

# 走进数学建模世界

华南师范大学数学科学学院 06 级本科生 (510631) 黄泽君

**编者按：**由中国教育部国际交流司与师范司，以及东芝公司共同举办的第二届“东芝杯·中国师范大学师范专业理科大学生教学技能创新实践大赛”2009年11月15日在上海落下帷幕。经过紧张的数学模拟授课、教案评比、即席演讲三项总决赛，最终华南师范大学的黄泽君夺得冠军，南京师范大学的向坤获亚军，陕西师范大学的金涛获季军。三名获奖选手每人除了获奖励高级笔记本电脑一台之外，并获得免费赴日进行短期访学。本刊刊登获得第一名的教案，以飨读者。

**【教材】** 人教版数学必修① 3.2 函数模型及其应用 **【课时安排】** 第 4 课时

**【教学对象】** 高一学生 **【授课教师】** 华南师范大学数学科学学院 黄泽君

**【教材分析】** 数学建模是高中数学新课程的新增内容，但《标准》中没有对数学建模的课时和内容作具体安排，只是建议将数学建模穿插在相关模块的教学中。而“3.2 函数模型及其应用”一节只是通过六个例子介绍一次函数、二次函数、指数函数、对数函数与幂函数在解决实际问题中的作用，为以后的数学建模实践打基础，还未能使学生真正理解数学建模的真实全过程。本节课通过一个较为真实的数学建模案例，以弥补教材的这一不足。

