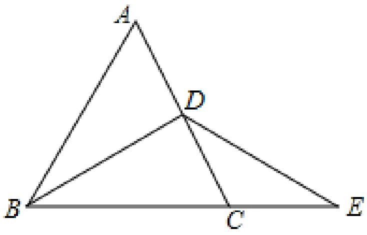
专题 2.18 等边三角形的轴对称性（分层练习）（培优练）

一、单选题

1．如图，若 $\triangle ABC$ 是等边三角形， $AB=6$， BD 是 AC 边上的高，延长 BC 到 E，使 $CE=CD$，则 $BE=$（　　）



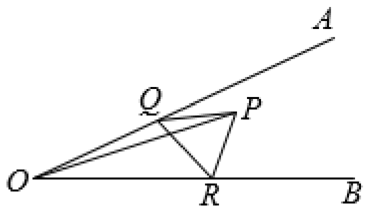
A．7　　B．8　　C．9　　D．10

2．下列推理中，不能判断 $\triangle ABC$ 是等边三角形的是（　　）

A． $\angle A=\angle B=\angle C$　　B． $AB=AC, \angle B=60^\circ$

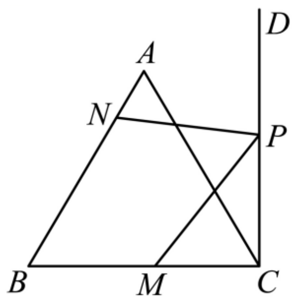
C． $\angle A=60^\circ, \angle B=60^\circ$　　D． $AB=AC$，且 $\angle B=\angle C$

3．如图，$\angle AOB$＝30º，$\angle AOB$ 内有一定点 P，且 OP＝12，在 OA 上有一动点 Q，OB 上有一动点 R．若△PQR 周长最小，则最小周长是（　　）



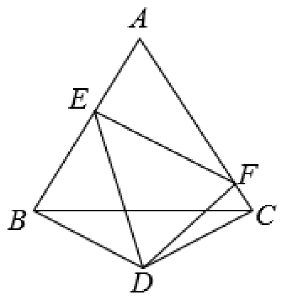
A．6　　B．12　　C．16　　D．20

4．如图，点 M 在等边△ABC 的边 BC 上，BM＝8，射线 CD⊥BC 垂足为点 C，点 P 是射线 CD 上一动点，点 N 是线段 AB 上一动点，当 MP+NP 的值最小时，BN＝9，则 AC 的长为（　　）



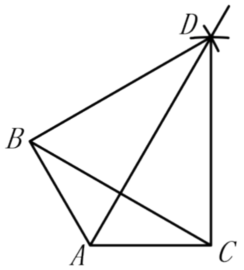
A．15　　B．12　　C．13　　D．10

5．如图，已知 $\triangle ABC$ 是边长为 4 的等边三角形， △DBC 是顶角为 120°的等腰三角形，动点 E 、F 分别在边 AB 、 AC 上，且 $\angle EDF=60^\circ$，则△AEF 的周长是（　　）



A．12　　B．10　　C．8　　D．6

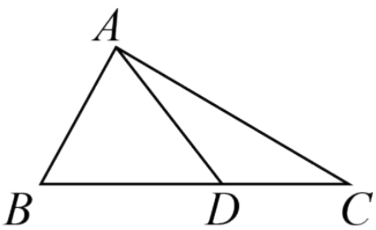
6．已知，在△ABC 中，$AB=AC$，如图，（1）分别以 B，C 为圆心，BC 长为半径作弧，两弧交于点 D；（2）作射线 AD，连接 BD，CD．根据以上作图过程及所作图形，下列结论中错误的是（　　）



A．$\angle BAD=\angle CAD$　　B．△BCD 是等边三角形

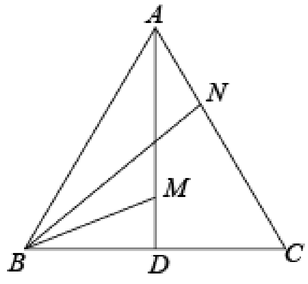
C．AD 垂直平分 BC　　D．$S_{ABDC}=AD\bullet BC$

7．如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=90°,\angle B=60°,AB=4$，若 D 是 BC 边上的动点，则 $2AD+DC$ 的最小值是（　　）



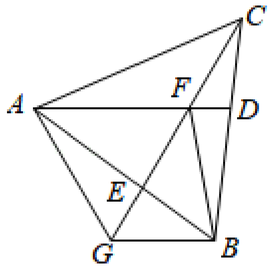
A．6　　B．8　　C．10　　D．12

8．如图，等边△ABC 中，AD 为 BC 边上的高，点 M、N 分别在 AD、AC 上，且 $AM=CN$，连 BM、BN，当 $BM+BN$ 最小时，∠MBN 的度数为（　　）



