安徽省桐城中学2022—2023学年高一数学上学期期末测试卷

一、单项选择题（本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合$A=\{\sin\alpha,\cos\alpha,1\}$，$B=\{\sin^2\alpha,\sin\alpha+\cos\alpha,0\}$，且A=B，则$\sin^{2023}\alpha+\cos^{2023}\alpha=$（）

A. －1　　B. 0　　C. 1　　D. ±1

【答案】A

【解析】

【分析】由集合相等关系，即集合元素的互异性，得$\sin\alpha$和$\cos\alpha$的值.

【详解】因为$A=B$，又$\sin^2\alpha\neq 0$即$\sin\alpha\neq 0$，所以$\cos\alpha=0$，

则$\sin^2\alpha=1$，$\cos^2\alpha\neq 1$，又$\sin\alpha\neq 1$，所以$\sin\alpha=-1$，

所以$\sin^{2023}\alpha+\cos^{2023}\alpha=-1$.

故选：A.

2. $\sin 2010^\circ$的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用诱导公式化简计算即可.

【详解】$\sin 2010^\circ=\sin(5\times 360^\circ+210^\circ)$

$=\sin 210^\circ$

$=\sin(180^\circ+30^\circ)$

$=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$，

故选：B

3. 已知$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{2}$，则$\tan\alpha+\frac{1}{\tan\alpha}$的值为（）

A. 5　　B. 6　　C. 7　　D. 8

【答案】D

【解析】

【分析】

由 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$，平方求得 $\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{1}{8}$，再化简 $\tan\alpha + \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha}$，即可求解.

【详解】因为 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$，平方可得 $1 - 2\sin\alpha\cos\alpha = \frac{5}{4}$，可得 $\sin\alpha\cos\alpha = -\frac{1}{8}$，

又由 $\tan\alpha + \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}{\sin\alpha\cos\alpha} = \frac{1}{\sin\alpha\cos\alpha} = -8$.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了三角函数的基本关系式的化简、求值，其中解答中熟练应用三角函数的基本关系式进行化简、运算是解答的关键，着重考查运算与求解能力.

4. 已知 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为凸多边形的内角，且 $\lg\sin A_1 + \lg\sin A_2 + \cdots + \lg\sin A_n = 0$，则这个多边形是（ ）

A. 正六边形　　B. 梯形

C. 矩形　　D. 含锐角菱形

【答案】C

【解析】

【分析】根据对数运算的性质以及正弦的有界性可得 $\sin A_1 = \sin A_2 = \cdots = \sin A_n = 1$，进而可得 $A_1 = A_2 = \cdots = A_n = \frac{\pi}{2}$，根据凸多边形的内角和即可求解.

【详解】$\lg\sin A_1 + \lg\sin A_2 + \cdots + \lg\sin A_n = \lg(\sin A_1\sin A_2\cdots\sin A_n) = 0$，

则 $\sin A_1\sin A_2\cdots\sin A_n = 1$，

又 $A_1, A_2, \cdots, A_n$ 为凸多边形的内角,则 $A_1, A_2, \cdots, A_n \in (0, \pi)$，

则 $0 < \sin A_1 \le 1, 0 < \sin A_2 \le 1, \cdots, 0 < \sin A_n \le 1$,进而得 $0<\sin A_1\sin A_2\cdots\sin A_n \le 1$，

所以 $\sin A_1 = \sin A_2 = \cdots = \sin A_n = 1$,所以 $A_1 = A_2 = \cdots = A_n = \frac{\pi}{2}$，

由凸多边形的内角和可得 $A_1 \quad A_2 \quad A_n \quad n\frac{\pi}{2} \quad n \quad 2 \quad \pi$，

解得 $n \quad 4$,即这个多边形是矩形

故选:C.

5.将函数f(x)=cos8x图像上所有点的横坐标伸长到原来的2倍（纵坐标不变），再将它的图像向左平移φ（φ0）个单位长度，得到了一个奇函数的图像，则φ的最小值为（）

A. $\frac{}{16}$　　B. $\frac{}{8}$　　C. $\frac{}{4}$　　D. $\frac{}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据函数图像平移规则求出平移后的解析式，再利用奇偶性求出

【详解】将x伸长2倍后的函数函数解析式为 $\cos 4x$，再向左平移，得到 $g \quad x \quad \cos 4 \quad x$

$\cos 4x \quad 4$，

由题意，$g \quad x$ 是奇函数，0，4 的最小值是 $\frac{}{2}$，的最小值是 $\frac{}{8}$；

故选：B.

