2025 二轮复习专项训练 12

三角函数的概念与三角恒等变换

[考情分析]　三角函数的概念与三角恒等变换是高考常考内容，主要考查三角函数的概念、同角三角函数关系式、诱导公式，以及三角恒等变换的综合应用，给值求值问题．试题难度中等，常以选择题、填空题的形式出现．

【练前疑难讲解】

一、三角函数的定义、诱导公式及基本关系式

1．同角三角函数基本关系式：$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$，$\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\tan\alpha\left(\alpha\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right)$．

2．$(\sin\alpha\pm\cos\alpha)^2=1\pm2\sin\alpha\cos\alpha$．

3．诱导公式：在$\dfrac{k\pi}{2}+\alpha$，$k\in\mathbf{Z}$的诱导公式中“奇变偶不变，符号看象限”．

二、两角和与差的三角函数

两角和与差的正弦、余弦、正切公式：

$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$；

$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$；

$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta}$．

三、三角恒等变换

1．二倍角公式：$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$，$\cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$，$\tan2\alpha=\dfrac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$．

2．半角公式：$\sin\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$，$\cos\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$，$\tan\dfrac{\alpha}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}=\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$．

3．辅助角公式：$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)$，其中$\tan\varphi=\dfrac{b}{a}$．

一、单选题

1．（2023·全国·高考真题）已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right),\left(\omega>0\right)$在区间$\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{2\pi}{3}\right)$单调递增，直线$x=\dfrac{\pi}{6}$和$x=\dfrac{2\pi}{3}$为函数$y=f(x)$的图像的两条相邻对称轴，则$f\left(-\dfrac{5\pi}{12}\right)=$（　　）

A．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$-\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2．（23-24 高三上·浙江·阶段练习）已知$2\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{3}$，$2\cos\alpha-\cos\beta=1$，则

$\cos(2\alpha-2\beta)=$（　）

A．$-\frac{1}{8}$　　B．$\frac{\sqrt{15}}{4}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$-\frac{7}{8}$

二、多选题

3．（2022·广东·模拟预测）已知函数$f(x)=\sin\left(4x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$，则下列结论正确的是（　）

A．f（x）的最大值为 2

B．f（x）在$\left[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{12}\right]$上单调递增

C．f（x）在$[0,\pi]$上有 4 个零点

D．把f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{12}$个单位长度，得到的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{8}$对称

4．（2023·广东深圳·模拟预测）若函数$f(x)=2\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{3}\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)-1$，则下列结论正确的是（　）

A．函数$f(x)$的最小正周期为$\frac{\pi}{2}$　　B．函数$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{12},\frac{5\pi}{12}\right]$上单调递增

C．函数$f(x)$图象关于$x=-\frac{\pi}{12}$对称　　D．函数$f(x)$的图象关于点$\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$对称

三、填空题

5．（22-23 高一上·湖南长沙·阶段练习）若$\sin\theta$、$\cos\theta$是关于x的方程$x^2-ax+a=0$的两个根，则$\cos\left(\theta-\frac{3\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=$____.

6．（22-23 高三下·湖北孝感·阶段练习）若两个锐角α，β满足$\frac{1+\cos2\alpha}{2\cos\alpha+\sin2\alpha}=\frac{1-\cos2\beta}{\sin2\beta}$，则$\cos\left(\alpha+2\beta+\frac{\pi}{3}\right)=$_____.

参考答案：

题号	1	2	3	4						
答案	D	D	ACD	BCD						

1．D

【分析】根据题意分别求出其周期，再根据其最小值求出初相，代入$x=-\frac{5\pi}{12}$即可得到答案.

【详解】因为$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$在区间$\left(\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right)$单调递增，

所以$\frac{T}{2}=\frac{2\pi}{3}-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$，且$\omega>0$，则$T=\pi$，$\omega=\frac{2\pi}{T}=2$，

当 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(x)$ 取得最小值，则 $2\cdot\frac{\pi}{6}+\varphi=2k\pi-\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，

则 $\varphi=2k\pi-\frac{5\pi}{6}$，$k\in Z$，不妨取 $k=0$，则 $f(x)=\sin\left(2x-\frac{5\pi}{6}\right)$，

则 $f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)=\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故选：D.

2．D

【分析】

先对两式进行平方，进而可求出 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值，根据二倍角公式求出结论.

【详解】解：因为 $2\sin\alpha-\sin\beta=\sqrt{3}$，$2\cos\alpha-\cos\beta=1$，

所以平方得，$(2\sin\alpha-\sin\beta)^2=3$，$(2\cos\alpha-\cos\beta)^2=1$，

即 $4\sin^2\alpha-4\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta=3$，$4\cos^2\alpha-4\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=1$，

两式相加可得 $4-4\sin\alpha\sin\beta-4\cos\alpha\cos\beta+1=4$，

即 $\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{4}$，

故 $\cos(\alpha-\beta)=\frac{1}{4}$，

$\cos(2\alpha-2\beta)=2\cos^2(\alpha-\beta)-1=2\times\frac{1}{16}-1=-\frac{7}{8}$.

