2022年高考数学试题分析暨
2022届高三数学复习建议

一．选择题

（1）复数$\left(\dfrac{3-i}{1+i}\right)^2=$

（A）$-3-4\mathrm{i}$　　（B）$-3+4\mathrm{i}$　　（C）$3-4\mathrm{i}$　　（D）$3+4\mathrm{i}$

【答案】A

【命题意图】本试题主要考查复数的运算.

【解析】$\left(\dfrac{3-i}{1+i}\right)^2=\left[\dfrac{(3-i)(1-i)}{2}\right]^2=(1-2i)^2=-3-4i$.

（2）．函数$y=\dfrac{1+\ln(x-1)}{2}(x>1)$的反函数是

（A）　$y=e^{2x+1}-1(x>0)$　　（B）$y=e^{2x+1}+1(x>0)$

（C）$y=e^{2x+1}-1(x\in\mathrm{R})$　　（D）$y=e^{2x+1}+1(x\in\mathrm{R})$

【答案】D

【命题意图】本试题主要考察反函数的求法及指数函数与对数函数的互化。

【解析】由原函数解得$x=e^{2y-1}+1$，即$f^{-1}(x)=e^{2x-1}+1$，又$x>1,\therefore x-1>0$;

$\therefore\ln(x-1)\in R$，∴$y\in R$∴在反函数中$x\in R$，故选D.

（3）．若变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x\geqslant-1,\\ y\geqslant x,\\ 3x+2y\leqslant5,\end{cases}$则$z=2x+y$的最大值为

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

【答案】C

【命题意图】本试题主要考查简单的线性规划问题.

【解析】可行域是由$A(-1,-1),B(-1,4),C(1,1)$构成的三角形，可知目标函数过C时最大，最大值为3，　　故选C.

（4）．如果等差数列$\{a_n\}$中，$a_3+a_4+a_5=12$，那么$a_1+a_2+\ldots+a_7=$

（A）14　　（B）21　　（C）28　　（D）35

【答案】C

【命题意图】本试题主要考查等差数列的基本公式和性质.

【解析】$a_3+a_4+a_5=3a_4=12, a_4=4, \therefore a_1+a_2+\cdots+a_7=\frac{7(a_1+a_7)}{2}=7a_4=28$

（5）不等式$\frac{x^2-x-6}{x-1}>0$的解集为

（A）$\{x|x<-2, 或x>3\}$ （B）$\{x|x<-2，或1<x<3\}$

（C）$\{x|-2<x<1，或x>3\}$ （D）$\{x|-2<x<1，或1<x<3\}$

【答案】C

【命题意图】本试题主要考察分式不等式与高次不等式的解法.

【解析】$\frac{x^2-x-6}{x-1}>0 \Leftrightarrow \frac{(x-3)(x+2)}{(x-1)}>0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2)(x-1)>0$，

利用数轴穿根法解得-2＜x＜1 或 x＞3， 故选 C

（6）将标号为 1，2，3，4，5，6 的 6 张卡片放入 3 个不同的信封中．若每个信封放 2 张，其中标号为 1，2 的卡片放入同一信封，则不同的方法共有

（A）12 种 （B）18 种 （C）36 种 （D）54 种

【答案】B

【命题意图】本试题主要考察排列组合知识，考察考生分析问题的能力.

2010 年高考大纲数学中“考试要求”规定：

数学科的考试，按照“考查基础知识的同时，注重考查能力”的原则，确立以能力立意命题的指导思想，

【解析】标号 1,2 的卡片放入同一封信有C_3^1种方法；其他四封信放入两个信封，

每个信封两个有$\frac{C_4^2}{A_2^2}\cdot A_2^2$种方法，共有$C_3^1\cdot\frac{C_4^2}{A_2^2}\cdot A_2^2=18$种， 故选 B.

均分 1.74 得分率 0.35 四

（7）为了得到函数$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图像，只需把函数$y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图像

（A）向左平移$\frac{\pi}{4}$个长度单位 （B）向右平移$\frac{\pi}{4}$个长度单位

（C）向左平移$\frac{\pi}{2}$个长度单位　　（D）向右平移$\frac{\pi}{2}$个长度单位

【答案】B

【命题意图】本试题主要考查三角函数图像的平移.

【解析】$y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})=\sin 2(x+\frac{\pi}{12})$，$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})==\sin 2(x-\frac{\pi}{6})$，

所以将$y=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$的图像向右平移$\frac{\pi}{4}$个长度单位得到$y=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$的图像，

故选 B.

