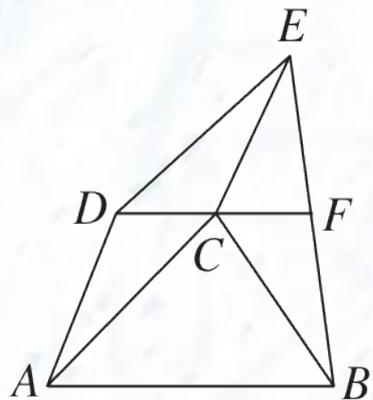




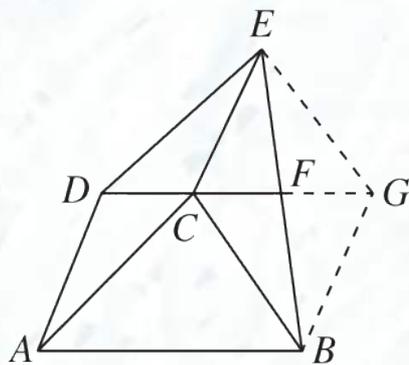
阶段拔尖专训9 构造平行四边形解 决问题

题型1 构造平行四边形证明线段平行或相等

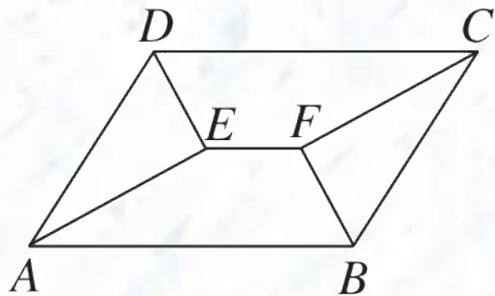
1. 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, 以 AD, AC 为边作 $\square ACED$, 延长 DC 交 EB 于点 F , 求证: $EF = FB$.



【证明】如图，过点 B 作 $BG \parallel AD$ ，交 DF 的延长线于点 G ，连结 EG 。又 $\because DC \parallel AB$ ， \therefore 四边形 $ABGD$ 是平行四边形， $\therefore BG = AD$ 。在 $\square ACED$ 中， $AD \parallel CE$ 且 $AD = CE$ ， $\therefore CE \parallel BG$ 且 $CE = BG$ 。 \therefore 四边形 $BCEG$ 为平行四边形。 $\therefore EF = FB$ 。



2.如图, $\square ABCD$ 中, $AB > BC$, $\angle BAD$ 与 $\angle ADC$ 的平分线交于点 E , $\angle ABC$ 与 $\angle BCD$ 的平分线交于点 F .求证: $EF \parallel AB$.



【证明】延长 DE 交 AB 于 M .

\therefore 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

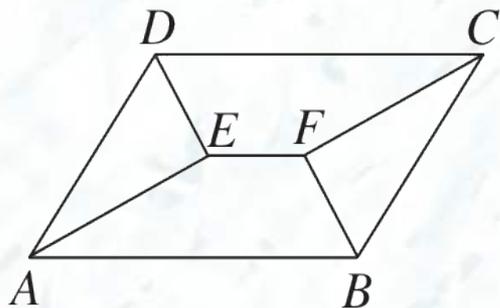
$\therefore \angle ADC = \angle ABC, AB \parallel CD,$

$\angle ADC + \angle BAD = 180^\circ$.

$\therefore DE, BF$ 分别平分 $\angle ADC, \angle ABC,$

$\therefore \angle ADE = \angle CDE = \frac{1}{2} \angle ADC, \angle CBF = \angle ABF = \frac{1}{2} \angle ABC,$

$\therefore \angle ADE = \angle CDE = \angle CBF = \angle ABF.$



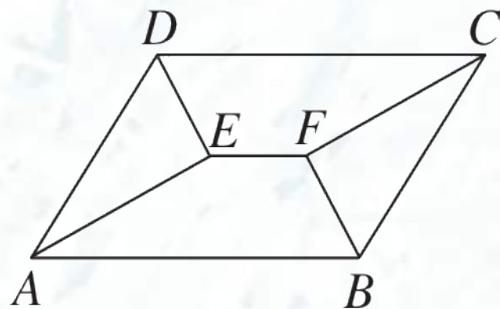
$\because AB \parallel CD, \therefore \angle CDM = \angle AMD,$

$\therefore \angle AMD = \angle ABF = \angle ADM,$

$\therefore EM \parallel BF, AD = AM.$

$\because \angle ADC + \angle BAD = 180^\circ, AE, DE$ 分别
平分 $\angle DAB$ 和 $\angle ADC,$

\therefore 易得 $AE \perp DM. \therefore ED = EM.$



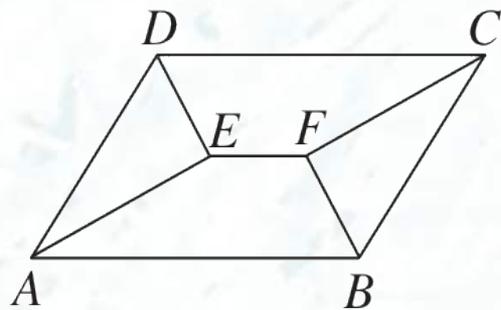
∴ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

∴ $\angle DAB = \angle BCD$, $AD = BC$.