A．15°　　　　　B．22.5°　　　　　C．30°　　　　　D．47.5°

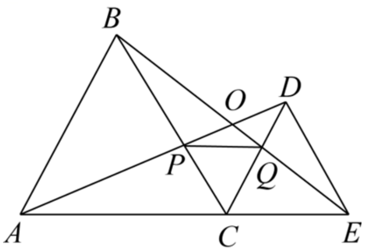
9．如图，在等边三角形 ABC 中，点 D，E 分别是 BC，AB 上的点，且 $BE=CD$，AD 与 CE 相交于点 F，连接 BF，延长 FE 至 G，使 $FG=FA$，若△ABF 的面积为 m，AF：EF＝5：3，则△AEG 的面积是（　　）



A．$\frac{2}{5}m$　　　　B．$\frac{1}{3}m$　　　　C．$\frac{3}{8}m$　　　　D．$\frac{3}{5}m$

10．如图，C 为线段 AE 上一动点（不与点 A，E 重合），在 AE 同侧分别作等边△ABC 和等边△ECD，AD 与 BE 交于点 O，AD 与 BC 交于点 P，BE 与 CD 交于点 Q 连接 PQ．以下五个结论正确的是（　　）

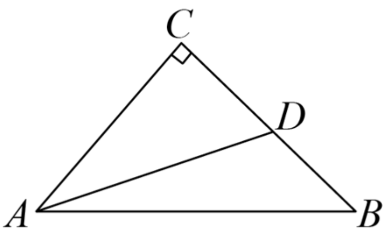
①$AD=BE$；②$PQ\parallel AE$；③$AP=BQ$；④$DE=DP$；⑤$\angle AOB=60^{\circ}$



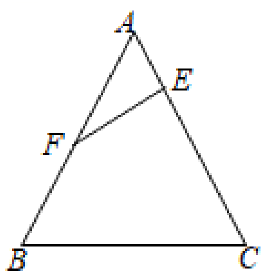
A．①③⑤　　　B．①③④⑤　　　C．①②③⑤　　　D．①②③④⑤

二、填空题

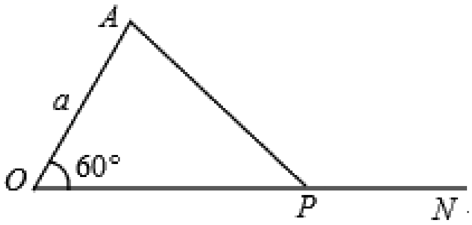
11．如图，$Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，D 是 BC 的中点，$\angle CAD=30°$，$BC=6$，则 $AD+DB$ 的长为____．



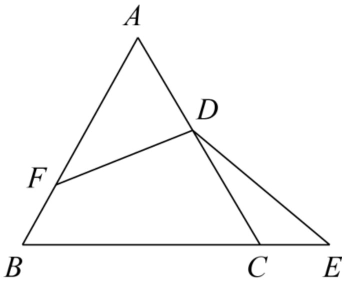
12．如图，在等边△ABC 中，F 是 AB 的中点，$FE\perp AC$ 于 E，如果△ABC 的边长是 12，则 AE=_____．



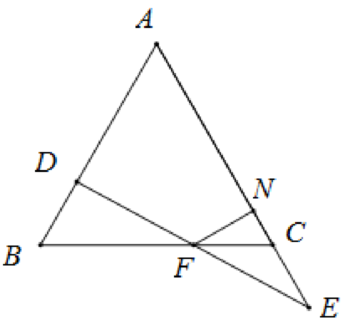
13．如图已知 OA=a，P 是射线 ON 上一动点，∠AON=60°，当 OP=_______ 时，△AOP 为等边三角形．



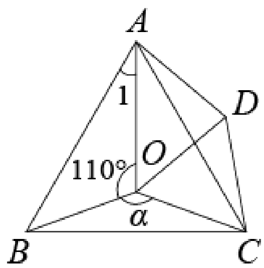
14．如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，D 是 AC 的中点，点 E 在 BC 的延长线上，点 F 在 AB 上，$\angle EDF=120°$，若 $AB=5$，则 $BE+BF$ 的值为__________．