6. 在平面直角坐标系中，已知点P（cost，sint），A（2，0），当t由 $\frac{\pi}{6}$ 变化到 $\frac{5\pi}{6}$ 时，线段AP扫过的区域的面积等于（）

A. 2　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{6}$　　D. $\frac{\pi}{12}$

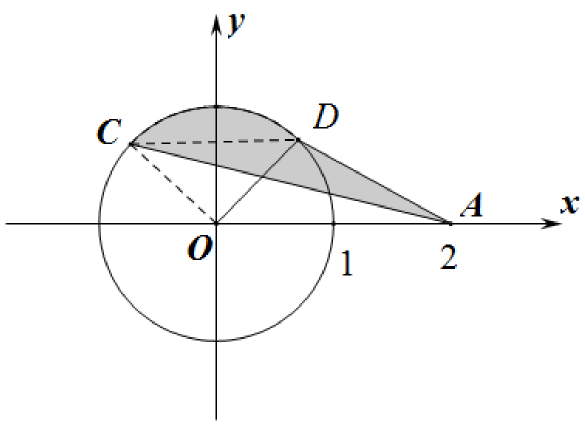
【答案】B

【解析】

【分析】依题意作图，点P在单位圆上，考虑AP与单位圆相切的情况，求出AP扫过的图形，再求出面积.

【详解】$\cos^2 t \quad \sin^2 t \quad 1$，点P在以原点为圆心的单位圆O上，起始点为图中的 $D \quad \frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}$，

终点为 $C \quad \frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2}$，显然 $CD \ // OA$，



AP 扫过的面积为图中阴影面积，ACD 与 CDO 等底同高，S_{ACD} S_{CDO}，

所以 AP 扫过的面积就是扇形 CDO 的面积，OC 与 OD 的夹角 $\frac{5}{6}$ $\frac{}{6}$ $\frac{2}{3}$，

扇形 CDO 的面积 S $\frac{1}{2}OD^2$ $\frac{}{3}$；

故选：B.

7. 函数 y $\sin 2x$ $a\cos 2x$ 的图像关于直线 x $\frac{\pi}{8}$ 对称，则 a 的值为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　　　B. $\sqrt{2}$　　　　C. 1　　　　D. 1

【答案】C

【解析】

【分析】令 $\sin$ $\frac{a}{\sqrt{1 \quad a^2}}$，$\cos$ $\frac{1}{\sqrt{1 \quad a^2}}$，根据辅助角公式，可得 y $\sqrt{1 \quad a^2}\sin 2x$. 又根据对称性可得，$\frac{\pi}{4}$ $k\pi, k$ Z . 对 k 为偶数以及 k 为奇数讨论，即可得出 a 的值.

【详解】由已知 y $\sin 2x$ $a\cos 2x$ $\sqrt{1 \quad a^2}$ $\frac{1}{\sqrt{1 \quad a^2}}\sin 2x$ $\frac{a}{\sqrt{1 \quad a^2}}\cos 2x$，

令 $\sin$ $\frac{a}{\sqrt{1 \quad a^2}}$，$\cos$ $\frac{1}{\sqrt{1 \quad a^2}}$，

则 y $\sqrt{1 \quad a^2}$ $\cos$ $\sin 2x$ $\sin$ $\cos 2x$ $\sqrt{1 \quad a^2}\sin 2x$.

因为图像关于直线 x $\frac{\pi}{8}$ 对称，所以 2 $\frac{\pi}{8}$ $\frac{\pi}{2}$ $k\pi, k$ Z，

所以 $\frac{\pi}{4}$ $k\pi, k$ Z .

当 k 为偶数时，有 $\sin\quad\cos\quad\frac{\sqrt{2}}{2}\quad 0$，可得 $a\quad 1$；

当 k 为奇数时，有 $\sin\quad\cos\quad\frac{\sqrt{2}}{2}\quad 0$，又 $\cos\quad\frac{1}{\sqrt{1\quad a^{2}}}\quad 0$，此时 a 无解.

综上所述，$a\quad 1$.

故选：C.