**【学情分析】** 高一学生在进入本节课的学习之前，需要熟悉前面已学过的二次函数与三角函数的相关性质。

**【教学目标】**

✧ **知识与技能**

- (1) 初步理解数学模型、数学建模两个概念；
- (2) 掌握框图 2——数学建模的过程。

✧ **过程与方法**

- (1) 经历解决实际问题的全过程，初步掌握函数模型的思想与方法；
- (2) 提高学生通过建立函数模型解决实际问题的能力。

### 情感态度价值观

- (1) 体验将实际问题转化为数学问题的数学化过程；
- (2) 感受数学的实用价值，增强应用意识；(3) 体会数学以不变应万变的魅力。

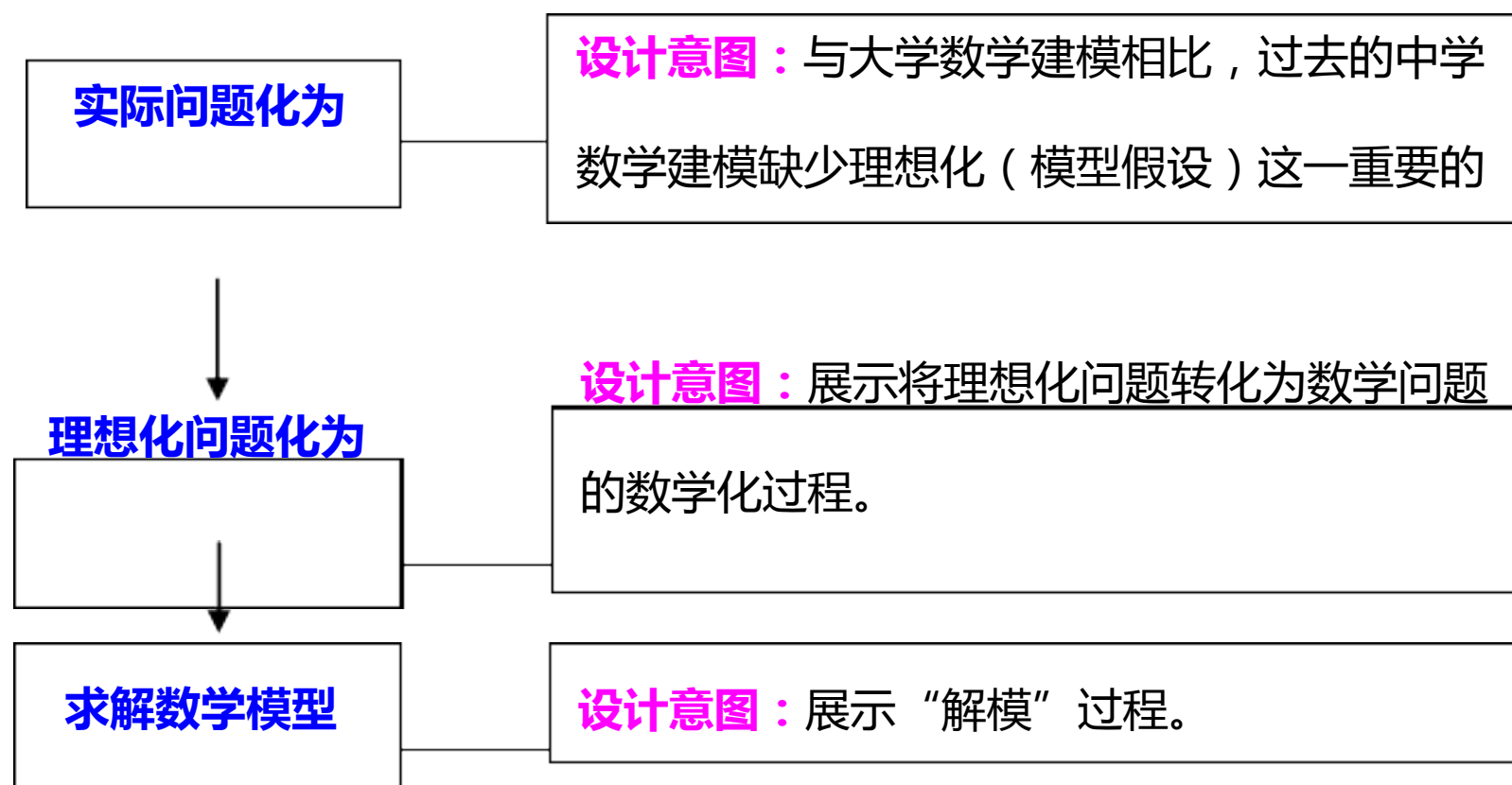
【教学重点】框图 2——数学建模的过程。

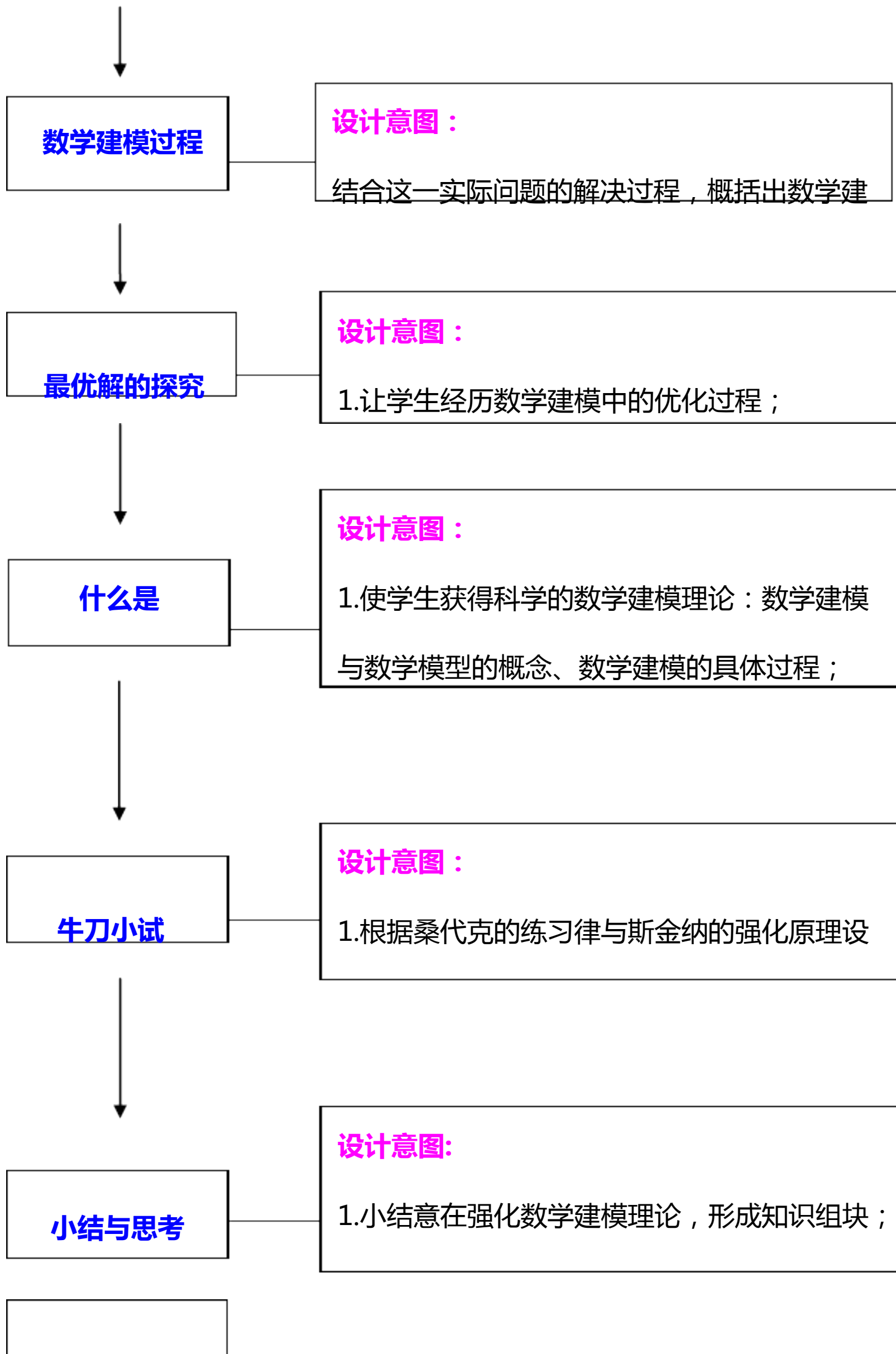
【教学难点、关键】方案二中答案的探究；关键是运用合情推理。

【教学方法】引导探究、讨论交流。【教学手段】计算机、PPT、几何画板。