（8）ΔABC中，点D在AB上，CD平分$\angle ACB$．若$\overrightarrow{CB}=\vec{a},\overrightarrow{CA}=\vec{b}$　$|a|=1$，$|b|=2$，则$\overrightarrow{CD}=$

（A）$\frac{1}{3}a+\frac{2}{3}b$　（B）$\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}b$　（C）$\frac{3}{5}a+\frac{4}{5}b$　（D）$\frac{4}{5}a+\frac{3}{5}b$

【答案】B

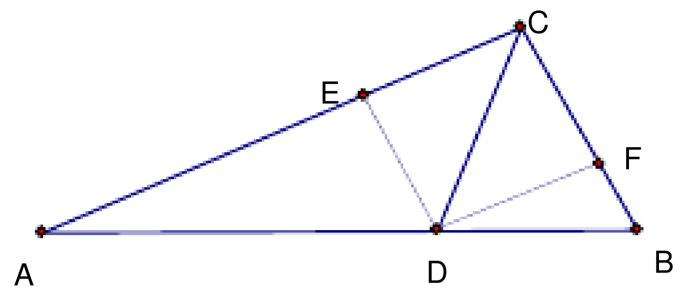
【命题意图】本试题主要考查向量的基本运算，考查（角平分线定理）平面几何知识.

【解析】因为CD平分$\angle ACB$，由角平分线定理得$\frac{|\mathrm{AD}|}{|\mathrm{DB}|}=\frac{|\mathrm{CA}|}{|\mathrm{CB}|}=\frac{2}{1}$，

所以 D 为 AB 的三等分点，且$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{\mathrm{CB}}-\overrightarrow{\mathrm{CA}})$，

所以$\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{CA}}+\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{CB}}+\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{CA}}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}$，　　故选 B.

或：



设$\overrightarrow{CD}=m\vec{a}+n\vec{b}$,则由$A$、$D$、$B$三点一线得$m+n=1$,

而$\angle BCD=\angle ACD$,构造的平行四边形 CFDE 为菱形

所以,$|m\vec{a}|=|n\vec{b}|$,即$m=2n$，结合$m+n=1$得$m=\frac{2}{3},n=\frac{1}{3}$

故,$\overrightarrow{CD}=\frac{2}{3}\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}.$

（9）已知正四棱锥$S-ABCD$中，$SA=2\sqrt{3}$，那么当该棱锥的体积最大时，它的高为

（A）1　（B）$\sqrt{3}$　（C）2　（D）3

【答案】C

【命题意图】本试题主要考察锥体的体积，考察高次函数的最值问题.

【解析】设底面边长为 a，则高 $h=\sqrt{SA^2-(\frac{\sqrt{2}a}{2})^2}=\sqrt{12-\frac{a^2}{2}}$，

所以体积 $V=\frac{1}{3}a^2h=\frac{1}{3}\sqrt{12a^4-\frac{1}{2}a^6}$，

设 $y=12a^4-\frac{1}{2}a^6$，则 $y'=48a^3-3a^5$，

当 y 取最值时，$y'=48a^3-3a^5=0$，解得 a=0 或 a=4 时，体积最大，

此时 $h=\sqrt{12-\frac{a^2}{2}}=2$，　　　故选 C.

均分 1.73　　得分率　0.35　　　三

（10）若曲线 $y=x^{-\frac{1}{2}}$ 在点 $\left(a,a^{-\frac{1}{2}}\right)$ 处的切线与两个坐标轴围成的三角形的面积为 18，则 $a=$

（A）64　　　（B）32　　　（C）16　　　（D）8

【答案】A

【命题意图】本试题主要考查求导法则、导数的几何意义、切线的求法和三角形的面积公式，考查考生的计算能力.

【解析】 $y'=-\frac{1}{2}x^{-\frac{3}{2}},\therefore k=-\frac{1}{2}a^{-\frac{3}{2}}$，切线方程是 $y-a^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}a^{-\frac{3}{2}}(x-a)$，

令 $x=0$，$y=\frac{3}{2}a^{-\frac{1}{2}}$，令 $y=0$，$x=3a$，

$\therefore$三角形的面积是 $s=\frac{1}{2}\cdot 3a\cdot\frac{3}{2}a^{-\frac{1}{2}}=18$，解得 $a=64$.　故选 A.