又∴ AE , CF 分别是 $\angle DAB$, $\angle DCB$ 的平分线.

∴ $\angle DAE = \angle BCF$.

在 $\triangle ADE$ 与 $\triangle CBF$ 中,
$$\begin{cases} \angle DAE = \angle BCF, \\ AD = BC, \\ \angle ADE = \angle CBF, \end{cases}$$

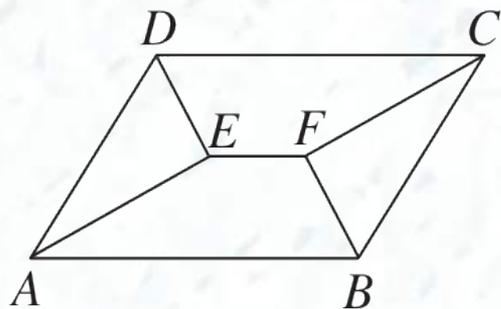


$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF, \therefore DE = BF.$

$\therefore ED = EM, \therefore BF = EM,$

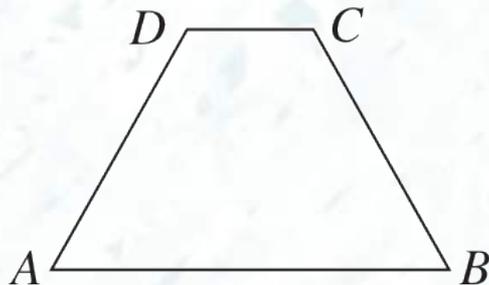
\therefore 四边形 $EMBF$ 是平行四边形,

$\therefore EF \parallel BM$, 即 $EF \parallel AB$.

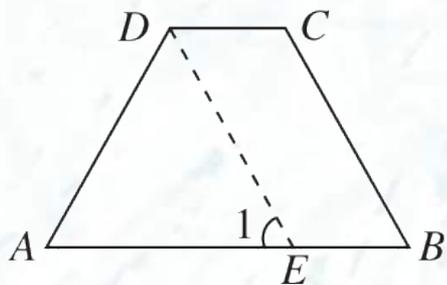


题型2 构造平行四边形证明线段的和差倍分关系

3.如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$,且 $\angle ADC = 2\angle ABC$.求证:
 $AB = AD + CD$.