故选：D.

3．ACD

【分析】先对函数化简变形得 $f(x)=2\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$，然后利用余弦函数的性质逐个分析判断即可

【详解】因为 $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+4x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$，所以 A 正确；

当 $x\in\left[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{12}\right]$ 时，$4x-\frac{\pi}{6}\in\left[-\frac{2\pi}{3},\frac{\pi}{6}\right]$，函数 $f(x)=2\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{8},\frac{\pi}{12}\right]$ 上先增后减，无单调性，故 B 不正确；

令 $2\cos\left(4x-\frac{\pi}{6}\right)=0$，得 $4x-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbf{Z}$，故 $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{4},k\in\mathbf{Z}$，因为 $x\in[0,\pi]$，所以

$k=0,1,2,3$，故 C 正确；

把 $f(x)=2\cos\left(4x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度，得到

$y=2\cos\left[4\left(x-\dfrac{\pi}{12}\right)-\dfrac{\pi}{6}\right]=2\cos\left(4x-\dfrac{\pi}{2}\right)=2\sin 4x$ 的图象，当 $x=-\dfrac{\pi}{8}$ 时．y 取得最小值一2，故 D 正确．

故选：ACD

4．BCD

【分析】利用三角恒等变换、诱导公式化简得 $f(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$，根据正弦型函数的性质判断 A、B，代入法验证函数的对称轴、对称中心判断 C、D.

【详解】由

$f(x)=\sqrt{3}\sin(2x-\dfrac{\pi}{6})-\cos(2x-\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{3}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\sin 2x=\dfrac{1}{2}\sin 2x-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x$

$=\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})$，

所以 $f(x)$ 最小正周期为 $T=\dfrac{2\pi}{2}=\pi$，A 错误；

当 $x\in\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right]$，则 $2x-\dfrac{\pi}{3}\in[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}]$，故 $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{5\pi}{12}\right]$ 上递增，B 正确；

由 $f(-\dfrac{\pi}{12})=\sin(-\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3})=-1$，故 $x=-\dfrac{\pi}{12}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴，C 正确；

由 $f(\dfrac{2\pi}{3})=\sin(\dfrac{4\pi}{3}-\dfrac{\pi}{3})=0$，故 $\left(\dfrac{2\pi}{3},0\right)$ 是 $f(x)$ 的一个对称点，D 正确.

故选：BCD

5．$\sqrt{2}-1$/$-1+\sqrt{2}$

【分析】先根据韦达定理得到 $\begin{cases}\Delta=a^2-4a\ge 0\\ \sin\theta+\cos\theta=a\\ \sin\theta\cos\theta=a\end{cases}$，进而求得 a，$\sin\theta+\cos\theta$，再结合诱导公式化简求值即可.

【详解】由题意得，$\begin{cases}\Delta=a^2-4a\ge 0\\ \sin\theta+\cos\theta=a\\ \sin\theta\cos\theta=a\end{cases}$，则 $a\le 0$ 或 $a\ge 4$，

又 $(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta$，即 $a^2=1+2a$，解得 $a=1-\sqrt{2}$ 或 $a=1+\sqrt{2}$（舍去），

则 $\sin\theta+\cos\theta=1-\sqrt{2}$，

所以$\cos\left(\theta-\frac{3\pi}{2}\right)+\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)=\cos\left(\theta-2\pi+\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left(\pi+\frac{\pi}{2}+\theta\right)=\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)$

$=-\sin\theta-\cos\theta=-(\sin\theta+\cos\theta)=\sqrt{2}-1$.

故答案为：$\sqrt{2}-1$.

6．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【分析】根据二倍角的正弦、余弦公式，化简可得角α，β的关系，代入$\cos\left(\alpha+2\beta+\frac{\pi}{3}\right)$即可求解.

【详解】因为$\frac{1+\cos2\alpha}{2\cos\alpha+\sin2\alpha}=\frac{1-\cos2\beta}{\sin2\beta}$，

所以$\frac{1+2\cos^2\alpha-1}{2\cos\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{1-\left(1-2\sin^2\beta\right)}{2\sin\beta\cos\beta}$

所以$\frac{\cos^2\alpha}{\cos\alpha+\sin\alpha\cos\alpha}=\frac{\sin^2\beta}{\sin\beta\cos\beta}$，

因为α，β为锐角，所以有$\frac{\cos\alpha}{1+\sin\alpha}=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$，

所以$\cos\alpha\cos\beta=\sin\beta(1+\sin\alpha)$，即$\cos\alpha\cos\beta=\sin\beta+\sin\beta\sin\alpha$，