8. 已知角 α,β 的顶点都为坐标原点，始边都与 x 轴的非负半轴重合，且都为第一象限的角，α,β 终边上分别有点 $A\ \ 1,a$，$B\ \ 2,b$，且 $\alpha\quad 2\beta$，则 $\frac{1}{a}\quad 2b$ 的最小值为（）

A. 1　　　　B. $\sqrt{2}$　　　　C. $\sqrt{3}$　　　　D. $\sqrt{7}$

【答案】D

【解析】

【分析】分别求出 ’ 终边所在的直线的斜率，运用正切二倍角公式求出 a 与 b 之间的关系，再运用基本不等式求解.

【详解】 角终边所在直线的斜率为 $\tan\quad\frac{a}{1}\quad a$， 角终边所在的直线的斜率为 $\tan\quad\frac{b}{2}$，

$$\tan\quad\tan 2\quad\frac{2\tan}{1\quad\tan^{2}}\quad\frac{b}{1\quad\frac{b^{2}}{4}}\quad\frac{4b}{4\quad b^{2}}\quad a$$，

$\frac{1}{a}\quad 2b\quad\frac{4\quad b^{2}}{4b}\quad 2b\quad\frac{7b^{2}\quad 4}{4b}\quad\frac{7}{4}b\quad\frac{1}{b}$，$b\quad 0$，由基本不等式得 $\frac{7}{4}b\quad\frac{1}{b}\quad 2\sqrt{\frac{7}{4}}\quad\sqrt{7}$ （当 $b\quad\frac{2\sqrt{7}}{7}$ 时等号成立）；

故选：D.

二、多项选择题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 设正实数 a，b 满足 $a\quad b\quad 1$，则（）.

A. $\frac{1}{a}\quad\frac{1}{b}$ 有最大值 4　　　　B. $\sqrt{ab}$ 有最大值 $\frac{1}{2}$

C. $\sqrt{a}\quad\sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$　　　　　　　　D. $a^2\quad b^2$ 有最小值 $\frac{1}{4}$

【答案】BC

【解析】

【分析】由已知条件结合基本不等式逐一检验各选项即可判断.

【详解】解：正实数 a，b 满足 $a\quad b\quad 1$，

对 A：$\frac{1}{a}\quad\frac{1}{b}\quad\frac{a\quad b}{a}\quad\frac{a\quad b}{b}\quad 2\quad\frac{b}{a}\quad\frac{a}{b}\quad 2\quad 2\sqrt{\frac{b}{a}\quad\frac{a}{b}}\quad 4$，当且仅当 $\frac{b}{a}\quad\frac{a}{b}$ 且 $a\quad b\quad 1$，即 $a\quad b\quad\frac{1}{2}$ 时取等号，所以 $\frac{1}{a}\quad\frac{1}{b}$ 有最小值 4，故选项 A 错误；

对 B：$1\quad a\quad b\quad 2\sqrt{ab}$，则 $\sqrt{ab}\leqslant\frac{1}{2}$，当且仅当 $a\quad b\quad\frac{1}{2}$ 时取等号，所以 $\sqrt{ab}$ 有最大值 $\frac{1}{2}$，故选项 B 正确；

对 C：$(\sqrt{a}\quad\sqrt{b})^2\quad a\quad b\quad 2\sqrt{ab}\quad 1\quad 2\sqrt{ab}\quad 1\quad a\quad b\quad 2$，当且仅当 $a\quad b\quad\frac{1}{2}$ 时取等号，所以 $\sqrt{a}\quad\sqrt{b}\quad\sqrt{2}$，即 $\sqrt{a}\quad\sqrt{b}$ 有最大值 $\sqrt{2}$，故选项 C 正确；

对 D：$a^2\quad b^2\quad(a\quad b)^2\quad 2ab\quad 1\quad 2ab\quad 1\quad 2\quad(\frac{a\quad b}{2})^2\quad\frac{1}{2}$，当且仅当 $a\quad b\quad\frac{1}{2}$ 时取等号，所以 $a^2\quad b^2$ 有最小值 $\frac{1}{2}$，故选项 D 错误.

故选：BC.

