D. 第13项

4. 数列-1，$\frac{8}{5}$，$-\frac{15}{7}$，$\frac{24}{9}$，…的通项公式是(　　)

A. $a_n=(-1)^n\frac{n^2+n}{2n+1}$　　B. $a_n=(-1)^n\frac{n(n+3)}{2n+1}$

C. $a_n=(-1)^n\frac{n^2+2n}{2n-1}$　　D. $a_n=(-1)^n\frac{n(n+2)}{2n+1}$

5. 在数列$a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n$，…的每相邻两项中插入3个数，使它们与原数列构成一个新数列，则新数列的第29项(　　)

A. 不是原数列的项　　B. 是原数列的第7项

C. 是原数列的第8项　　D. 是原数列的第9项

6. 已知数列的通项公式为$a_n=\frac{3n-1}{2n+1}$，则a_n与a_{n+1}的大小关系是(　　)

A. $a_n<a_{n+1}$　　B. $a_n>a_{n+1}$

C. $a_n=a_{n+1}$　　D. 大小不能确定

7. 数列$\{a_n\}$中，$a_n=-2n^2+29n+3$，则此数列的最大项的值是(　　)

A. 107　　B. 108　　C. $108\frac{1}{8}$　　D. 109

8. 数列1，3，6，10，15，…的通项公式a_n，等于(　　)

A. $n^2-(n-1)$　　B. $\frac{n(n-1)}{2}$　　C. $\frac{n(n+1)}{2}$　　D. n^2-2n+2

二、填空题

1. 数列$-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{9}$，$-\frac{1}{27}$，…的一个通项公式是________.

2. 数列1，1，2，2，3，3，…的一个通项公式是________.

3. 数列1×3，2×4，3×5，…，n(n+2)，…，问120是否是这个数列的项________

.若是，120 是第_________项.

4.已知数列｛a_n｝满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=pa_n+q$，且 $a_2=3$, $a_4=15$, 则 p=_________, q=_________.

5.一个数列的前 n 项之和是 n^n，则此数列的第 4 项为_________.

6.$-1\frac{3}{10}$，$4\frac{3}{20}$，$-7\frac{3}{40}$，$10\frac{3}{80}$，$-13\frac{3}{160}$，…的一个通项公式为_________.

三、解答题

1.已知数列｛a_n｝的通项 $a_n=\frac{n-1}{n(n+1)}$，$\frac{7}{20}$、$\frac{7}{120}$是不是这个数列的项?如果是，则是第几项?

2.写出以下数列的一个通项公式.

①$-\frac{1}{3}$，$\frac{6}{25}$，$-\frac{9}{49}$，$\frac{4}{27}$，$-\frac{15}{121}$…；　　②9，99，999，9999，99999，….

3.已知下列数列｛a_n｝的前 n 项和 S_n，求数列｛a_n｝的通项公式.

①$S_n=3+2^n$；　②$S_n=2n^2+n+3$

【素质优化训练】

1.已知数列的前 4 项如下，试写出下列各数列的一个通项公式：

(1) $\frac{1}{2}$，$\frac{1}{6}$，$\frac{1}{12}$，$\frac{1}{20}$；　　(2)-1，$\frac{3}{2}$，$-\frac{5}{4}$，$\frac{7}{8}$；

(3)0.9，0.99，0.999，0.9999；　　(4) $\frac{\sqrt{5}}{3}$，$\frac{\sqrt{10}}{8}$，$\frac{\sqrt{17}}{15}$，$\frac{\sqrt{26}}{24}$.

2.已知数列的通项公式为 $a_n=-0.3n^2+2n+7\frac{2}{3}$，求它的数值最大的项.

3. 若数列 $\{a_n\}$ 由 $a_1=2$，$a_{n+1}=a_n+2n(n\geq 1)$ 确定，求通项公式 a_n.

【生活实际运用】

参加一次国际商贸洽谈会的国际友人居住在西安某大楼的不同楼层内，该大楼共有n层，每层均住有参会人员.现要求每层指派一人，共n人集中到第k层开会，试问k如何确定，能使n位参加会议人员上、下楼梯所走路程总和最少?(假定相邻两层楼楼长都相等)

【知识探究学习】

某人从A地到B地乘坐出租车，有两种方案：第一种方案：利用起步价10元，每千米价为1.2元的汽车.第二种方案:租用起步价是8元，每千米价为4元的汽车.按出租车管理条例，在起步价内，不同型号车行驶的里程是相等的.则此人从A地到B地选择哪一种方案比较合适.

解：设起步价内行驶里程为a千米，A地到B地的距离是m千米.

当 $m\leq a$ 时，选起步价8元的出租车比较合适.

