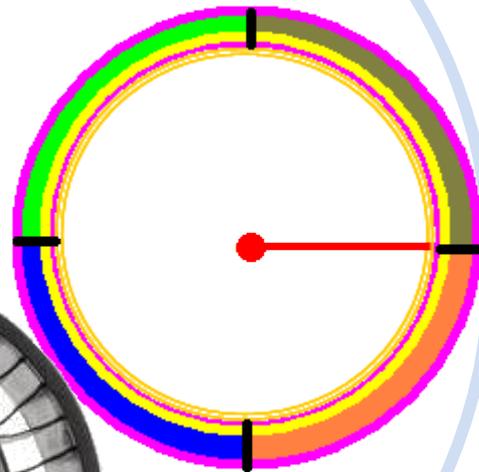
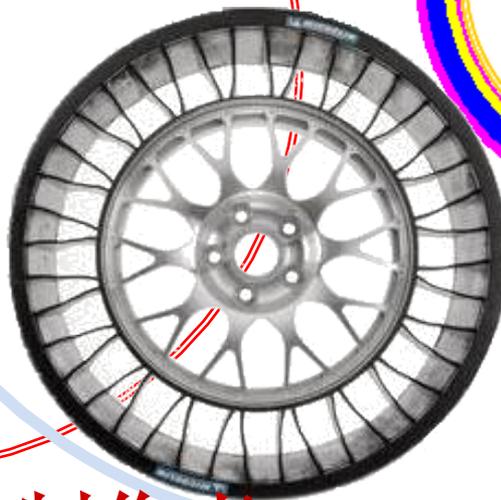


24章圆的复习



科目：数学

制作者：
制作日期：



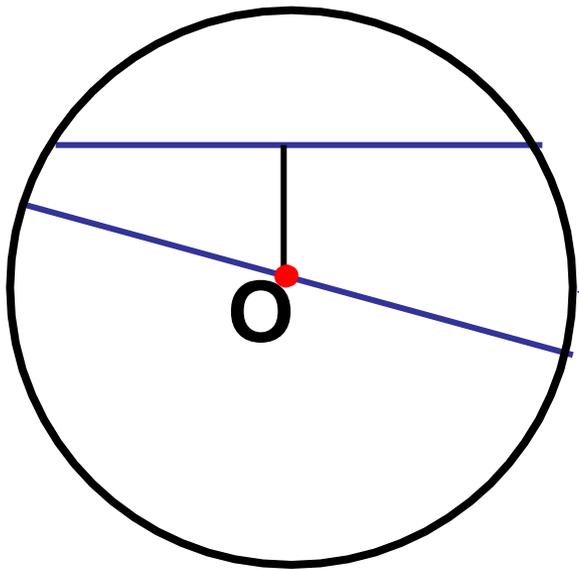
本章知识结构图



圆的基本概念:

1. 圆的定义: 到定点的距离等于定长的点的集合叫做圆.

2. 有关概念: (1) 弦、直径(圆中最长的弦)



(2) 弧、优弧、劣弧、等弧
(能完全重合的弧, 只能
在同圆或等圆中出现)

(3) 弦心距

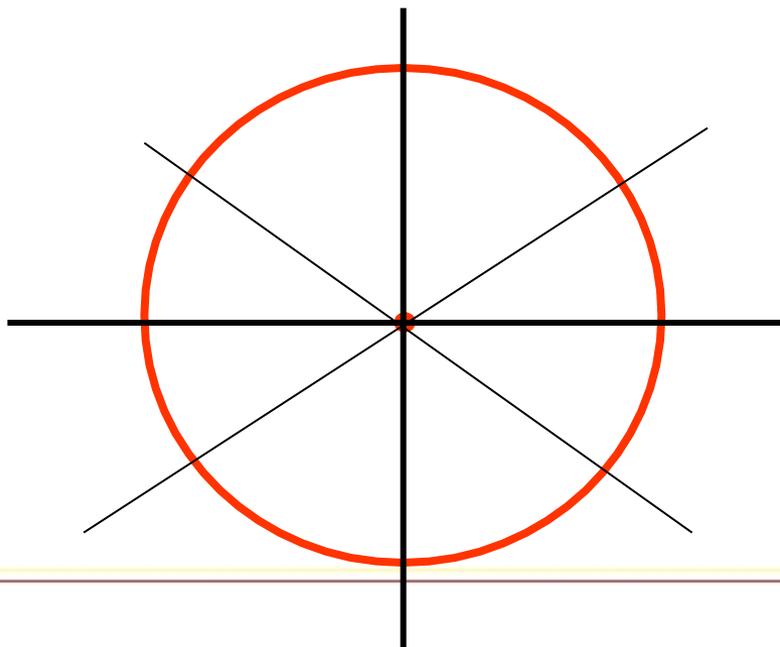


圆的基本性质

1. 圆的对称性:

(1) 圆是**轴对称**图形, **经过圆心的每一条直线**都是它的对称轴. 圆有**无数**条对称轴.