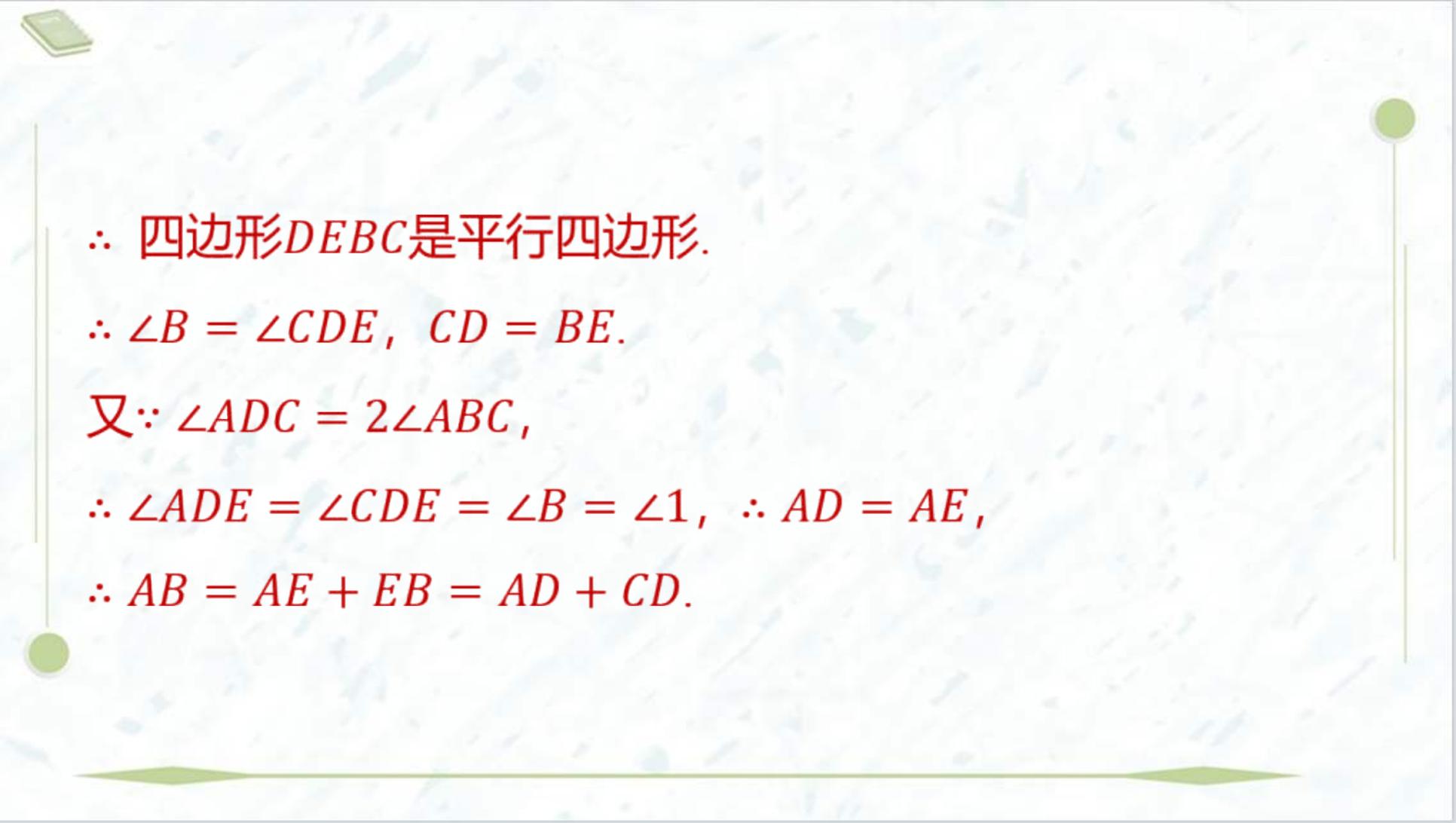
【证明】如图，过点 D 作 $DE \parallel BC$ ，



交 AB 于点 E 。

$$\therefore \angle B = \angle 1.$$

$$\therefore AB \parallel CD, DE \parallel BC,$$



\therefore 四边形 $DEBC$ 是平行四边形.

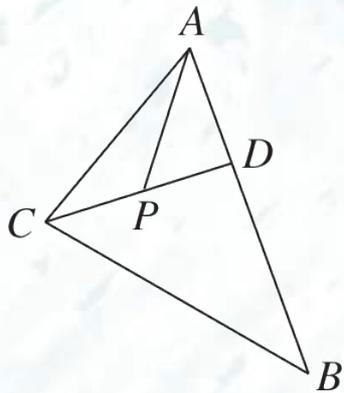
$\therefore \angle B = \angle CDE, CD = BE.$

又 $\therefore \angle ADC = 2\angle ABC,$

$\therefore \angle ADE = \angle CDE = \angle B = \angle 1, \therefore AD = AE,$

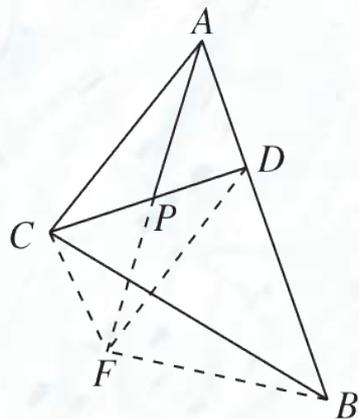
$\therefore AB = AE + EB = AD + CD.$

4.如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, D 是 AB 上一点, $AC = BD$, P 是 CD 的中点. 求证: $AP = \frac{1}{2}BC$.



【证明】延长 AP 至点 F ，使得 $PF = AP$ ，连结 BF ， DF ， CF ，如图.

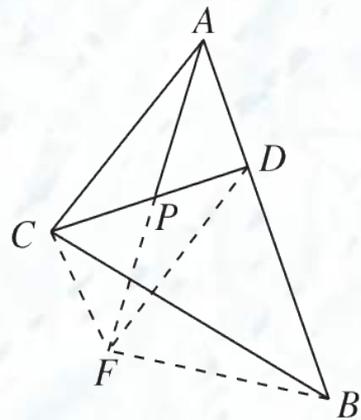
$\because P$ 是 CD 的中点， $\therefore CP = DP$ ， \therefore 四边形 $ACFD$ 是平行四边形， $\therefore DF = AC = BD$ ， $DF \parallel AC$ ，
 $\therefore \angle FDB = \angle BAC = 60^\circ$ ， $\therefore \triangle BDF$ 是等边三角形，
 $\therefore BF = DF = AC$ ， $\angle ABF = 60^\circ$ ， $\therefore \angle ABF = \angle BAC$.



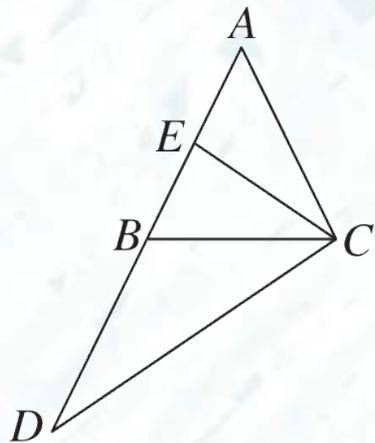
在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BAF$ 中,
$$\begin{cases} AB = BA, \\ \angle BAC = \angle ABF, \\ AC = BF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABC \cong \triangle BAF, \therefore AF = BC,$

$\therefore AP = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2}BC.$



5.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 AB 延长线上一点, $BD = AB$,
 E 是 AB 的中点,求证: $CD = 2CE$.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/455123021112012012>