当 $m>a$ 时，设 $m=a+x(x>0)$

乘坐起步价10元的出租车费用为 $P(x)$ 元，乘坐起步价为8元的费用为 $Q(x)$ 元，

则：$P(x)=10+1.2x$

$Q(x)=8+1.4x$

令 $P(x)=Q(x)$ 得 $10+1.28+1.4x$ 解得 $x=10$(千米)

此时两种出租车任选.

当 $x>10$ 时，$P(x)-Q(x)=2-0.2x<0$，故 $P(x)<Q(x)$

此时选起步价为10元合适.

当 $x<10$ 时，$P(x)-Q(x)=2-0.2x>0$，故 $P(x)>Q(x)$

此时选起步价为8元的出租车合适.

参考答案:

【同步达纲练习】

一、1.C 2.B 3.B 4.D 5.C 6.A 7.B 8.C

二、1. $a_n=\dfrac{(-1)^n}{3^n}$ 2. $a_n=\begin{cases}\dfrac{n+1}{2}, n为奇数\\ \dfrac{n}{2}, n为偶数\end{cases}$ 3. 是，10 4. 2或-3，1或6

5. 229 6. $a_n=(-1)^n\left[(3n-2)+\dfrac{3}{10\bullet 2^{n-1}}\right]$

三、1. $\frac{7}{20}$不是｛a_n｝中的项，$\frac{7}{120}$是｛a_n｝中的第15项.

2. ①$a_n=(-1)^n\frac{3n}{(2n+1)^2}$；②$a_n=10^n-1$.

3. ①$a_n=\begin{cases}5 & (n=1)\\ 2^{n-1} & (n\geq 2)\end{cases}$　②$a_n=\begin{cases}6 & (n=1)\\ 4n-1 & (n\geq 2)\end{cases}$。

【素质优化训练】

1. 解：(1) $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$　(2) $a_n=(-1)^n\frac{2n-1}{2^n-1}$　(3) $a_n=1-(0.1)^n$　(4) $a_n=\frac{\sqrt{(n+1)^2+1}}{(n+1)^2-1}$

2. 最大的项为 $a_3=\frac{329}{30}$

3. $a_n=2+n(n+1)$

【生活实际运用】

当 n 为奇数时，取 $k=\frac{n+1}{2}$，S 最小；

当 n 为偶数时，取 $k=\frac{n}{2}$或$\frac{n+2}{2}$，S 最小

数列复习题

班级______　　姓名______　　学号_______

一、选择题

1、若数列$\{a_n\}$的通项公式是$a_n=2(n+1)+3$，则此数列　　(　　)

(A)是公差为 2 的等差数列　　(B)是公差为 3 的等差数列

(C) 是公差为 5 的等差数列　　(D)不是等差数列

2、等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3,a_{100}=36$,则 a_3+a_{98} 等于　　(　　)

(A)36　　(B)38　　(C)39　　(D)42

3、含 2n+1 个项的等差数列，其奇数项的和与偶数项的和之比为　　(　　)

(A) $\frac{2n+1}{n}$　　(B) $\frac{n+1}{n}$　　(C) $\frac{n-1}{n}$　　(D) $\frac{n+1}{2n}$

4、设等差数列的首项为 a,公差为 d，则它含负数项且只有有限个负数项的条件是　(　　)

(A)$a>0,d>0$　　(B)$a>0,d<0$　　(C)$a<0,d>0$　　(D)$a<0,d<0$

5、在等差数列$\{a_n\}$中，公差为 d，已知 $S_{10}=4S_5$，则 $\frac{a_1}{d}$ 是　　(　　)

(A) $\frac{1}{2}$　　(B)2　　(C) $\frac{1}{4}$　　(D)4

6、设$\{a_n\}$是公差为-2的等差数列，如果 $a_1+a_4+a_7+\cdots\cdots+a_{97}=50$，则 $a_3+a_6+a_9\cdots\cdots+a_{99}=$　(　　)

(A)182　　(B)-80　　(C)-82　　(D)-84

7、等差数列$\{a_n\}$ 中，$S_{15}=90$，则 $a_8=$　　(　　)

(A)3　　(B)4　　(C)6　　(D)12

8、等差数列$\{a_n\}$中，前三项依次为$\frac{1}{x+1},\frac{5}{6x},\frac{1}{x}$，则 $a_{101}=$　　(　　)

(A) $50\frac{1}{3}$　　(B) $13\frac{2}{3}$　　(C)24　　(D) $8\frac{2}{3}$

9、数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}$，已知它的前 n 项和为 $S_n=9$，则项数 n=

(　　)

(A)9　　(B)10　　(C)99　　(D)100

10、等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=450$，求 $a_2+a_8=$　　(　　)

(A)45　　(B)75　　(C)180　　(D)300

11、已知$\{a_n\}$是等差数列，且 $a_2+a_3+a_8+a_{11}=48$，则 $a_6+a_7=$　　(　　)

(A)12　　(B)16　　(C)20　　(D)24