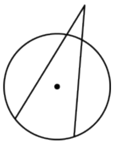
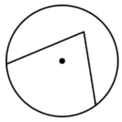
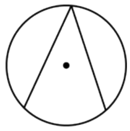
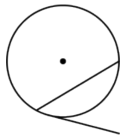
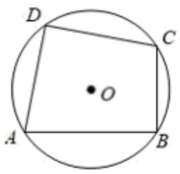
专题 2.15 圆周角（分层练习）（基础练）

一、单选题

1．下列图形中的角是圆周角的是（　）

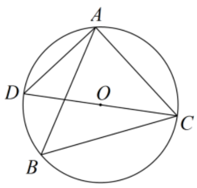
A．　　B．　　C．　　D．

2．如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，若 $\angle A=75°$，则 $\angle C$ 的度数是（　）



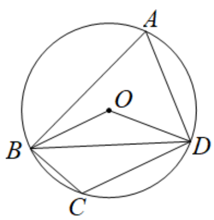
A．75°　　B．105°　　C．110°　　D．115°

3．如图，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，CD 是 $\odot O$ 的直径，$\angle ACD=40°$，则 $\angle B=$（　）



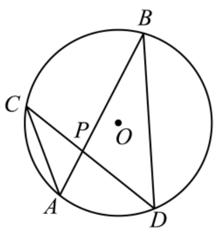
A．70°　　B．60°　　C．50°　　D．40°

4．如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$，连接 OB，OD，BD，若 $\angle C=110°$，则 $\angle OBD=$（　）



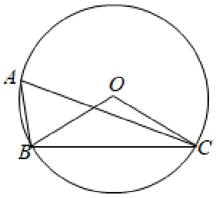
A．$15°$　　B．$20°$　　C．$25°$　　D．$30°$

5．如图，在 $\odot O$ 中，弦 AB,CD 相交于点 P，若 $\angle A=48°,\angle APD=80°$，则 $\angle B$ 的大小为（　）



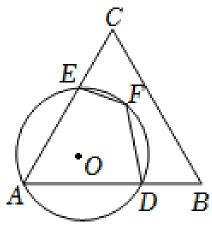
A．$32°$　　B．$42°$　　C．$52°$　　D．$62°$

6．如图，$\odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，$\angle BAC=60°$，若 $\odot O$ 的半径 OC 为 2，则弦 BC 的长为（　）



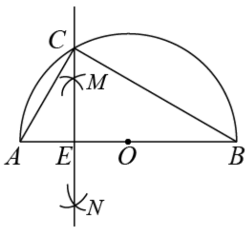
A．4　　　B．$2\sqrt{3}$　　　C．3　　　D．$\sqrt{3}$

7．如图所示，等边 $\triangle ABC$ 的顶点 A 在 $\odot O$ 上，边 AB、AC 与 $\odot O$ 分别交于点 D、E，点 F 是劣弧 $\overset{\frown}{DE}$ 上一点，且与 D、E 不重合，连接 DF、EF，则 $\angle DFE$ 的度数为（　）



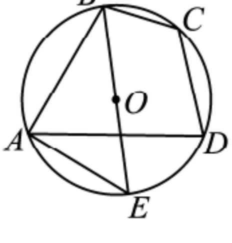
A．$115°$　　　B．$118°$　　　C．$120°$　　　D．$125°$

8．如图，线段 AB 是半圆 O 的直径。分别以点 A 和点 O 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AO$ 的长为半径作弧，两弧交于 M，N 两点，作直线 MN，交半圆 O 于点 C，交 AB 于点 E，连接 AC，BC，若 $AE=1$，则 BC 的长是（　）



A．$2\sqrt{3}$　　　B．4　　　C．6　　　D．$3\sqrt{2}$

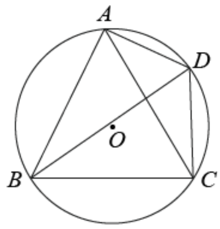
9．如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，BE 是 $\odot O$ 的直径，连接 AE．若 $\angle BCD=2\angle BAD$，则 $\angle DAE$ 的度数是（　）