10. 下列命题中正确的是（）

A. 命题：“$x\quad 0, x^2\quad 0$”的否定是“$x\quad 0, x^2\quad 0$”

B. 函数 $f(x)\quad a^{x\quad 4}\quad 1$（$a\quad 0$ 且 $a\quad 1$）恒过定点 $(4,2)$

C. 已知函数 $f(2x\quad 1)$ 的定义域为 $[\quad 1,1]$，则函数 $f\quad x^2\quad 2$ 的定义域为 $[\quad 1,1]$

D. 若函数 $f(\sqrt{x}\quad 1)\quad x\quad 3\sqrt{x}$，则 $f\quad x\quad x^2\quad x\quad 2\quad x\quad 1$

【答案】BCD

【解析】

【分析】A 选项，全称量词命题的否定是存在量词命题，把任意改为存在，把结论否定；

B 选项，$f(4)=a^0+1=2$，从而得到函数恒过定点$(4,2)$；

C 选项，利用同一对应法则下，范围一致得到$x^2-2\in[-1,3]$，求出$x\in[-1,1]$即为定义域；

D 选项，利用配方得到$f(\sqrt{x}+1)=(\sqrt{x}+1)^2-(\sqrt{x}+1)-2$结合$\sqrt{x}+1\geq 1$，得到答案.

【详解】A 选项，“$\forall x>0,x^2>0$”的否定是“$\exists x>0,x^2\leq 0$”，A 错误；

B 选项，$a>0$且$a\neq 1$，当$x=4$时，$f(4)=a^0+1=2$，故函数$f(x)=a^{x-4}+1$（$a>0$且$a\neq 1$）恒过定点$(4,2)$，B 正确；

C 选项，由$x\in[-1,1]$得：$2x+1\in[-1,3]$，故$x^2-2\in[-1,3]$，解得：$x\in[-1,1]$，C 正确；

D 选项，$f(\sqrt{x}+1)=x\ 3\sqrt{x}=(\sqrt{x}+1)^2-(\sqrt{x}+1)-2$，且$\sqrt{x}+1\geq 1$，

故$f(x)=x^2-x-2\ (x\geq 1)$，D 正确.