所以$\cos\alpha\cos\beta-\cos\alpha\cos\beta=\sin\beta$，即$\cos(\alpha+\beta)=\sin\beta$，

因为α，β为锐角，所以有$\alpha+\beta+\beta=\frac{\pi}{2}$，即$\alpha+2\beta=\frac{\pi}{2}$，

所以$\cos\left(\alpha+2\beta+\frac{\pi}{3}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)=-\sin\frac{\pi}{3}=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

故答案为：$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

【基础保分训练】

一、单选题

1．（2024·北京延庆·一模）“$\sin2\theta>0$”是“θ为第一或第三象限角”的（　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

2．（2022·湖北武汉·三模）已知$\sin\theta+\cos\theta=-\frac{1}{5}$，$\theta\in(0,\pi)$，则$\sin\theta-\cos\theta=$（　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$-\frac{1}{5}$　　C．$\frac{7}{5}$　　D．$-\frac{7}{5}$

3．（2024·广东江苏·高考真题）已知$\cos(\alpha+\beta)=m,\tan\alpha\tan\beta=2$，则$\cos(\alpha-\beta)=$（　）

A． $-3m$　　B． $-\frac{m}{3}$　　C． $\frac{m}{3}$　　D． $3m$

4．（2024·山东济南·一模）已知 a，b，c 分别为$\triangle ABC$三个内角 A，B，C 的对边，且 $a\cos C+\sqrt{3}a\sin C=b$，则 $A=$（　）

A． $\frac{\pi}{6}$　　B． $\frac{\pi}{4}$　　C． $\frac{\pi}{3}$　　D． $\frac{\pi}{2}$

5．（2021·黑龙江哈尔滨·模拟预测）函数 $f(x)=\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos^2 x-\frac{3}{4}$ 的图象的一个对称中心是（　）

A． $\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$　　B． $\left(-\frac{\pi}{12},-\frac{3}{4}\right)$　　C． $\left(\frac{\pi}{6},0\right)$　　D． $\left(\frac{\pi}{6},-\frac{3}{4}\right)$

6．（2004·广东·高考真题）函数 $f(x)=\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ 是（　）

A．最小正周期为π的奇函数

B．最小正周期为π的偶函数

C．最小正周期为2π的奇函数

D．最小正周期为2π的偶函数

二、多选题

7．（2023·辽宁·模拟预测）设α为第一象限角,$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{1}{3}$,则（　）

A． $\sin\left(\frac{5\pi}{8}-\alpha\right)=-\frac{1}{3}$

B． $\cos\left(\alpha+\frac{7\pi}{8}\right)=-\frac{1}{3}$

C． $\sin\left(\frac{13\pi}{8}-\alpha\right)=-\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D． $\tan\left(\frac{\pi}{8}-\alpha\right)=-2\sqrt{2}$

8．（23-24 高一下·江苏泰州·期中）已知 $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$，且 $\tan\alpha,\tan\beta$ 是方程 $21x^2-10x+1=0$ 的两根，下列选项中正确的是（　）

A． $\tan(\alpha+\beta)=\frac{1}{2}$　　B． $\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}=\frac{6}{11}$

C． $\tan(\alpha-\beta)=-\frac{4}{11}$　　D． $\alpha+2\beta=\frac{\pi}{4}$

9．（2023·广东广州·三模）已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x\cos x-\cos^2 x+\frac{1}{2}$

，则下列说法正确的是（　　）

A．$f(x)=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$

B．函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

C．函数 $f(x)$ 的图象的对称轴方程为 $x=k\pi+\frac{\pi}{12}(k\in Z)$

D．函数 $f(x)$ 的图象可由 $y=\cos 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

三、填空题

10．（2023·湖北武汉·一模）锐角 α 满足 $\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{1}{3}$，则 $\cos 2\alpha=$__________.

11．（2023·山东烟台·二模）已知 $\sin\left(\frac{\pi}{6}+\alpha\right)=\frac{1}{3}$，则 $\sin\left(\frac{\pi}{6}-2\alpha\right)$ 的值为________.

12．（2023·广东江门·一模）已知 $\theta\in\left(-\frac{\pi}{2},0\right)$，$\cos2\theta=\frac{7}{9}$，则 $\sin\theta$ 的值为_________.

参考答案：

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
答案	C	C	A	A	A	A	BD	AD	AB	

1．C

【分析】由二倍角公式、充分必要条件的定义即可得解.

【详解】因为 $\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta>0\Leftrightarrow\begin{cases}\sin\theta>0\\\cos\theta>0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}\sin\theta<0\\\cos\theta<0\end{cases}$，

所以“$\sin 2\theta>0$”是“θ 为第一或第三象限角”的充分必要条件.