A．$30°$　　　B．$35°$　　　C．$45°$　　　D．$60°$

10．如图，$\odot O$ 是等边 $\triangle ABC$ 的外接圆，点 D 是弧 AC 上一动点（不与 A，C 重合），下列结论：①

$\angle ADB=\angle BDC$；②$DA=DC$；③当DB最长时，$DB=2DC$；④$DA+DC=DB$，其中一定正确的结论有（　）

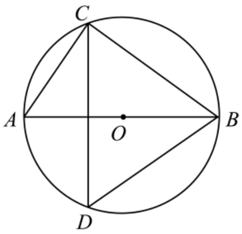


A．1个　　　　B．2个　　　　C．3个　　　　D．4个

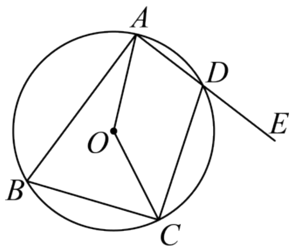
二、填空题

11．$\triangle ABC$中，$\angle C=30°$，$AB=3$，则$\triangle ABC$外接圆半径长为_____．

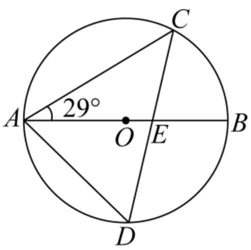
12．如图，$\triangle ABC$内接于$\odot O$，AB是$\odot O$的直径，点D是$\odot O$上一点，$\angle CDB=55°$，则$\angle ABC=$____°．



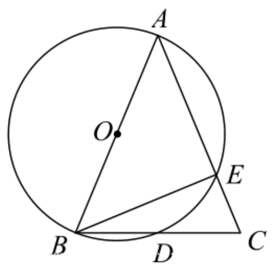
13．如图，四边形$ABCD$内接于$\odot O$，延长AD至点E，已知$\angle AOC=140°$，那么$\angle CDE=$_______°．



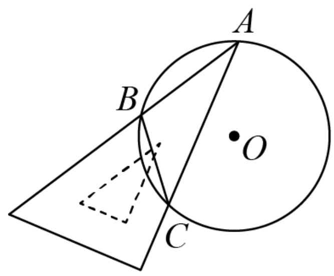
14．如图，AB是$\odot O$的直径，弦CD交AB于点E，连接AC，AD．若$\angle BAC=29°$，则$\angle D=$_____．



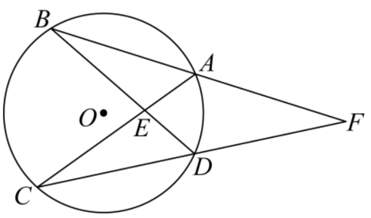
15．如图，已知AB为$\odot O$的直径，$AB=AC$，BC交$\odot O$于点D，AC交$\odot O$于点E，$\angle ACB=67°$．则$\angle EBC$的度数等于_______度．



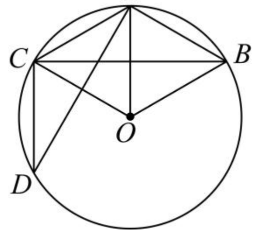
16．一块直角三角板的 $30°$ 角的顶点 A 落在 $\odot O$ 上，两边分别交 $\odot O$ 于 B 、 C 两点，若弦 $BC=1$ ，则 $\odot O$ 的半径为______.



17．如图，在$\odot O$中、三条劣弧AB、BC、CD的长都相等，弦AC与BD相交于点E，弦BA与CD的延长线相交于点F，且$\angle F=40°$，则$\angle AED$的度数为_____.



18．如图，在半径为3的$\odot O$中，点A是劣弧BC的中点，点D是优弧BC上一点，且$\angle D=30°$，则BC的长度是_________.

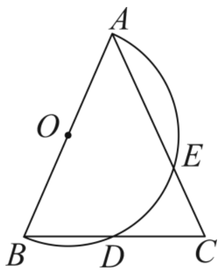


三、解答题

19．已知：如图，在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，以腰AB为直径作半圆O，分别交BC,AC于点D，E.