均分 2.11　　　难度　0.42

（11）与正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的三条棱 AB、CC_1、A_1D_1 所在直线的距离相等的点

（A）有且只有 1 个　　　（B）有且只有 2 个

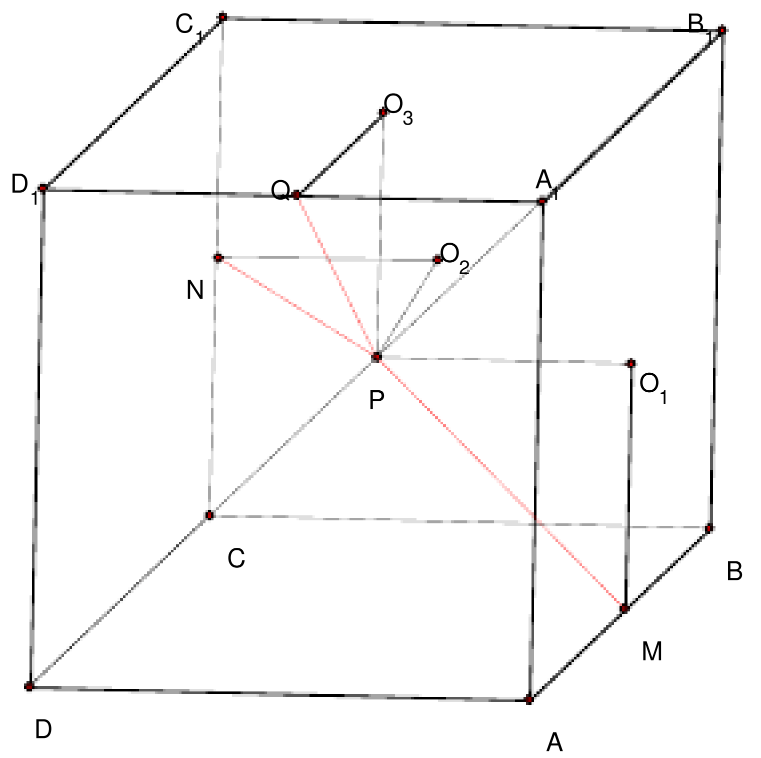
（C）有且只有 3 个　　　（D）有无数个

【答案】D

对空间想象与推理的考查力度比较大；

均分 0.86　　得分率 0.17

选择题中难度最大的一个



仔细品味：有直观感知（点 **B**、**D** 它们的中点）、合情推理（直线 **BD** 上的任意点）的味。

【解析】

直线 B_1D 上取一点，分别作 PO_1，PO_2，PO_3 垂直于 B_1D_1，B_1C，B_1A 于 O_1，O_2，O_3 则 $PO_1\perp$ 平面 A_1C_1，$PO_2\perp$ 平面 B_1C，$PO_3\perp$ 平面 A_1B，O_1，O_2，O_3 分别作 $O_1N\perp A_1D_1, O_2M\perp CC_1, O_3Q\perp AB$，垂足分别为 M，N，Q，连 PM，PN，PQ，由三垂线定理可得，PN⊥A_1D_1；PM⊥CC_1；PQ⊥AB，由于正方体中各个表面、对等角全等，所以 $PO_1=PO_2=PO_3$，$O_1N=O_2M=O_3Q$，∴PM=PN=PQ，即 P 到三条棱 AB、CC_1、A_1D_1. 所在直线的距离相等所以有无穷多点满足条件，故选 D.

空间想象能力的考查要求学生平时就培养对事物观察、感知、分析、想象等能力。今后人才选拔的标准是更加侧重于能力和思维，通过死记硬背、题海战术等方式获取高分将越来越困难。这就要求我们在教学中更加注重培养学生个性化的思维能力、自己解决问题的能力。高考题想通过这类题型，逐步淘汰被人长久诟病的“填鸭式”教学。