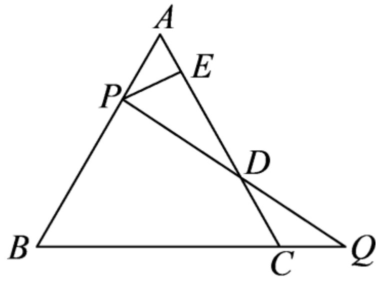
15．如图，$\triangle ABC$ 是等边三角形，点 E 在 AC 的延长线上，点 D 在线段 AB 上，连接 ED 交线段 BC 于点 F，过点 F 作 $FN\perp AC$ 于点 N，$DB=\frac{7}{5}CN$，$EF=FD$，若 $FB=17$，则 AN 的长为_____．



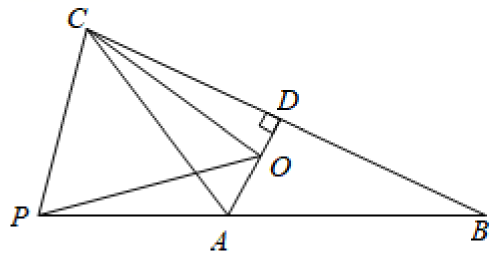
16．如图，点 O 是等边 $\triangle ABC$ 内一点，$\angle AOB=110°$，$\angle BOC=\alpha$．以 OC 为一边作等边三角形 OCD，连接 AD．探究：当 $\angle 1=$_____时，$\triangle AOD$ 是等腰三角形？



17．如图，过边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 的边 AB 上一点 P，作 $PE\perp AC$ 于点 E，Q 为 BC 延长线上一点，当 $PA=CQ$ 时，连接 PQ 交 AC 边于点 D，则 DE 的长为_____．



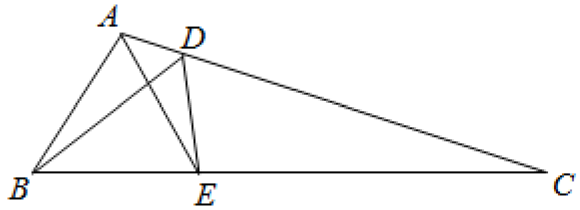
18．如图，在等腰$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，点D是线段BC上一点，$\angle ADC=90°$，点P是BA延长线上一点，点O是线段AD上一点，$OP=OC$，下面的结论：①$\angle APO=\angle ACO$；②$\angle APO+\angle DCO=30°$；③$AC=AO+AP$；④$PO=PC$，其中正确的有_____.



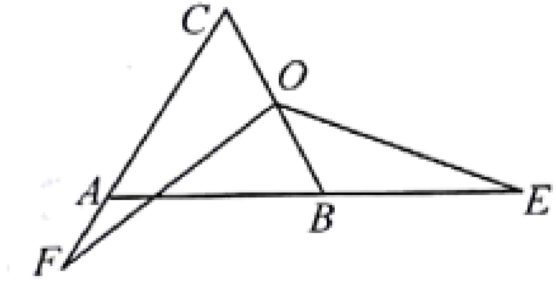
三、解答题

19．在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=60°$，点D、E分别在AC、BC上，连接BD、DE和AE；并且有$AB=BE$，$\angle AED=\angle C$.

（1）求$\angle CDE$的度数；（2）求证：$AD+DE=BD$.



20．如图所示，ΔABC为等边三角形，边长为4，点O为BC边中点，$\angle EOF=120°$，其两边分别交AB和CA的延长线于E，F，求$AE-AF$的值.

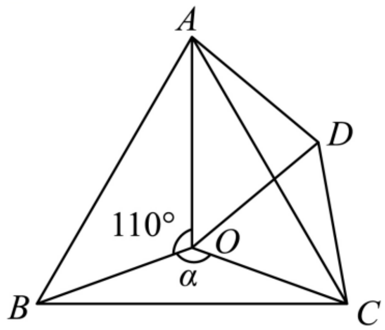


21．如图，点 O 是等边$\triangle ABC$ 内一点，D 是$\triangle ABC$ 外的一点，$\angle AOB=110°$，$\angle BOC=\alpha$，$\triangle BOC\cong\triangle ADC$，$\angle OCD=60°$，连接 OD.

（1）求证：$\triangle OCD$ 是等边三角形；

（2）当 $\alpha=150°$时，试判断$\triangle AOD$ 的形状，并说明理由；

（3）探究：当 α 为多少度时，$\triangle AOD$ 是等腰三角形.



22．已知$\triangle ABC$ 和$\triangle DEF$ 为等腰三角形，$AB=AC$，$DE=DF$，$\angle BAC=\angle EDF$，点 E 在 AB 上，点 F 在射线 AC 上.