（1）求证：$BD=DC$.

（2）若$\angle BAC$=$40°$，求圆弧BD,DE,AE所对的圆心角的度数.

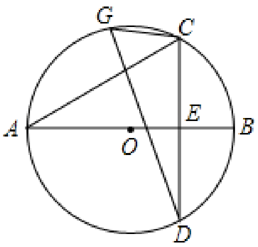


20．已知：如图，AB 是⊙O 的直径，弦 $CD\perp AB$ 于点 E，连结 CG，DG

（1）若$\angle A$＝25°，求弧 CD 的度数；

（2）求证：$\angle DGC$＝$2\angle BAC$；

（3）若⊙O 的半径为 5，BE＝2，求弦 AC 的长．

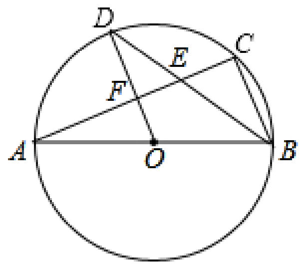


21．如图，AB 是⊙O 的直径，点 C、D 是⊙O 上的点，且 $OD\parallel BC$，AC 分别与 BD、OD 相交于点 E、F．

（1）求证：点 D 为 $\widehat{AC}$ 的中点；

（2）若 $CB=6$，$AB=10$，求 DF 的长；

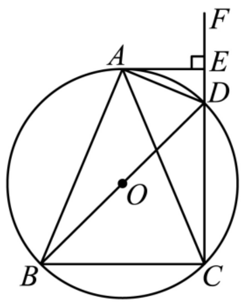
（3）若⊙O 的半径为 2，$\angle DOA=80°$，点 P 是线段 AB 上任意一点，试求出 $PC+PD$ 的最小值．



22．如图，四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，点 F 是 CD 延长线上的一点，且 AD 平分$\angle BDF$，$AE\perp CD$ 于点 E.

（1）求证：$AB=AC$；

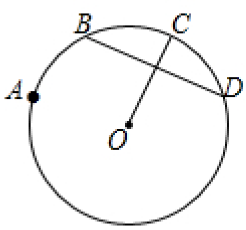
（2）若 $BD=18$，$DE=2$，求 CD 的长.



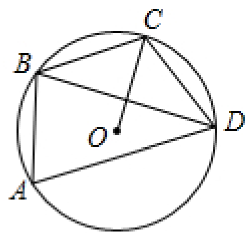
23．已知，$\odot O$ 中，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，$D$ 是$\odot O$ 上的点，$OC\perp BD$.

（1）如图①，求证 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$；

（2）如图②，连接 AB，BC，CD，DA，若 $\angle A=70^\circ$，求 $\angle BCD$，$\angle ADB$ 的大小.



图①

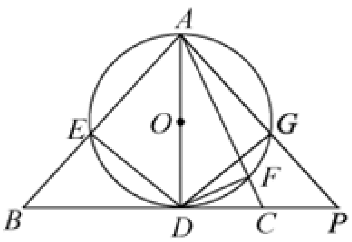


图②

24．如图所示，在锐角三角形 ABC 中，AB>AC，AD⊥BC 于点 D，以 AD 为直径的⊙0 分别交 AB，AC 于点 E，F，连接 DE，DF，

（1）求证：∠EAF+∠EDF=180°.

（2）已知 P 是射线 DC 上一个动点，当点 P 运动到 PD=BD 时，连接 AP，交⊙O 于点 G，连接 DG，设∠EDG=∠α，∠APB=∠β，那么∠α 与∠β 有何数量关系?试证明你的结论.（在探究∠α 与∠β 的数量关系时，必要时可直接运用（1）的结论进行推理与解答）



参考答案

1．C

【分析】根据圆周角的定义判断即可．

解：选项 A 和选项 B 中的角的顶点没有在圆上，选项 D 中的角的一边没有与圆相交，均不是圆周角，选项 C 中的角的顶点在圆上，并且角的两边与圆相交，是圆周角．