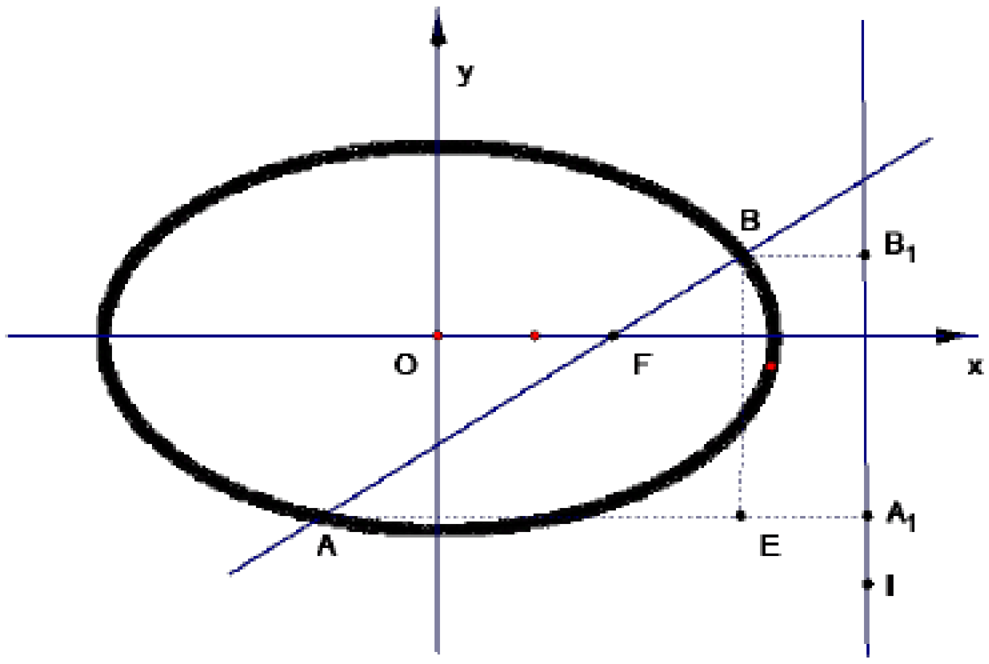
（12）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，过右焦点 F 且斜率为 $k(k>0)$ 的直线与 C 相交于 A、B 两点．若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，则 $k=$

（A）1　　（B）$\sqrt{2}$　　（C）$\sqrt{3}$　　（D）2

【答案】B　　是 09 年高考题第（11）题改编而来，用代数计算的方法解，计算量较大；

均分 1.49　　得分率　0.30　　二　　0.70　　0.14

【命题意图】本试题主要考察椭圆的性质与第二定义.



【解析】设直线 l 为椭圆的右准线，e 为离心率，过 A，B 分别作 AA_1，BB_1 垂直于 l，A_1，B_1 为垂足，过 B 作 BE 垂直于 AA_1 与 E，由第二定义得，$|AA_1|=\frac{|AF|}{e}$, $|BB_1|=\frac{|BF|}{e}$，

由 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$，得 $|AA_1|=\frac{3|BF|}{e}$，

$$\therefore |AE|=|AA_1|-|A_1E|=|AA_1|-|BB_1|=\frac{3|BF|}{e}-\frac{|BF|}{e}=\frac{2|BF|}{e}$$

$$\therefore \cos\angle BAE=\frac{|AE|}{|AB|}=\frac{\frac{2|BF|}{e}}{4|BF|}=\frac{1}{2e}=\frac{\sqrt{3}}{3}，\ \therefore \sin\angle BAE=\frac{\sqrt{6}}{3}，\ \therefore \tan\angle BAE=\sqrt{2}$$

即 $k=\sqrt{2}$，　　　　故选 B.

另解：由 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ 及 $a^2=b^2+c^2$ 得 $c^2=\frac{3}{4}a^2=3b^2$，　………..(1)

设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$ 由 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$ 得 $4c=3x_2+x_1$，　……….(2)

联立 $\begin{cases} y=k(x-c) \\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$ 得：$x_{1,2}=\frac{2ca^2k^2\pm 2ab^2\sqrt{1+k^2}}{2(b^2+a^2k^2)}$，　……(3)

将（1）、（3）代入（2）化简得：$\sqrt{3}=\sqrt{1+k^2}$，即 $k=\sqrt{2}$.

很显然，这种方法计算量要大得多。去年考，今年又考，明显有一个导向：日常教学中留给学生一定的时间，引导学生多思考、多交流，平时就要养成解题方法的探究、在探究中进行解法的优化组合的习惯，少些埋头蛮干，这也是正在进行的课改所大力倡导的。

第 II 卷

二．填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

（13）已知 a 是第二象限的角，$\tan(\pi+2a)=-\frac{4}{3}$，则 $\tan a=$________.

【答案】$-\frac{1}{2}$

【命题意图】本试题主要考查三角函数的诱导公式、正切的二倍角公式和解方程，考查考生的计算能力.

【解析】由 $\tan(\pi+2a)=-\frac{4}{3}$ 得 $\tan 2a=-\frac{4}{3}$，又 $\tan 2a=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=-\frac{4}{3}$，

解得 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$ 或 $\tan\alpha=2$，又 a 是第二象限的角，所以 $\tan\alpha=-\frac{1}{2}$.