（1）如图 1，若$\angle BAC=60°$，点 F 与点 C 重合，求证：$AF=AE+AD$；

（2）如图 2，若 $AD=AB$，求证：$AF=AE+BC$.

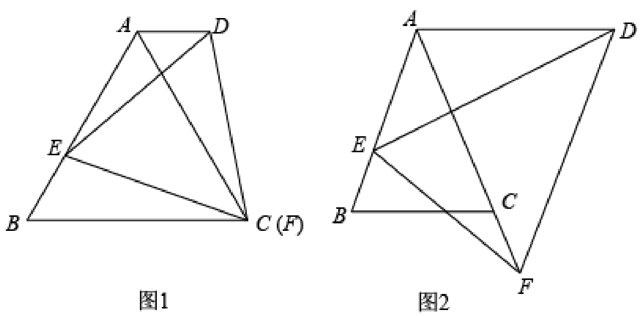
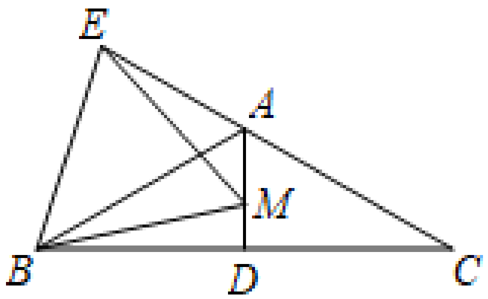


图1　　图2

23．如图，在△ABC 中，AB＝AC，∠BAC＝120°，D 是 BC 中点，连接 AD．点 M 在线段 AD 上（不与点 A，D 重合），连接 MB，点 E 在 CA 的延长线上且 ME＝MB，连接 EB．

（1）比较∠ABM 与∠AEM 的大小，并证明；

（2）用等式表示线段 AM，AB，AE 之间的数量关系，并证明．



24．在$\triangle ABC$中，$\angle BAC=120°$，$AB=AC$，AD为$\triangle ABC$的中线，点E是射线AD上一动点，连接CE，作$\angle CEM=60°$，射线EM与射线BA交于点F.

（1）如图1，当点E与点D重合时，求证：$AB=2AF$；

（2）如图2，当点E在线段AD上，且与点A，D不重合时，

①依题意，补全图形；

②用等式表示线段AB，AF，AE之间的数量关系，并证明.

（3）当点E在线段AD的延长线上，且$ED\neq AD$时，直接写出用等式表示的线段AB，AF，AE之间的数量关系.

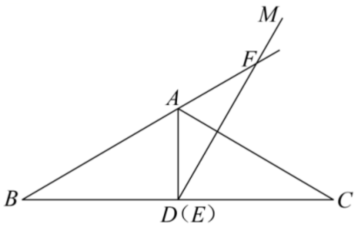


图1

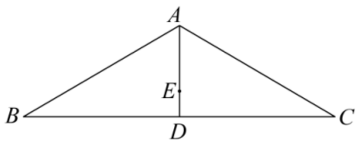
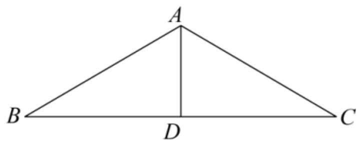


图2



备用图

参考答案

1．C

【分析】因为$\triangle ABC$是等边三角形，所以$\angle ABC=\angle ACB=60°$，$BD$是$AC$边上的高，则$\angle DBC=30°$，$AD=CD=\frac{1}{2}AC$，再由题中条件$CE=CD$，即可求得$BE$.

【详解】解：$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore\angle ABC=\angle ACB=60°$，$AB=BC=6$，

$\because BD$是AC边上的高，

$\therefore AD=CD=\frac{1}{2}AC=3$，$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$，

$\because CE=CD$，

$\therefore CE=\frac{1}{2}AC=3$，

$\therefore BE=BC+CE=6+3=9$.

故选：C.

【点拨】本题考查了等腰三角形的性质及等边三角形的性质，考查了学生综合运用数学知识的能力，得到$AD=CD=\frac{1}{2}AC$是正确解答本题的关键.

2．D

【分析】根据等边三角形的定义、判定定理以及三角形内角和定理进行判断.

【详解】A、由“三个角都相等的三角形是等边三角形”可以判断△ABC是等边三角形，故本选项不符合题意;

B、由“有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形”可以判断△ABC是等边三角形，故本选项不符合题意；

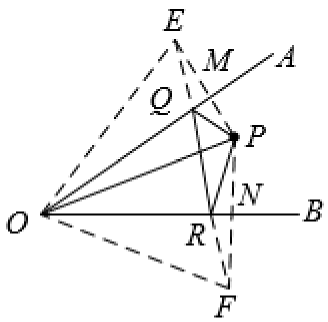
C、由“∠A＝60°，∠B＝60°”可以得到“∠A＝∠B＝∠C＝60°”，则由“三个角都相等的三角形是等边三角形”可以判断△ABC是等边三角形，故本选项不符合题意；

D、由“AB＝AC，且∠B＝∠C”只能判定△ABC是等腰三角形，故本选项符合题意.