故选：BCD

11. 下列命题为真命题的是（）

A. 函数$f(x)=\tan x$的图象关于点$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)$，k∈Z 对称

B. 函数$f(x)=\sin|x|$是最小正周期为π的周期函数

C. 设 θ为第二象限角，则$\tan\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$，且$\sin\frac{\theta}{2}>\cos\frac{\theta}{2}$

D. 函数$y=\cos^2x+\sin x$的最小值为－1

【答案】AD

【解析】

【分析】根据正切函数的性质可知函数$f(x)=\tan x$的图象得对称中心判断 A；

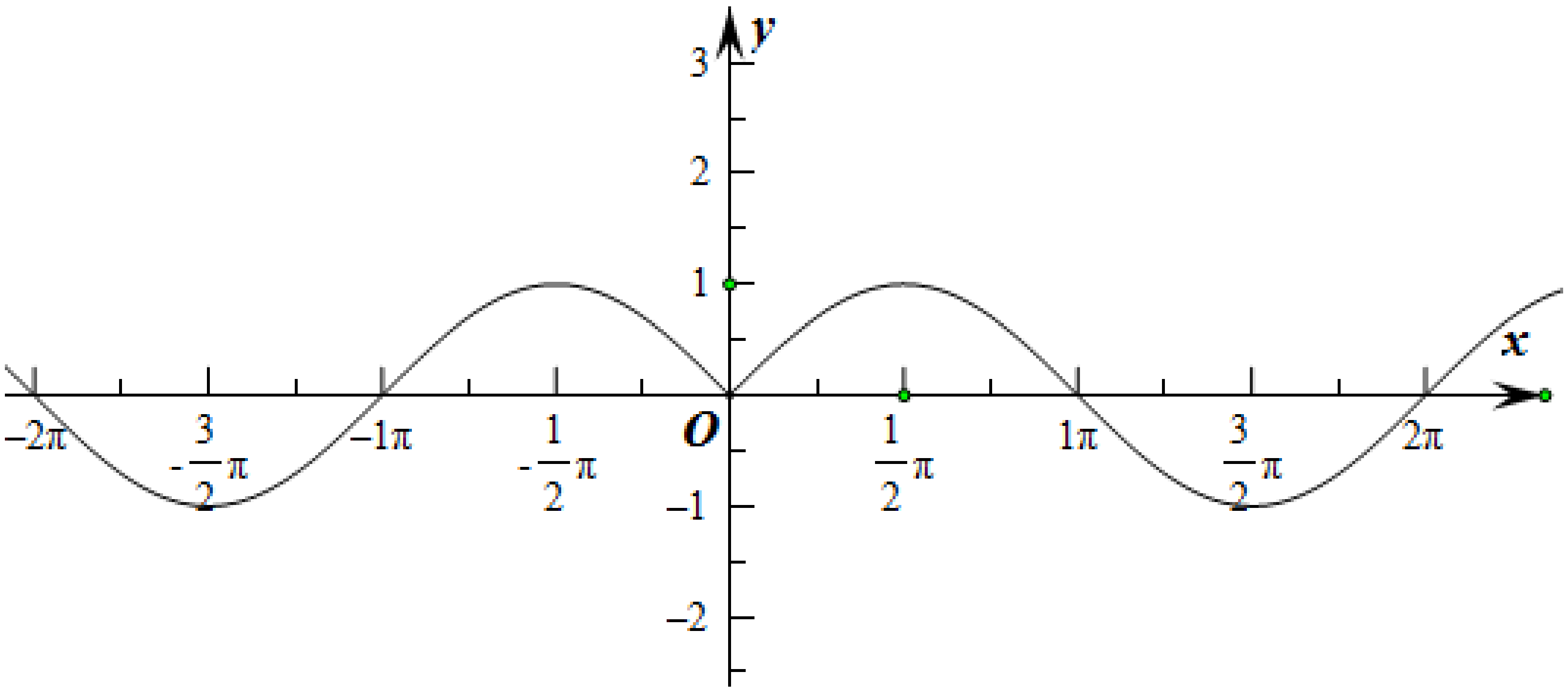
由函数$f(x)=\sin|x|$的图象判断 B；

由$2k\pi+\frac{1}{2}\pi<\theta<2k\pi+\pi$，则$k\pi+\frac{\pi}{4}<\frac{\theta}{2}<k\pi+\frac{1}{2}\pi$，$k\in Z$，分$k$为偶数，$k$为奇数两种情况检验 C；

由$y=-(\sin x-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{4}$，$\sin x\in[-1,1]$，结合二次函数的性质可判断 D；

【详解】解：根据正切函数的性质可知函数$f(x)=\tan x$的图象关于点$\left(\frac{k\pi}{2},0\right)(k\in Z)$对称，故 A 正确；

函数 $f(x)\quad \sin|x|$ 的图象如下所示；



故 B 错误；

设 是第二象限角即 $2k\quad \frac{1}{2}\qquad 2k$ ，则 $k\quad \overline{4}\quad \overline{2}\quad k\quad \frac{1}{2}$ ，$k\quad Z$

当 k 为偶数， $\tan\overline{2}\quad \cos\overline{2}$ ， $\sin\overline{2}\quad \cos\overline{2}$ 成立，

当 k 为奇数时， $\tan\overline{2}\quad \cos\overline{2}$ ， $\sin\overline{2}\quad \cos\overline{2}$ ，故 C 错误；

函数 $y\quad \cos^2 x\quad \sin x\qquad \sin^2 x\quad \sin x\quad 1\qquad (\sin x\quad \frac{1}{2})^2\quad \frac{5}{4}$ ， $\sin x\quad [\ 1,\ 1]$ ，则当 $\sin x\qquad 1$ 时，函数有最小值 1，故 D 正确；

故选：AD

【点睛】本题主要考查了三角函数的性质的判断，解题的关键是要熟练掌握三角函数的性质并能灵活应用，其中 B 中的函数的周期的判断的方法是根据函数的图象，而不要利用周期定义，属于中档题.

12. 已知锐角 ， 满足 $\frac{\sin}{\cos}\quad \frac{\sin}{\cos}\qquad 2$ ，设 $a\quad \tan\quad \tan$ ，$f(x)\quad \log_a x$ ，则下列判断正确的是（）

A. $\qquad \frac{\pi}{2}$

B. $\sin\alpha\quad \cos\beta$

C. $f(\sin\ )\quad f(\cos\ )$

D. $f(\cos\ )\quad f(\sin\ )$

【答案】ABC

【解析】

【分析】由条件判断 $0\quad a\quad 1$，再根据函数 $f(x)$ 的单调性，判断选项正误.