（14）若 $(x-\frac{a}{x})^9$ 的展开式中 x^3 的系数是 -84，则 $a=$________.

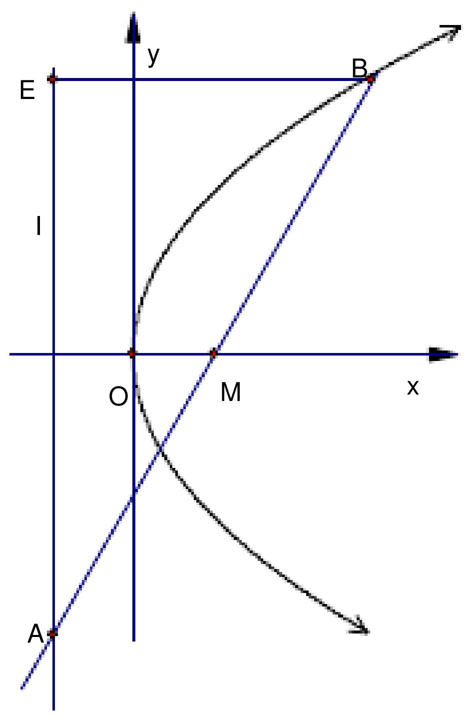
【答案】1

【命题意图】本试题主要考查二项展开式的通项公式和求指定项系数的方法.

【解析】展开式中 x^3 的系数是 $C_9^3(-a)^3=-84a^3=-84,\therefore a=1$.

（15）已知抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的准线为 l，过 $M(1,0)$ 且斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与 l 相交于点 A，与 C 的一个交点为 B．若 $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，则 $p=$________.

【答案】2



【命题意图】本题主要考查抛物线的定义与性质.

【解析】过 B 作 BE 垂直于准线 l 于 E，

$\because \overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$，$\therefore$M 为中点，

$\therefore |\mathrm{BM}|=\frac{1}{2}|\mathrm{AB}|$，

又斜率为 $\sqrt{3}$，$\angle\mathrm{BAE}=30^0$，

$\therefore |\mathrm{BE}|=\frac{1}{2}|\mathrm{AB}|$，$\therefore |\mathrm{BM}|=|\mathrm{BE}|$，

$\therefore$M 为抛物线的焦点，　　$\therefore p=2$.

另解：

设 $B(x_1,y_1),A(x_2,y_2)$ 则由 $\overrightarrow{\mathrm{AM}}=\overrightarrow{\mathrm{MB}}$ 得：

$(1-x_2,0-y_2)=(x_1-1,y_1)$　　而　　$x_2=-\frac{p}{2}$

$\therefore x_1=\frac{4+p}{2}$　　代入 L 的方程　　$y=\sqrt{3}(x-1)$　得 $B(\frac{4+P}{2},\frac{\sqrt{3}(P+2)}{2})$

将 B 点的坐标代入抛物线方程有 $\left[\frac{\sqrt{3}(p+2)}{2}\right]^2=2p\cdot\frac{4+p}{2}$ 得 p=2 或 p= -6(舍)

或： 联立$y^2=2px$与$y=\sqrt{3}(x-1)$得：

$$3x^2-3x-2px+3=0$$

$$x_{1,2}=\frac{3+2p\pm\sqrt{(3+2p)^2-4\times3\times3}}{2\times3}$$ 显然麻烦，还与 A 点不好联系。

回顾第（8）、第（12）及本题可以看出考题对数学定义、概念及数学基本定理、性质的考查程度；同时也可以看出考题对平面几何知识的考查程度，这反映出命题者的一个思路：中学数学中的几何内容应该是一个整体，在高中教学中要想办法搞好衔接，把它们有机的连接起来。

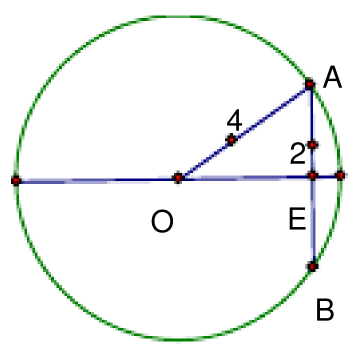
今年、明年和后年正是大纲教材向课标教材过渡的时期。为了支持新一轮课程改革，高考数学试题的命制，已适度吸收新课程的理念。例如把平面几何、向量几何与解析几何综合作为整体考查就是一个很好的例证。此外，课标教材选修 2-2 中的合情推理也被试题命制所吸纳。

（16）已知球O的半径为 4，圆M与圆N为该球的两个小圆，AB为圆M与圆N的公共弦，$AB=4$．若$OM=ON=3$，则两圆圆心的距离$MN=$_________．

【答案】3

【命题意图】本试题主要考查球的截面圆的性质，解三角形问题.