故选：D.

【点拨】本题主要考查了等边三角形的判定和三角形内角和定理，属于基础题.（1）由定义判定：三条边都相等的三角形是等边三角形.（2）判定定理1：三个角都相等的三角形是等边三角形.（3）判定定理2：有一个角是60°的等腰三角形是等边三角形.

3．B

【详解】

作点 P 关于 OA 的对称点点 E，点 P 关于 OB 的对称点点 F，连接 EF 分别交 OA 于点 Q，交 OB 于点 R，

连接 OE、OF，

∵P、E 关于 OA 对称，∴$OE=OP=12$，$\angle EOA=\angle AOP$，$QE=QP$，

同理可证 $OP=OF=12$，$\angle BOP=\angle BOF$，$RP=RF$，

∴$OE=OF=12$，$\angle EOF=\angle EOP+\angle FOP=2\angle AOB=60°$，

∴$\triangle OEF$ 是等边三角形，

∴$EF=12$，

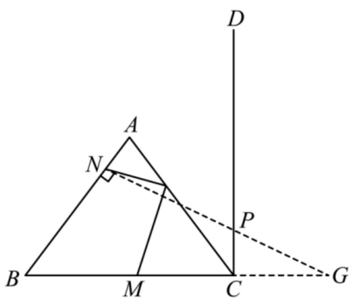
∴$C_{\triangle}PQR=PQ+PR+QR=EQ+QR+RF=EF=12$.

故选 B.

4．C

【分析】由 $AC=BC$，$\angle B=60^{\circ}$，作点 M 关于直线 CD 的对称点 G，过 G 作 $GN\perp AB$ 于点 N，交 CD 于 P，则此时 MP+PN 的值最小，再由直角三角形即可求出答案

【详解】如图：



∵ ΔABC 是等边三角形

$\therefore AC=BC$，$\angle B=60^{\circ}$

作点 M 关于直线 CD 的对称点 G，过 G 作 $GN\perp AB$ 于点 N ，交 CD 于 P，

$\therefore MP=PG$

$\because GN\perp AB$

$\therefore MP+PN=PG+PN=GN$ 为最小值

∵ $\angle B=60^{\circ}$，$GN\perp AB$

$\therefore \angle G = 30^\circ$

$\because BN = 9$

$\therefore BG = 18 \quad \therefore MG = 18 - BM = 18 - 8 = 10$

$\therefore MC = 5$

$\therefore AC = BC = 8 + 5 = 13$

故答案选 C

【点拨】本题考查轴对称中的最短路径问题、等边三角形的性质、直角三角形的性质，正确作图是关键.

5．C

【分析】延长 *EB* 到 *G*，使 *BG*=*FC*，连接 *DG*，通过△*DCF*≌△*DBG* 得到 *DG*=*DF*、∠*FDC*=∠*GDB*，再利用△*EDG*≌△*EDF* 得到 *EF*=*EB*+*FC*，求出结果.

【详解】解：延长 *EB* 到 *G*，使 *BG*=*FC*，连接 *DG*，

∵△*ABC* 是等边三角形，

∴∠*ABC*=∠*ACB*=60°，

又∵*BD*=*CD*，

∴∠*DCB*=∠*DBC*=$\dfrac{180^\circ\text{-}\angle \mathrm{BDC}}{2} = 30^\circ$ ，

∴∠*DCF*=∠*DBE*=90°，

在直角△*DCF* 和直角△*DBG* 中，

$$\begin{cases} DC = DB \\ \angle DCF = \angle DBG \\ CF = BG \end{cases},$$

∴△*DCF*≌△*DBG*，

∴*DG*=*DF*，∠*FDC*=∠*GDB*，

∴∠*GDF*=∠*BDC*=120°，

又∵∠*EDF*=60°，

∴∠*EDG*=60°，

在△*EDG* 和△*EDF* 中，

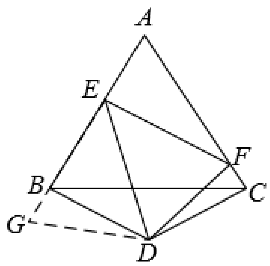
$$\begin{cases} DG = DF \\ \angle EDG = \angle EDF \\ DE = DE \end{cases},$$

∴$\triangle EDG \cong \triangle EDF$，

∴$EF=EG=EB+GB=EB+FC$，

∴$\triangle AEF$ 的周长为：$AE+AF+EF=AE+AF+BE+FC=AB+AC=8$，

故选择 C.