故选 C．

【点拨】本题考查圆周角的识别，解题的关键是掌握圆周角的定义，即：角的顶点在圆上，并且角的两边与圆相交的角叫做圆周角．

2．B

【分析】根据圆内接四边形对角互补进行求解即可．

解：∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，$\angle A=75°$，

∴$\angle C=180°-\angle A=105°$，

故选 B．

【点拨】本题主要考查了圆内接四边形的性质，熟知圆内接四边形对角互补是解题的关键．

3．C

【分析】由 CD 是⊙O 的直径，根据直径所对的圆周角是直角，得出$\angle CAD=90°$，根据直角三角形两锐角互余得到$\angle ACD$ 与$\angle D$ 互余，即可求得$\angle D$ 的度数，继而求得$\angle B$ 的度数．

解：∵CD 是⊙O 的直径，

$\therefore \angle CAD = 90°$，

$\therefore \angle ACD + \angle D = 90°$，

$\because \angle ACD = 40°$，

$\therefore \angle ADC = \angle B = 50°$．

故选：C.

【点拨】本题考查了圆周角定理，直角三角形的性质，注意掌握数形结合思想是解题的关键.

4．B

【分析】根据圆内接四边形的性质求出$\angle A$，根据圆周角定理可得$\angle BOD$，再根据$OB = OD$计算即可.

解：$\because$四边形$ABCD$内接于$\odot O$，

$\therefore \angle A = 180° - \angle BCD = 70°$ ，

由圆周角定理得，$\angle BOD = 2\angle A = 140°$ ，

$\because OB = OD$

$\therefore \angle OBD = \angle ODB = \dfrac{180° - \angle BOD}{2} = 20°$

故选：B.

【点拨】此题考查圆周角定理和圆内接四边形的性质，掌握圆内接四边形的对角互补是解题的关键.

5．A

【分析】根据三角形的外角的性质可得$\angle C + \angle A = \angle APD$，求得$\angle C = 32°$，再根据同弧所对的圆周角相等，即可得到答案.

解：$\because \angle C + \angle A = \angle APD$， $\angle A = 48°, \angle APD = 80°$，

$\therefore \angle C = 32°$

$\therefore \angle B = \angle C = 32°$

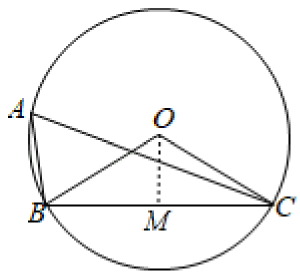
故选：A.

【点拨】本题考查了圆周角定理及三角形的外角的性质，熟练掌握知识点是解题的关键.

6．B

【分析】过点O作$OM \perp BC$，交BC于点M，根据圆周角定理以及垂径定理可得结果.

解：过点O作$OM \perp BC$，交BC于点M，



$\because \odot O$ 是 ΔABC 的外接圆，$\angle BAC=60^\circ$，

$\therefore \angle BOC=2\angle BAC=120^\circ$，

又$\because OB=OC$，$OM\perp BC$，

$\therefore \angle COM=\frac{1}{2}\angle BOC=60^\circ$，$MB=MC$，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\Delta COM$ 中，$\angle OCM=30^\circ$，

$\therefore OM=\frac{1}{2}OC=1$，$CM=\sqrt{OC^2-OM^2}=\sqrt{3}$，

$\therefore BC=2CM=2\sqrt{3}$，

故选：B．

【点拨】本题考查了垂径定理，圆周角定理，勾股定理，熟知相关性质定理是解本题的关键．

7．C

【分析】根据等边三角形的性质可得 $\angle A=60^\circ$，再根据圆内接四边形的对角互补即可求得答案．

解：$\because$ $\triangle ABC$ 是等边三角形，

$\therefore \angle A=60^\circ$，

$\therefore \angle DFE=180^\circ-\angle A=120^\circ$，

故选 C．

【点拨】本题考查了等边三角形的性质及圆内接四边形的性质，熟练掌握圆内接四边形的对角互补是解题的关键．

8．A

【分析】根据作图知 CE 垂直平分 AC，即可得 $AC=OC$，$AE=OE=1$，根据圆的半径得 $AC=2$，$AB=4$，根据圆周角的推论得 $\angle ACB=90^\circ$，根据勾股定理即可得 $BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=2\sqrt{3}$．