### 【教学过程设计】

#### 一、教学流程设计





## 二、教学过程设计

教学环节	教 学 内 容	教师活动	学生活动	设计意图
<p>(一)</p> <p>实际问题 化为 理想 化问 题</p> <p>预计 时间 2 分钟</p>	<p>现有宽为<math>a</math>的长方形板材，请将它设计制成一直的开口的长条形水槽，使水槽能通过的流量最大。</p>  <p>1. 初步理想化</p> <p>在单位时间内，该水槽能通过的流量取决于水流速度和它的横截面积。我们将问题理想化，假定水流速度是一定的。那么，要在单位时间内获得最大的流量，就应该将</p>	<p>教师 引导 学生 阅读 理解 问题</p> <p>， 并将 其理 想化</p>	<p>学生 听讲 思考</p>	<p>与大学 数学建 模相比 ，过去 的中学 数 学建模 缺少理 想化这 一重要 的环节。</p>

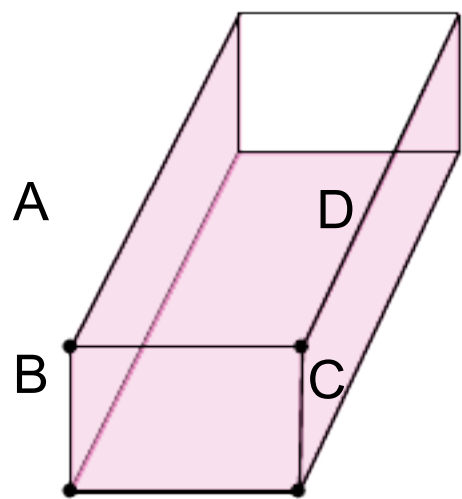
水槽设计成横截面积最大。于是，问题化归为：

“现有宽为 $a$ 的长方形板材，请将它设计制成一开口的长条形水槽，使水槽的横截面积最大。”