【详解】因为 ， 为锐角，若 $\frac{\pi}{2}$，则 $\frac{\pi}{2}$ $\frac{\pi}{2}$ 0 ，

$\sin \quad \sin(\frac{\pi}{2} \quad) \quad \cos \quad 0$，则 $\frac{\sin}{\cos} \quad 1$，同理 $\frac{\sin}{\cos} \quad 1$，与 $\frac{\sin}{\cos} \quad \frac{\sin}{\cos} \quad 2$ 矛盾，

所以 $\frac{\pi}{2}$，A 项正确；

所以 $0 \quad \frac{\pi}{2} \quad \frac{\pi}{2}$，所以 $0 \quad \sin \quad \sin(\frac{\pi}{2} \quad) \quad \cos \quad 1$，B 项正确；

同理可得，$0 \quad \sin \quad \cos \quad 1$，所以 $a \quad \tan \quad \tan \quad \frac{\sin \ \sin}{\cos \ \cos} \quad 0,1$，

所以 $f(x) \quad \log_a x$ 是减函数，所以 $f(\sin \ ) \quad f(\cos \ )$，C 正确；

$f(\sin \ ) \quad f(\cos \ )$，D 错误.

故选：ABC.

【点睛】根据 $\frac{\sin}{\cos} \quad \frac{\sin}{\cos} \quad 2$，通过假设 $\frac{\pi}{2}$ 得到矛盾，由此得 $\frac{\pi}{2}$，比较出 $0 \quad \sin \quad \cos \quad 1$，$0 \quad \sin \quad \cos \quad 1$，得 $0 \quad a \quad 1$.

三、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知 $a \quad 0$，且 $a \quad 1$，函数 $y \quad \log_a \ 2x \quad 3 \quad \sqrt{2}$ 的图象恒过点 P，若 P 在幂函数 $f \ x$ 图像上，则 $f \ 8$ ＝__________.

【答案】$2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】由 $\log_a 1 \quad 0$，知 $2x \quad 3 \quad 1$，即 $x \quad 2$ 时，$y \quad \sqrt{2}$，由此能求出点 P 的坐标. 用待定系数法设出幂函数的解析式，代入点的坐标，求出幂函数的解析式，即可求得答案.

【详解】 $\log_a 1 \quad 0$，

$2x \quad 3 \quad 1$，

即 $x \quad 2$ 时，$y \quad \sqrt{2}$

∴点 P 的坐标是 $P(2,\sqrt{2})$

由题意令 $y = f(x) = x^a$，

图象过点 $(2,\sqrt{2})$

得 $\sqrt{2} \quad 2^a$，解得：$a \quad \frac{1}{2}$

$y \quad f(x) \quad x^{\frac{1}{2}}$

$f(8) \quad 8^{\frac{1}{2}} \quad 2\sqrt{2}$

故答案为：$2\sqrt{2}$.

【点睛】本题主要考查了求幂函数值，解题关键是掌握判断对数函数恒过定点的方法和幂函数的基础知识，考查了分析能力和计算能力，属于中档题.

14. 若 $0 \quad \frac{}{2}$，$\frac{}{2} \quad 0, \cos\frac{}{4} \quad \frac{1}{3}, \cos\frac{}{4} \quad \frac{}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$，则 $\cos \quad \frac{}{2}$ ___.

【答案】$\frac{5\sqrt{3}}{9}$

【解析】

【分析】首先根据同角三角函数的基本关系求出 $\sin\frac{}{4} \quad \frac{}{2}$，$\sin\frac{}{4}$，再根据 $\cos \quad \frac{}{2} \quad \cos \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{2}$ 利用两角差的余弦公式计算可得；

【详解】解：因为 $0 \quad \frac{}{2}, \cos\frac{}{4} \quad \frac{1}{3}$，

所以 $\sin\frac{}{4} \quad \sqrt{1 \quad \cos^2 \quad \frac{}{4}} \quad \frac{2\sqrt{2}}{3}$，

因为 $\frac{}{2} \quad 0$，所以 $0 \quad \frac{}{2}$，所以 $\frac{}{4} \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{2} \quad \frac{}{2}$，因为 $\cos\frac{}{4} \quad \frac{}{2} \quad \frac{\sqrt{3}}{3}$，所以

$\sin\frac{}{4} \quad \frac{}{2} \quad \sqrt{1 \quad \cos^2 \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{2}} \quad \frac{\sqrt{6}}{3}$

所以 $\cos \quad \frac{}{2} \quad \cos \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{4} \quad \frac{}{2}$