故选：C.

2．C

【分析】利用平方关系，结合同角三角函数关系式，即可求解.

【详解】$(\sin\theta+\cos\theta)^2=1+2\sin\theta\cos\theta=\frac{1}{25}$，$2\sin\theta\cos\theta=-\frac{24}{25}<0$，Q$\theta\in(0,\pi)$，

$\therefore\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，$\sin\theta>\cos\theta$，

$(\sin\theta-\cos\theta)^2=1-2\sin\theta\cos\theta=\frac{49}{25}$，所以 $\sin\theta-\cos\theta=\frac{7}{5}$.

故选：C

3．A

【分析】根据两角和的余弦可求 $\cos\alpha\cos\beta,\sin\alpha\sin\beta$ 的关系，结合 $\tan\alpha\tan\beta$ 的值可求前者，故可求 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值.

【详解】因为$\cos\left(\alpha+\beta\right)=m$，所以$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta=m$，

而$\tan\alpha\tan\beta=2$，所以$\sin\alpha\sin\beta=2\cos\alpha\cos\beta$，

故$\cos\alpha\cos\beta-2\cos\alpha\cos\beta=m$即$\cos\alpha\cos\beta=-m$，

从而$\sin\alpha\sin\beta=-2m$，故$\cos\left(\alpha-\beta\right)=-3m$，

故选：A.

4．A

【分析】由题设条件和正弦定理化边为角，再利用和角公式进行拆角化简，即可得到$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，利用三角形内角范围即得.

【详解】由$a\cos C+\sqrt{3}a\sin C=b$以及正弦定理可得：$\sin A\cos C+\sqrt{3}\sin A\sin C=\sin B$，

因$\sin B=\sin(A+C)=\sin A\cos C+\cos A\sin C$，代入整理得$\sqrt{3}\sin A\sin C-\cos A\sin C=0$，

因$0<C<\pi,\sin C>0$,则得$\tan A=\frac{\sqrt{3}}{3}$，又因$0<A<\pi$，故$A=\frac{\pi}{6}$.

故选：A.

5．A

【分析】利用两角和的正弦公式、降幂公式，辅助角公式，化简可得$f(x)=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，令$2x+\frac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，即可求得对称中心，对$k$赋值，即可求得答案.

【详解】函数$f(x)=\sin x\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\cos^2 x-\frac{3}{4}=\sin x\left(\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x\right)+\cos^2 x-\frac{3}{4}$

$=\frac{1}{2}\sin^2 x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x\cos x+\cos^2 x-\frac{3}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x=\frac{1}{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$

令$2x+\frac{\pi}{6}=k\pi,k\in Z$，解得$x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12},k\in Z$，即对称中心为$\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{12},0\right)$.

令$k=0$，可得一个对称中心为$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$，

无论k取任何整数，$x\neq\frac{\pi}{6}$，故 BCD 错误.

故选：A

6．A

【分析】利用三角函数恒等变换公式对函数化简，然后再求其最小正周期，判断奇偶性即可.

【详解】因为$\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=\frac{\pi}{2}$，所以$\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$，

所以$f(x)=\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\cos^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)-\sin^2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$

$=\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right]=\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin 2x$，

最小正周期为$T=\pi$，

$f(-x)=\sin(-2x)=-\sin 2x=-f(x)$，

所以函数$f(x)$是最小正周期为π的奇函数.

故选：A

7．BD

【分析】首先由题意得$\alpha-\frac{\pi}{8}$是第一象限角,所以$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,再利用诱导公式和同角三角函数关系式对选项逐个计算确定正确答案.

【详解】由题意得$2k\pi<\alpha<\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$,

则$2k\pi-\frac{\pi}{8}<\alpha-\frac{\pi}{8}<\frac{3\pi}{8}+2k\pi,k\in Z$,

若$\alpha-\frac{\pi}{8}$在第四象限,则$\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)>\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}>\frac{1}{3}$,

所以$\alpha-\frac{\pi}{8}$也是第一象限角,即$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,

$\sin\left(\frac{5\pi}{8}-\alpha\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}-\alpha\right)=\cos\left(\frac{\pi}{8}-\alpha\right)=\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=\frac{1}{3}$,A 项错误;

$\cos\left(\alpha+\frac{7\pi}{8}\right)=\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}+\pi\right)=-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{1}{3}$,B 项正确;

$\sin\left(\frac{13\pi}{8}-\alpha\right)=\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi}{8}-\alpha\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{8}-\alpha\right)=-\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{1}{3}$,C 项错误;

$\tan\left(\frac{\pi}{8}-\alpha\right)=-\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)=-\frac{\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)}{\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{8}\right)}=-2\sqrt{2}$,D 项正确.

故选:BD.

8．AD

【分析】由方程解出$\tan\alpha,\tan\beta$