【点拨】本题考查等边三角形的性质和全等三角形的判定和性质，解决问题的关键构造全等三角形.

6．D

【分析】根据作图过程及所作图形可知 $BD=BC=CD$，得出$\triangle BCD$ 是等边三角形；又因为 $AB=AC$，$BD=CD, AD=AD$，推出 $\triangle ABD \cong \triangle ACD$，继而得出 $\angle BAD=\angle CAD$；根据，$\angle BAD=\angle CAD$，可知 AD 为$\angle BAC$ 的角平分线，根据三线合一得出 AD 垂直平分 BC;

四边形 ABCD 的面积等于$\triangle ABD$ 的面积与$\triangle ACD$ 的面积之和，为$\frac{1}{2}AD \cdot BC$.

【详解】解：$\because BD=BC=CD$

∴$\triangle BCD$ 是等边三角形

故选项 B 正确；

$\because AB=AC$，$BD=CD, AD=AD$

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACD$

$\therefore \angle BAD=\angle CAD$

故选项 A 正确；

$\because \angle BAD=\angle CAD$，$AB=AC$

∴据三线合一得出 AD 垂直平分 BC

故选项 C 正确；

∵四边形 ABCD 的面积等于$\triangle ABD$ 的面积与$\triangle ACD$ 的面积之和

$\therefore S_{ABCD}=\frac{1}{2}AD \cdot BC$

故选项 D 错误.

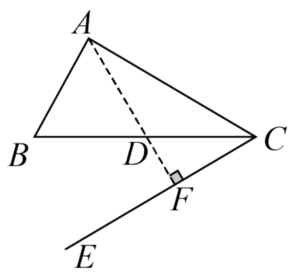
故选：D.

【点拨】本题考查的知识点是等边三角形的判定、全等三角形的判定及性质、线段垂直平分线的判定以及四边形的面积，考查的范围较广，但难度不大.

7．D

【分析】过点 C 作射线 CE，使 $\angle BCE=30°$，再过动点 D 作 $DF\perp CE$，垂足为点 F，连接 AD，在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中，$\angle DCF=30°, DF=\frac{1}{2}DC, 2AD+DC=2(AD+\frac{1}{2}DC)=2(AD+DF)$ 当 A, D, F 在同一直线上，即 $AF\perp CE$ 时，$AD+DF$ 的值最小，最小值等于垂线段 AF 的长.

【详解】解：过点 C 作射线 CE，使 $\angle BCE=30°$，再过动点 D 作 $DF\perp CE$，垂足为点 F，连接 AD，如图所示：



在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中，$\angle DCF=30°$，

$\therefore DF=\frac{1}{2}DC$，

$\because 2AD+DC=2(AD+\frac{1}{2}DC)$

$=2(AD+DF)$，

$\therefore$当 A，D，F 在同一直线上，即 $AF\perp CE$ 时，$AD+DF$ 的值最小，最小值等于垂线段 AF 的长，

此时，$\angle B=\angle ADB=60^{\circ}$，

$\therefore\triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore AD=BD=AB=4$，

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle A=90°, \angle B=60°, AB=4$，

$\therefore BC=8$，

$\therefore DC=4$，

$\therefore DF=\frac{1}{2}DC=2,$，

$\therefore AF=AD+DF=4+2=6$，

$\therefore 2(AD+DF)=2AF=12$，

$\therefore 2(AD+DC)$ 的最小值为 12，

故选：D．

【点拨】本题考查垂线段最短、勾股定理等知识，解题的关键是学会添加辅助线，构造胡不归模型，学会用转化的思想思考问题，属于中考选择或填空题中的压轴题．

8．C

【分析】如图 1 中，作 $CH\perp BC$，使得 $CH=BC$，连接 NH，BH．证明$\triangle ABM\cong\triangle CHN$（$SAS$），推出 $BM=HN$，由 $BN+HN\geq BH$，可知 B，N，H 共线时，$BM+BN=NH+BN$ 的值最小，求出此时$\angle MBN$ 即可解决问题．