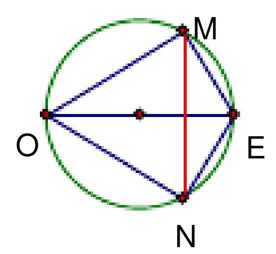
第（16）题是立体几何题 ，需要比较好的空间感，才可以做好 .



【解析】设 E 为 AB 的中点，如图，$\because AB=4$，OA=4

$$\therefore \mathrm{OE}=\sqrt{\mathrm{R}^2-\left(\frac{\mathrm{AB}}{2}\right)^2}=2\sqrt{3},$$

$$\therefore ME=\sqrt{OE^2-OM^2}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$$



由球的截面性质，有$\mathrm{OM}\perp\mathrm{ME},\mathrm{ON}\perp\mathrm{NE}$，

再加之 O，E，M，N 四点共面, 可得$\angle MON=60^0$

$\because OM=ON=3$， $\therefore MN=3$

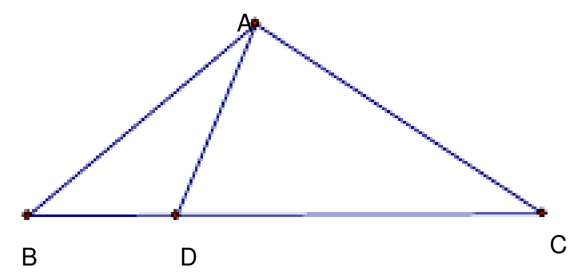
三．解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

（17）（本小题满分 10 分）

ΔABC 中，D 为边 BC 上的一点，$BD=33$，$\sin B=\dfrac{5}{13}$，$\cos\angle ADC=\dfrac{3}{5}$，求 AD．

【命题意图】本试题主要考查同角三角函数关系、两角和差公式和正弦定理在解三角形中的应用，考查考生对基础知识、基本技能的掌握情况及分析问题的能力.

【参考答案】



由 $\cos\angle ADC=\dfrac{3}{5}>0$，知 $B<\dfrac{\pi}{2}$.

由已知得 $\cos B=\dfrac{12}{13}$，$\sin\angle ADC=\dfrac{4}{5}$.

从而 $\sin\angle BAD$

$=\sin(\angle ADC-B)$

$=\sin\angle ADC\cos B-\cos\angle ADC\sin B$

$=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{12}{13}-\dfrac{3}{5}\times\dfrac{5}{13}=\dfrac{33}{65}$.

由正弦定理得 $\dfrac{AD}{\sin B}=\dfrac{BD}{\sin\angle BAD}$，　所以 $AD=\dfrac{BD\bullet\sin B}{\sin\angle BAD}=\dfrac{33\times\dfrac{5}{13}}{\dfrac{33}{65}}=25$.

另解一：　$\because\cos\angle ADC=\dfrac{3}{5}>0,$

$\therefore\cos\angle ADB=\cos(\pi-\angle ADC)=-\cos\angle ADC=-\dfrac{3}{5}$，$\therefore\sin\angle ADB=\dfrac{4}{5}$.

故　有　$\dfrac{33^2+AD^2-AB^2}{2\times 33AD}$　......①

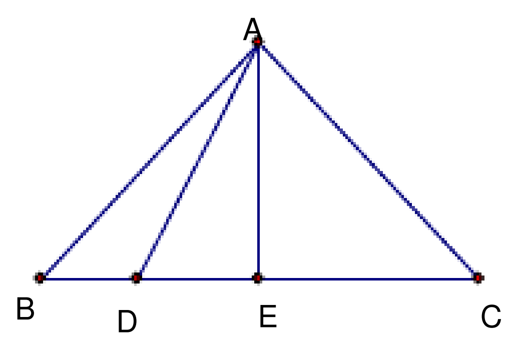
又据 $\dfrac{AD}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin\angle BDA}$　得：　$AB=\dfrac{AD\times\dfrac{4}{5}}{\dfrac{5}{13}}=\dfrac{52}{25}AD$......②

将②代入①得：$-\dfrac{3}{5}\times 2\times 33AD=33^2+AD^2-(\dfrac{52}{25})^2AD^2$

化简 $21AD^2-25^2\times 10AD-11\times 25^2=0$　　$\therefore(AD-25)(21AD+11\times 25)=0$

$\therefore AD=25$　或 $AD=-\dfrac{11\times 25}{21}$(舍).