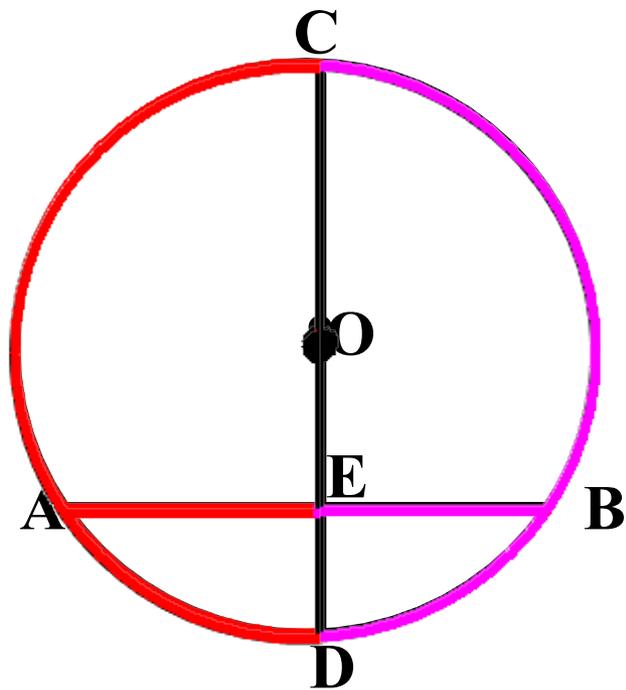
(2) 圆是**中心对称**图形, 并且绕圆心旋转**任何角度**都能与自身重合。



垂径定理

- (1) 直径（过圆心的直线、线段）
- (2) 垂直于弦
- (3) 平分弦
- (4) 平分弦所对的优弧
- (5) 平分弦所对的劣弧

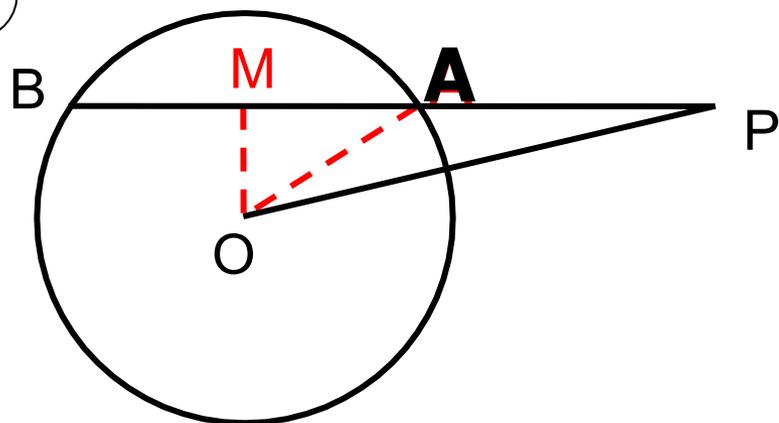
描述垂径定理



法叠合

如图， P 为 $\odot O$ 的弦 BA 延长线上一点， $PA=AB=2$ ， $PO=5$ ，求 $\odot O$ 的半径。

- 关于弦的问题，常常需要过圆心作弦的弦心距，这是一条非常重要的辅助线。
- 把圆心到弦的弦心距、半径、一半弦长构成直角三角形，便将问题转化为直角三角形的问题。



方法、技巧

常见的基本图形及结论:

1.如图,在以O为圆心的两个同心圆中,大圆的弦AB交小圆于C、D,则:

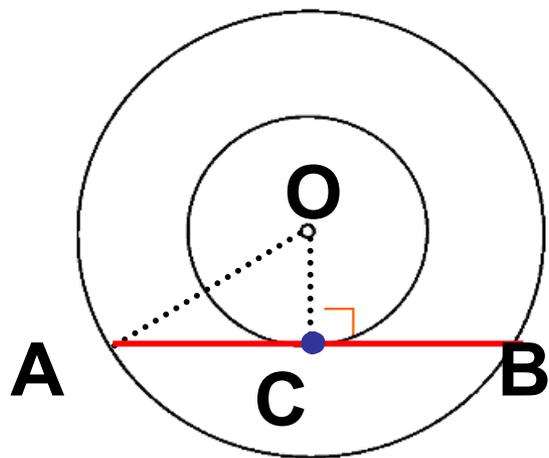
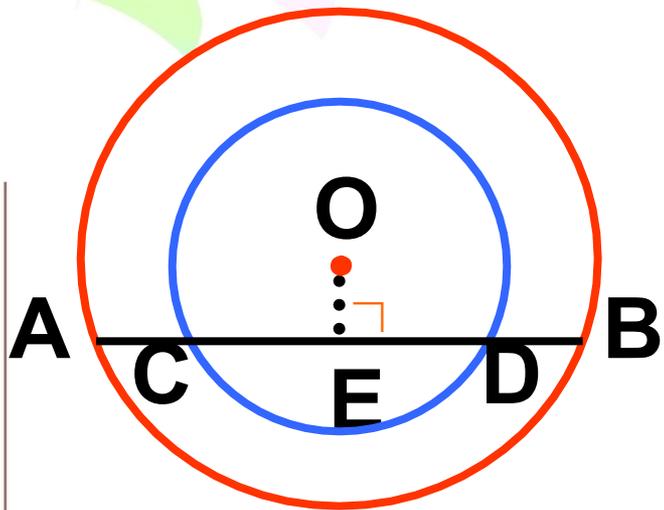
$$AC=BD$$