## 2.进一步理想化

如果将水槽的横截面设计成矩形，那么这一实际问题可以转化为理想化问题：

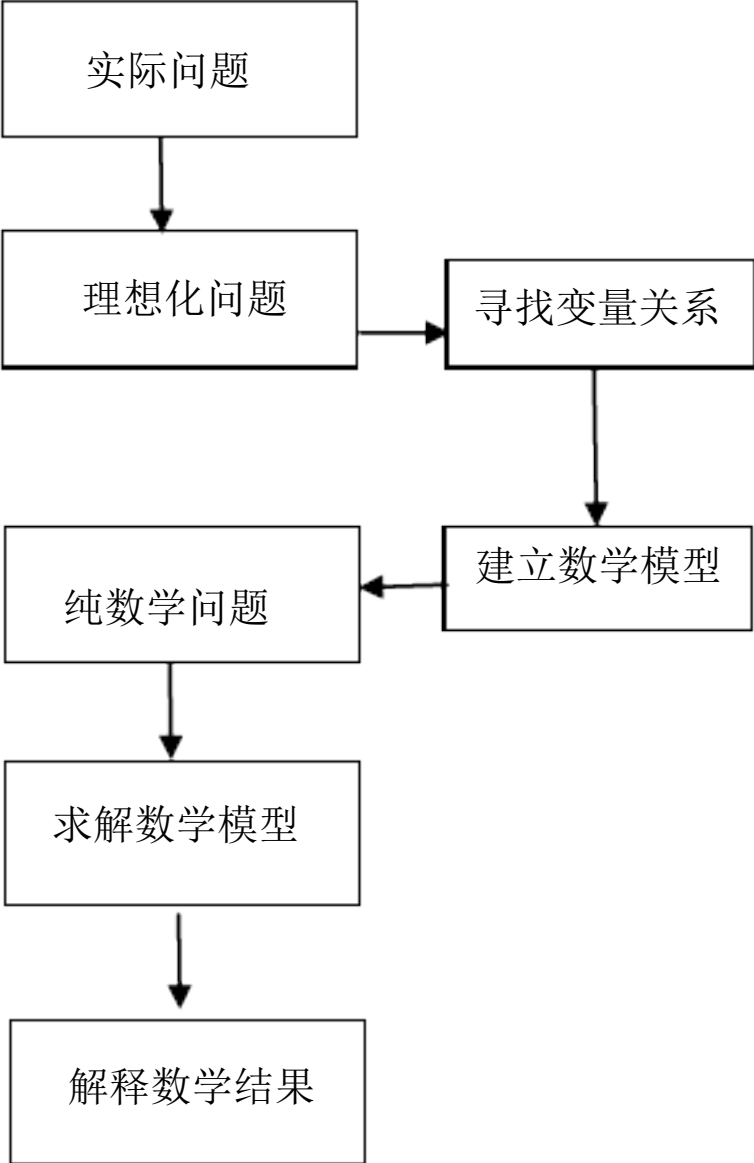
如下图所示，要建造一个横截面为矩形ABCD的水槽，并且AB,BC,CD的长度之和等于 $a$ .问应当怎样设计水槽的深度和宽度,使水槽的横截面积最大?



本环节意在恢复数学建模的真实面目。

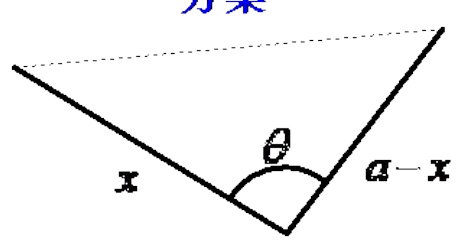
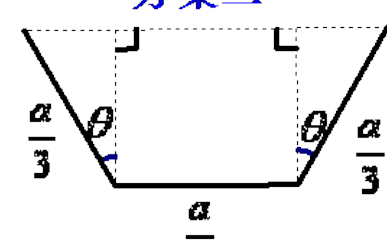
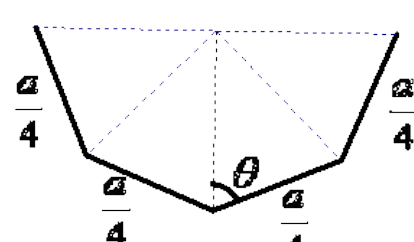
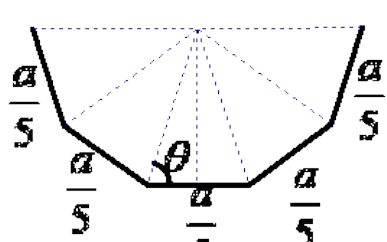
<p>(二)</p> <p>将理想化问题转化为数学问题</p> <p>预计时间 3 分钟.</p>	<p><b>1.寻找变量以及变量之间的关系</b></p> <p>在此问题中，水槽的深度是一个变量，宽度是另一个变量，横截面积也是一个变量。</p> <p>设 <math>AB = x</math> , <math>BC = y</math>. 矩形 <math>ABCD</math> 的面积为 <math>S</math> .</p> <p>那么，这三个变量之间的关系是 <math>S = xy</math> .</p> <p>变量 <math>S</math> 由两个变量 <math>x</math> 和 <math>y</math> 确定.如果我们能使面积 <math>S</math> 表达式只由一个变量确定，那么我们研究的问题就可以简化，这就需要寻找两个变量 <math>x</math> 和 <math>y</math> 之间的关系。显然,</p> $2x + y = a .$ <p><b>2.建立数学模型</b></p> $S = x(a - 2x)$ <p>将实际问题转化为一个纯数学问题：</p> <p>当 <math>x</math> 取何值时，函数 <math>S = x(a - 2x)</math> (<math>0 &lt; x &lt; \frac{a}{2}</math>) 有最大值？</p> <p>因为 <math>S = x(a - 2x) = \frac{a^2}{4} - 2(x - \frac{a}{4})^2 \leq \frac{a^2}{4}</math> ,</p>	<p>教师</p> <p>引导</p> <p>讲解</p>	<p>学生理想化听讲问题转思考化为数</p>	<p>展示将学问题的数学化过程。</p>
	<p>8      4      8</p> <p>—      —      —</p>			