另解二：如右图



过 A 作 AE⊥BC 交 BC 于 E 点，

在 ΔADE 中　$\because\cos\angle ADC=\dfrac{3}{5}>0$,

$\therefore B<\dfrac{\pi}{2}$ 且 $\sin\angle ADE=\dfrac{4}{5}=\dfrac{AE}{AD}$ ......①

$\tan\angle ADE=\dfrac{4}{3}=\dfrac{AE}{DE}$　…　…②

在ΔABE中 $\because \sin B=\frac{5}{13}$ $\therefore \tan B=\frac{5}{12}=\frac{AE}{33+DE}$……③

由②、③得：$\begin{cases}3AE=4DE\\12AE=33\times 5+5DE\end{cases}$ 解得：AE=20 将 AE=20 代入①得：AD=25.

【点评】题型来源于课本，但与往年相比有一定的新意，在思路上与往年试题有所不同,与去年相应的三角题（17）题比较

设ΔABC的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c，$\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$,

$b^2=ac$,求B.

解： 将$B=\pi-(A+C)$代入$\cos(A-C)+\cos B=\frac{3}{2}$中有

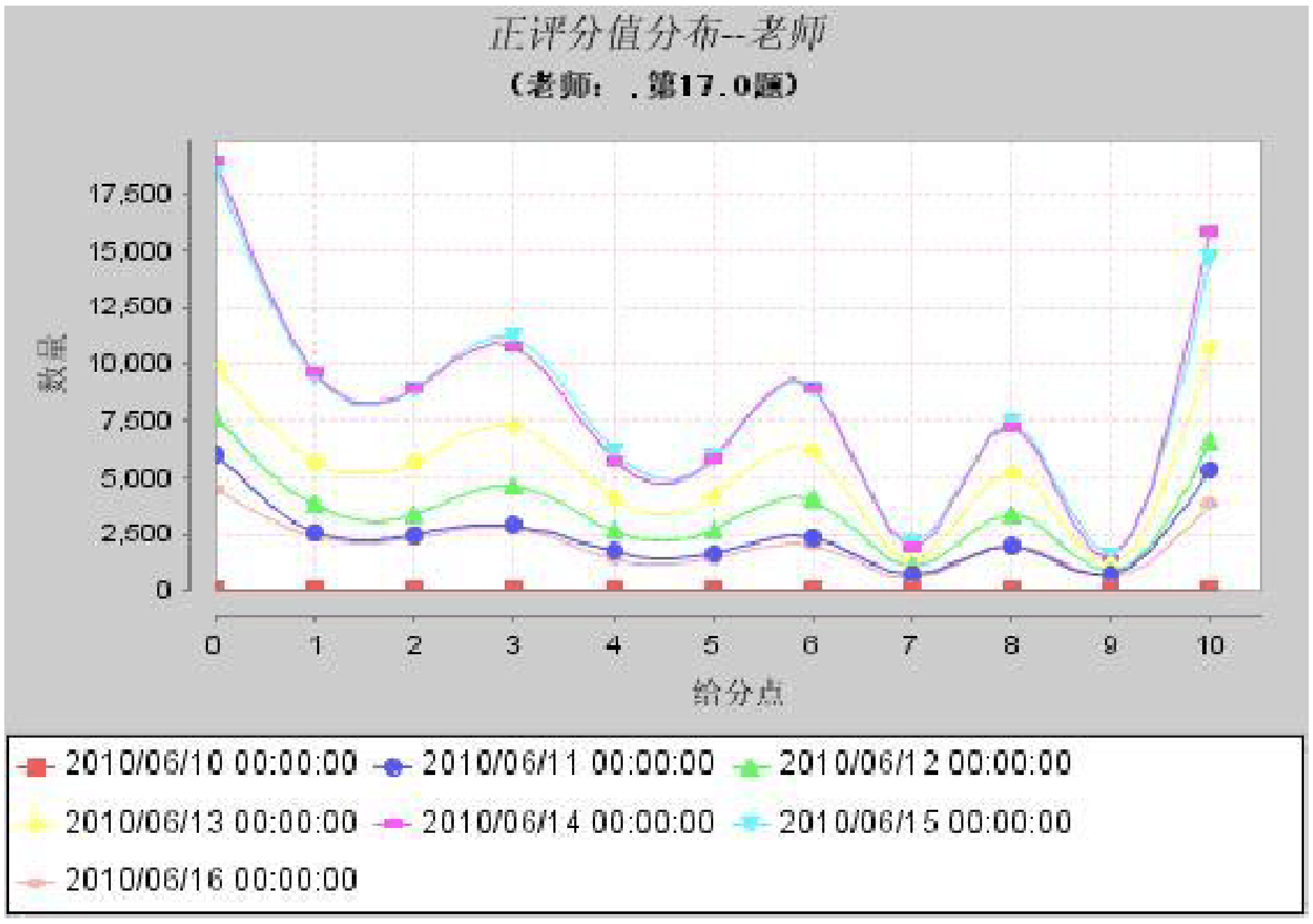
$\cos(A-C)-\cos(A+C)=\frac{3}{2}$,利用和差角公式，化简得：