若大圆的弦切小圆于C,则

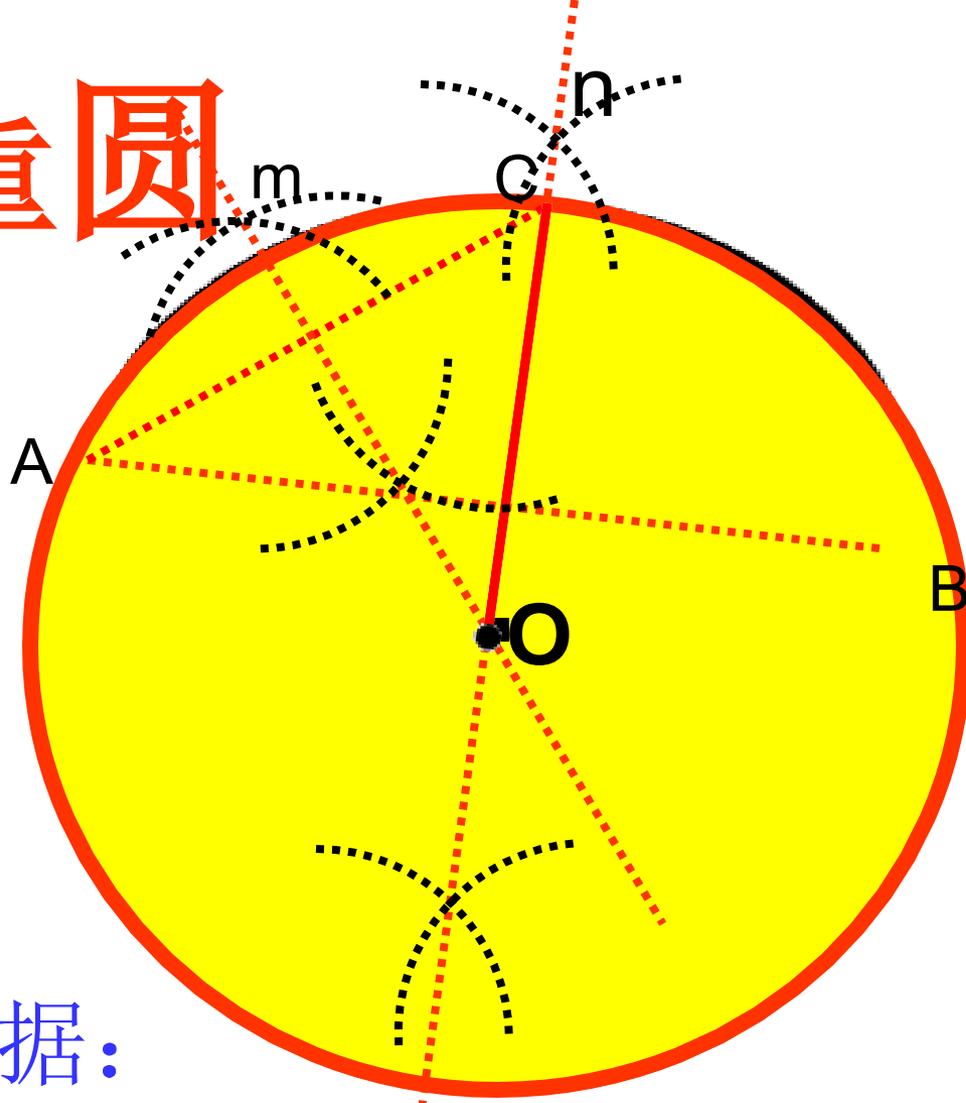
$$AC=BC$$

两圆之间的环形面积

$$S = \frac{1}{4} \pi AB^2$$



破镜重圆



作图依据：

弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧。

.同圆或等圆中圆心角、弧、弦之间的关系:

(1)在**同圆或等圆**中,如果圆心角相等,那么它所对的弧相等,所对的弦相等.