<p><b>(三)</b></p> <p><b>求解</b></p> <p><b>数学</b></p> <p><b>模型</b></p> <p><b>解释</b></p> <p><b>数学</b></p> <p><b>结果</b></p> <p>预计框图 1 :</p> <p>时间</p> <p>2</p> <p>分钟</p>	<p>所以, 当 <math>x = \frac{a}{4}</math> 时, <math>S</math> 有最大值 <math>0.125a^2</math>.</p> <p>此时, <math>y = a - 2x = \frac{a}{2}</math>.</p> <p>当水槽的横截面设计成矩形时, 只要将深度、宽度分别设计为 <math>\frac{a}{4}</math> 和 <math>\frac{a}{2}</math> 时, 可得到最大的横截面积, 从而可获得最大的流量。</p> <p>可将上述数学建模的过程概括为下面的</p>	<p>教师</p> <p>引导</p> <p>分析</p> <p>讲解</p>	<p>学生</p> <p>听讲</p> <p>思考</p> <p>解</p> <p>模型</p>	<p>展</p> <p>示</p> <p>解</p> <p>求</p> <p>模</p> <p>过</p> <p>程</p>
--	---	---	--	--

<p><b>(四)</b></p> <p><b>数学建模过程</b></p> <p>预计时间 2 分钟.</p>	 <pre> graph TD     A[实际问题] --&gt; B[理想化问题]     B --&gt; C[寻找变量关系]     C --&gt; D[建立数学模型]     D --&gt; E[纯数学问题]     E --&gt; F[求解数学模型]     F --&gt; G[解释数学结果] </pre>	<p>教师 引导 讲解</p>	<p>学生 听讲 思考</p>	<p>结合这一实际问题的解决过程,概括出数学建模的基本过程,以实现由具体到抽象的升华。</p>
--	---	-------------------------	-------------------------	---



--	--	--	--	--

<p><b>(五)</b></p> <p><b>最优解的探究</b></p> <p>预计时间 7 分钟</p>	<p>我们前面的设计是将横截面设计成矩形，将深度、宽度分别设计为 <math>\frac{a}{4}</math> 和 <math>\frac{a}{2}</math> 时，可得到最大的横截面积，</p> <p>如果将水槽的横截面分别按照下图中的五种方案进行设计，结果又如何呢？</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>方案一</p>  <p>三角形</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>方案二</p>  <p>等腰梯形</p> </div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <p>方案三</p>  <p>四个底角都为 <math>67.5^\circ</math> 的等腰三角形</p> </div> <div style="text-align: center;"> <p>方案四</p>  <p>五个底角都为 <math>72^\circ</math> 的等腰三角形</p> </div> </div>	<p>教师将学生分成五个小组，并巡视指导学生解决问题。</p> <p style="color: red;">由于缺少导数工具，教师应引导学生</p>	<p>学生动手探究各自的设计方案</p>	<p>1. 让学生经历数学建模中的优化过程；</p> <p>2. 培养学生的探究意识。</p>
---	--	---	----------------------	---

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：  
<https://d.book118.com/457031146020006055>