

专题 11 一元二次方程

考点一：一元二次方程之相关概念

知识回顾

1. 一元二次方程的定义：

只含有一个未知数，且未知数的最高次数是 2 的整式方程是一元二次方程。

2. 一元二次方程的一般形式：

一元二次方程的一般形式为： $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 。其中 ax^2 是二次项， a 是二次项系数； bx 是一次项， b 是一次项系数； c 为常数项。

3. 一元二次方程的解：

使一元二次方程左右两边成立的未知数的值叫做一元二次方程的解，又叫做一元二次方程的根。

微专题

1. (2022·广东) 若 $x=1$ 是方程 $x^2 - 2x + a = 0$ 的根，则 $a =$ _____。

2. (2022·连云港) 若关于 x 的一元二次方程 $mx^2 + nx - 1 = 0 (m \neq 0)$ 的一个根是 $x=1$ ，则 $m+n$ 的值是 _____。

3. (2022·资阳) 若 a 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 的一个根，则 $2a^2 + 4a$ 的值是 _____。

4. (2022·遂宁) 已知 m 为方程 $x^2 + 3x - 2022 = 0$ 的根，那么 $m^3 + 2m^2 - 2025m + 2022$ 的值为 ()

A. -2022 B. 0 C. 2022 D. 4044

5. (2022·衢州) 将一个容积为 360cm^3 的包装盒剪开铺平，纸样如图所示。利用容积列出图中 x (cm) 满足的一元二次方程：_____ (不必化简)。

考点二：一元二次方程之解一元二次方程

知识回顾

1. 直接开方法解一元二次方程：

适用形式： $x^2 = p$ 或 $(x+a)^2 = p$ 或 $(ax+b)^2 = p$ (p 均大于等于 0)

① $x^2 = p$ 时，方程的解为： $x_1 = \sqrt{p}$ ， $x_2 = -\sqrt{p}$ 。

② $(x+a)^2 = p$ 时，方程的解为： $x_1 = \sqrt{p} - a$ ， $x_2 = -\sqrt{p} - a$ 。

③ $(ax+b)^2 = p$ 时，方程的解为： $x_1 = \frac{\sqrt{p-b}}{a}$ ， $x_2 = \frac{-\sqrt{p-b}}{a}$ 。

2. 配方法解一元二次方程：

运用公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$ 。

具体步骤：①化简——将方程化为一般形式并把二次项系数化为1。

②移项——把常数项移到等号右边。

③配方——两边均加上一次项系数一半的平方。

④开方——整理式子，利用完全平方方式开方降次得到两个一元一次方程。

⑤解一元一次方程即得到一元二次方程的根。

即：

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \\ \therefore x + \frac{b}{2a} &= \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x + \frac{b}{2a} = \frac{-\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

若 $b^2 - 4ac \geq 0$ ，则即可求得两根。

3. 公式法解一元二次方程：

(1) 根的判别式：由配方法可知， $b^2 - 4ac$ 即为一元二次方程根的判别式。用 Δ 表示。

① $\Delta = b^2 - 4ac > 0 \Leftrightarrow$ 方程有两个不相等的实数根。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/447116051144006161>