【详解】解：如图 1 中，作 $CH\perp BC$，使得 $CH=BC$，连接 NH，BH．

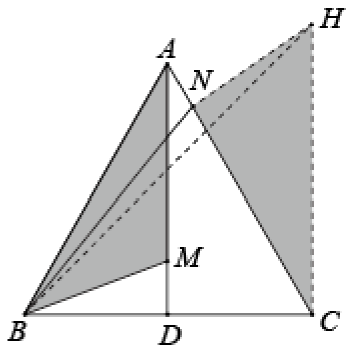


图1

$\because\triangle ABC$ 是等边三角形，$AD\perp BC$，$CH\perp BC$，

$\therefore\angle DAC=\angle DAB=30°$，$AD\parallel CH$，

$\therefore\angle HCN=\angle CAD=\angle BAM=30°$，

$\because AM=CN$，$AB=BC=CH$，

$\therefore\triangle ABM\cong\triangle CHN$（$SAS$），

$\therefore BM=HN$，

$\because BN+HN\geq BH$，

$\therefore B$，N，H 共线时，$BM+BN=NH+BN$ 的值最小，

如图 2 中，当 B，N，H 共线时，

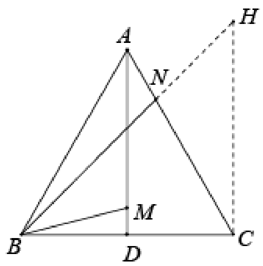


图2

∵△ABM≌△CHN，

∴∠ABM＝∠CHB＝∠CBH＝45°，

∵∠ABD＝60°，

∴∠DBM＝15°，

∴∠MBN＝45°﹣15°＝30°，

∴当 BM+BN 的值最小时，∠MBN＝30°，

故选：C．

【点拨】本题考查轴对称，等边三角形的性质等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造全等三角形解决问题．

9．A

【分析】先根据SAS定理证出$\triangle ACD\cong\triangle CBE$，从而可得∠ $AFG=60°$，根据等边三角形的判定可得$\triangle AFG$是等边三角形，再根据SAS定理证出$\triangle ACF\cong\triangle ABG$，从而可得$\angle BGC=\angle BAC=60°=\angle AFG$，根据平行线的判定可得$AF/\!/BG$，从而可得$S_{\triangle AFG}=S_{\triangle ABF}=m$，然后根据$AF:EF=5:3$可得$EG:FG=2:5$，最后根据三角形的面积公式即可得．

【详解】解：∵$\triangle ABC$是等边三角形，

∴$BC=AC=AB,\angle ACB=\angle CBA=\angle BAC=60°$，

在$\triangle ACD$和△CBE中，$\begin{cases}BC=AC\\\angle ACD=\angle CBE\\CD=BE\end{cases}$，

∴$\triangle ACD\cong\triangle CBE(\mathrm{SAS})$，

∴$\angle CAD=\angle BCE$，

∵$\angle BCE+\angle ACE=\angle ACB=60°$，

∴$\angle AFG=\angle CAD+\angle ACE=\angle BCE+\angle ACE=60°$，

∵$FG=FA$，

∴$\triangle AFG$是等边三角形，

∴ $AF=AG,\angle FAG=60°$，

∴ $\angle BAC-\angle BAD=\angle FAG-\angle BAD$，即$\angle CAF=\angle BAG$，

在$\triangle ACF$和$\triangle ABG$中，$\begin{cases} AC = AB \\ \angle CAF = \angle BAG \\ AF = AG \end{cases}$，