解：根据作图知 CE 垂直平分 AC，

$\therefore AC=OC$，$AE=OE=1$，

$\therefore OC=OB=AO=AE+EO=2$，

$\therefore AC = OC = AO = AE + EO = 2$，

即 $AB = AO + BO = 4$，

∵线段 AB 是半圆 O 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$，

在 $Rt\triangle ACB$ 中，根据勾股定理得，

$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$，

故选 A．

【点拨】本题考查了圆，勾股定理，圆周角推论，解题的关键是掌握这些知识点．

9．A

【分析】先根据圆内接四边形的性质可得 $\angle BAD = 60^\circ$，再根据圆周角定理可得 $\angle BAE = 90^\circ$，然后根据角的和差即可得．

解：∵ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，

$\therefore \angle BCD + \angle BAD = 180^\circ$，

$\because \angle BCD = 2\angle BAD$，

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$，

$\because BE$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BAE = 90^\circ$，

$\therefore \angle DAE = \angle BAE - \angle BAD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$，

故选：A．

【点拨】本题考查了圆内接四边形的性质、圆周角定理，熟练掌握圆内接四边形的性质是解题关键．

10．C

【分析】根据等边三角形的性质可得 $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$，从而得到∠$ADB$=∠$BDC$，故①正确；根据点 D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 上一动点，可得 $\overset{\frown}{AD}$ 不一定等于 $\overset{\frown}{CD}$，故②错误；当 DB 最长时，DB 为圆 O 的直径，可得∠BCD=90°，再由 $\odot O$ 是等边 $\triangle ABC$ 的外接圆，可得∠ABD=∠CBD=30°，可得 $DB = 2DC$，故③正确；延长 DA 至点 E，使 AE=AD，证明△ABE≌△CBD，可得 BD=AE，∠ABE=∠DBC，从而得到△BDE 是等边三角形，可得到 DE=BD，故④正确；即可求解．

解：∵△ABC 是等边三角形，

∴AB=BC，∠ABC=60°，

$\therefore \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$，

∴∠*ADB*=∠*BDC*，故①正确；

∵点 *D* 是 $\overset{\frown}{AC}$ 上一动点，

$\therefore \overset{\frown}{AD}$ 不一定等于 $\overset{\frown}{CD}$，

∴*DA*=*DC* 不一定成立，故②错误；

当 *DB* 最长时，*DB* 为圆 *O* 的直径，

∴∠*BCD*=90°，

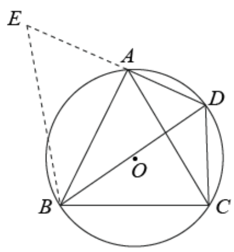
∵⊙*O* 是等边△*ABC* 的外接圆，∠*ABC*=60°，

∴*BD*⊥*AC*，

∴∠*ABD*=∠*CBD*=30°，

$\therefore DB = 2DC$，故③正确；

如图，延长 *DA* 至点 *E*，使 *AE*=*DC*，



∵四边形 *ABCD* 为圆 *O* 的内接四边形，

∴∠*BCD*+∠*BAD*=180°，

∵∠*BAE*+∠*BAD*=180°，

∴∠*BAE*=∠*BCD*，

∵*AB*=*BC*，*AE*=*CD*，

∴△*ABE*≌△*CBD*，

∴*BD*=*AE*，∠*ABE*=∠*DBC*，

∴∠*ABE*+∠*ABD*=∠*DBC*+∠*ABD*=∠*ABC*=60°，

∴△*BDE* 是等边三角形，

∴*DE*=*BD*，

∵*DE*=*AD*+*AE*=*AD*+*CD*，

$\therefore DA + DC = DB$，故④正确；