$$\sin A\sin C=\frac{3}{4}$$

又由$b^2=ac$及正弦定理得：$\sin^2 B=\sin A\sin C$，故 $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$,或$\sin B=-\frac{\sqrt{3}}{2}$(舍)

于是 $B=\frac{\pi}{3}$或$B=\frac{2\pi}{3}$. 又由$b^2=ac$知$b\le a$或$b\le c$，所以$B=\frac{\pi}{3}$

（今年均分 4.40 难度 0.44； 09 年均分 4.67 难度约 0.47）



	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
小题(%)	19	9.7	9.19	11.5	6.3	6.3	9.5	2.2	7.9	1.79	16.59

以看出零分占有的比例很大（比（18）题、（19）题高），许多学生最基础的公式写不上。

统计：　抽样 3324 份试卷（理科试卷共计 168667 份）

	解法一	解法二	解法三	空卷或几个字符
占抽样的百分比	41%	41%	12%	6%
所得均分	7.74	3.83	4.33	0

想通过公式与公式的变形来联立方程组解决问题，置三角形图形于不顾。

实际上三角函数考题大致为以下几类：一是三角函数的恒等变形，即应用同角变换和诱导公式，两角和差公式，二倍角公式，求三角函数值及化简、证明等问题；二是三角函数的图象和性质，即图像的平移、伸缩变换与对称变换、画图与视图，与单调性、周期性和对称性、最值有关的问题；三是三角形中的三角问题.

三角函数与解三角形的综合性问题，是近几年高考的热点，在高考试题中频繁出现.这类题型难度比较低，一般出现在 17 或 18 题，属于送分题，估计以后这类题型仍会保留，不会有太大改变.解决此类问题，要根据已知条件，灵活运用正弦定理或余弦定理，求边角或将边角互化.

（18）（本小题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的前n项和$S_n=(n^2+n)\bullet 3^n$.

（Ⅰ）求$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{S_n}$；

（Ⅱ）证明：$\frac{a_1}{1^2}+\frac{a_2}{2^2}+\quad+\frac{a_n}{n^2}>3^n$.

【命题意图】本试题主要考查数列基本公式$a_n=\begin{cases}s_1\ (n=1)\\ s_n-s_{n-1}\ (n\geq 2)\end{cases}$的运用，数列极限和数列不等式的证明，考查考生学生的思维能力和计算能力.

【参考答案】

$$(1)\lim\limits_{n\to\infty}\frac{a_n}{S_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\frac{S_n-S_{n-1}}{S_n}$$

$$=\lim\limits_{n\to\infty}(1-\frac{S_{n-1}}{S_n})$$

$$=1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{S_{n-1}}{S_n}$$

$$=1-\lim\limits_{n\to\infty}\frac{n-1}{n+1}\bullet\frac{1}{3}$$

$$=\frac{2}{3}$$

$$(2)当n=1时,\frac{a_1}{1^2}=S_1=6>3;$$

$$,当n>1时,\frac{a_1}{1^2}+\frac{a_2}{2^2}+\cdots+\frac{a_n}{n^2}$$

$$=\frac{S_1}{1^2}+\frac{S_2-S_1}{2^2}+\cdots+\frac{S_n-S_{n-1}}{n^2}$$

$$=(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2})\cdot S_1+(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2})\cdot S_2+\cdots+(\frac{1}{(n-1)^2}-\frac{1}{n^2})\cdot S_{n-1}+\frac{1}{n^2}\cdot S_n$$

$$>\frac{S_n}{n^2}$$

$$=\frac{n^2+n}{n^2}\cdot 3^n>3^n$$

$$所以，当n\geq 1时,\frac{a_1}{1^2}+\frac{a_2}{2^2}+\cdots+\frac{a_n}{n^2}>3^n$$