$\therefore \triangle ACF \cong \triangle ABG(\text{SAS})$，

$\therefore \angle ACF = \angle ABG$，

又$\because \angle AEC = \angle BEG$，

$\therefore \angle BGC = \angle BAC = 60°$，

$\therefore \angle BGC = \angle AFG$，

$\therefore AF \mathbin{/\mkern-5mu/} BG$，

$\therefore S_{\triangle AFG} = S_{\triangle ABF} = m$（同底等高），

$\because AF : EF = 5:3$，$FG = FA$，

$\therefore FG : EF = 5:3$，

$\therefore EG : FG = 2:5$，

$\therefore S_{\triangle AEG} : S_{\triangle AFG} = 2:5$，

$\therefore S_{\triangle AEG} = \frac{2}{5} S_{\triangle AFG} = \frac{2}{5} m$，

即$\triangle AEG$的面积为$\frac{2}{5}m$，

故选：A．

【点拨】本题考查了等边三角形的判定与性质、三角形全等的判定与性质等知识点，正确找出两组全等三角形是解题关键．

10．C

【分析】①由于$\triangle ABC$和$\triangle CDE$是等边三角形，可知$AC=BC$，$CD=CE$，$\angle ACB=\angle DCE=60°$，从而证出$\triangle ACD\cong\triangle BCE$，可推知$AD=BE$；②由$\triangle ACD\cong\triangle BCE$得$\angle CBE=\angle DAC$，加之$\angle ACB=\angle DCE=60°$，$AC=BC$，得到$\triangle CQB\cong\triangle CPA$（ASA），再根据$\angle PCQ=60°$推出$\triangle PCQ$为等边三角形，又由$\angle PQC=\angle DCE$，根据内错角相等，两直线平行，可知②正确；③根据②$\triangle CQB\cong\triangle CPA$（ASA），可知③正确；④根据$\angle DQE=\angle ECQ+\angle CEQ=60°+\angle CEQ$，$\angle CDE=60°$，可知$\angle DQE\neq\angle CDE$，可知④错误；⑤利用等边三角形的性质，$BC\parallel DE$，再根据平行线的性质得到$\angle CBE=\angle DEO$，于是$\angle AOB=\angle DAC+\angle BEC=\angle BEC+\angle DEO=\angle DEC=60°$，可知⑤正确．

【详解】解：$\because$等边$\triangle ABC$和等边$\triangle CDE$，

$\therefore AC = BC$，$CD = CE$，$\angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$，

$\therefore \angle ACB + \angle BCD = \angle DCE + \angle BCD$，即 $\angle ACD = \angle BCE$，

$\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE(SAS)$，

$\therefore AD=BE$，

∴①正确，

$\because \triangle ACD \cong \triangle BCE$，

$\therefore \angle CBE = \angle DAC$，

又$\because \angle ACB = \angle DCE = 60^\circ$，

$\therefore \angle BCD = 60^\circ$，即 $\angle ACP = \angle BCQ$，

又$\because AC = BC$，

$\therefore \triangle CQB \cong \triangle CPA(ASA)$，

$\therefore CP = CQ$，

又$\because \angle PCQ=60^\circ$可知$\triangle PCQ$为等边三角形，

$\therefore \angle PQC = \angle DCE = 60^\circ$，

$\therefore PQ \parallel AE$②正确，

$\because \triangle CQB \cong \triangle CPA$，

$\therefore AP=BQ$，③正确，

$\because AD=BE$，$AP=BQ$，

$\therefore AD - AP = BE - BQ$，

即 $DP=QE$，

$\because \angle DQE = \angle ECQ + \angle CEQ = 60^\circ + \angle CEQ$，$\angle CDE = 60^\circ$，

$\therefore \angle DQE \neq \angle CDE$，

$\therefore DE \neq DP$，故④错误；

$\because \angle ACB=\angle DCE=60^\circ$，

$\therefore \angle BCD=60^\circ$，

∵等边$\triangle DCE$，

$\angle EDC=60^\circ=\angle BCD$，

$\therefore BC \parallel DE$，

$\therefore \angle CBE=\angle DEO$，

$\therefore\angle AOB=\angle DAC+\angle BEC=\angle BEC+\angle DEO=\angle DEC=60°$，

∴⑤正确．

故选：C．

【点拨】本题综合考查了等边三角形判定与性质、全等三角形的判定与性质、平行线的判定与性质等知识点的运用．要求学生具备运用这些定理进行推理的能力，此题的难度较大．

11．9

【分析】根据$\angle CAD=30°$，得到$AD=2CD$，从而得到$AD+BD=3CD$,求得CD即可．

【详解】$\because\angle C=90°$，D是BC的中点，$\angle CAD=30°$，$BC=6$，

$\therefore AD=2CD$，$BD=CD=\frac{1}{2}BC=3$，

$\therefore AD+BD=3CD=9$，

故答案为：9．

【点拨】本题考查了直角三角形的性质，线段中点即线段上一点，把这条线段分成相等的两条线段的点，熟练掌握直角三角形的性质是解题的关键．

12．3

【分析】根据等边三角形的性质及$EF\perp AC$，可推出$\angle AFE=30°$，得$AE=\frac{1}{2}AF=\frac{1}{4}AB=3$．

【详解】$\because\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore\angle A=60°$．

$\because EF\perp AC$，

$\therefore\angle AFE=30°$，

$\therefore AE=\frac{1}{2}AF=\frac{1}{4}AB=3$，

故答案为3．

【点拨】本题考查了等边三角形的性质及含30°角的直角三角形的性质，关键是熟练掌握这些性质．

13．a

【分析】根据“有一内角为60度的等腰三角形是等边三角形”进行解答．

【详解】$\because\angle AON=60°$，

∴当$OA=OP=a$时，$\triangle AOP$为等边三角形．

故答案是：a．

【点拨】本题考查了等边三角形的判定．等边三角形的判定方法：（1）由定义判定：三条边都相等的三角