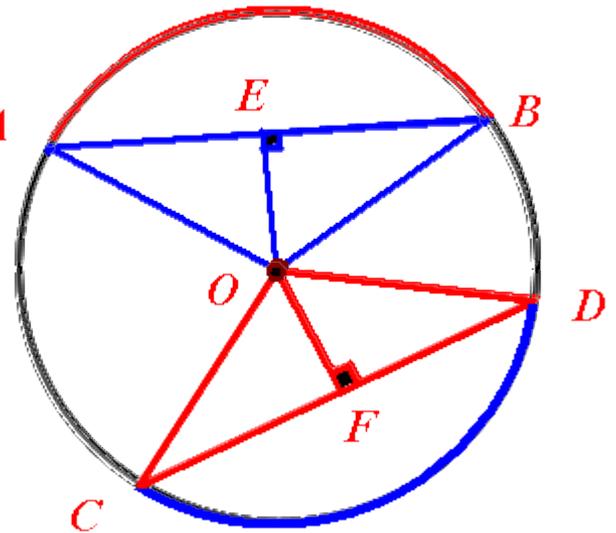
(2)在**同圆或等圆**中,如果弧相等,那么它所对的圆心角相等,所对的弦相等.

(3)在**同圆或等圆**中,如果弦相等,
那么它所对的**劣弧与优弧分别相等**,
所对的圆心角相等.

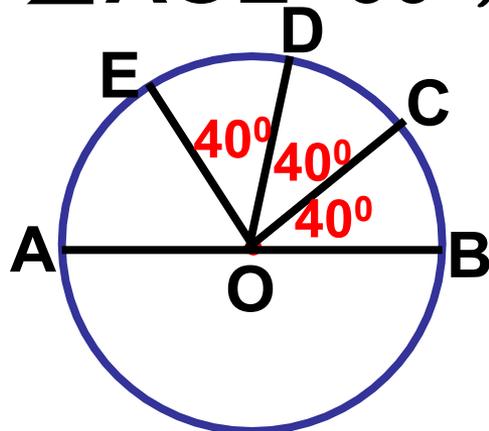
$$\therefore \angle COD = \angle AOB$$

$$\therefore \widehat{AB} = \widehat{CD}$$

$$\therefore AB = CD$$

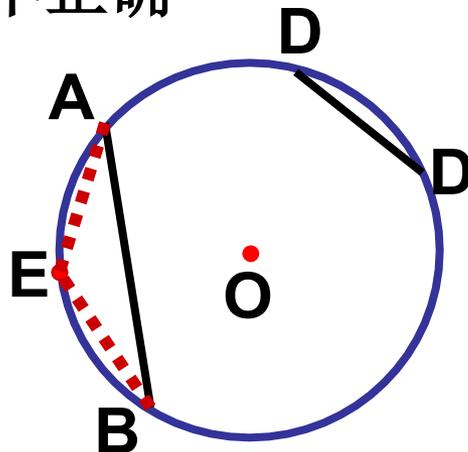


1、如图：已知AB是 $\odot O$ 的直径，C,D是 \widehat{BE} 上的三等分点， $\angle AOE=60^\circ$ ，则 $\angle COE$ 是 80°。



2、如图：在 $\odot O$ 中 $\widehat{AB}=2\widehat{CD}$ ，则下列结论正确的（ C ）。

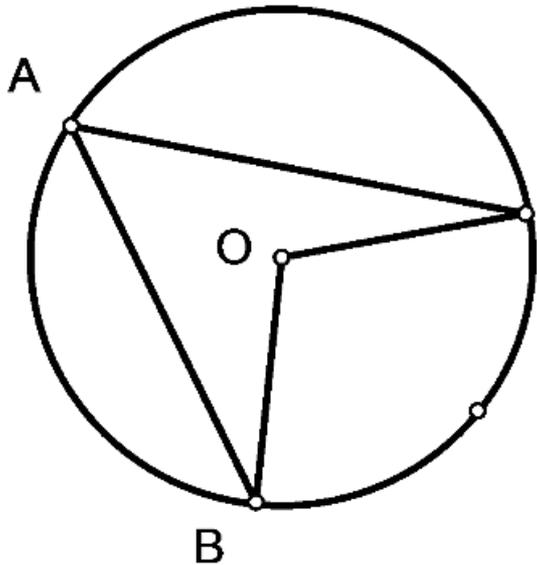
- (A) $AB > 2CD$ (B) $AB = 2CD$
 (C) $AB < 2CD$ (D) 以上都不正确



圆周角:

定义:顶点在圆周上,两边和圆相交的角,叫做**圆周角**.

性质 (1): 在同一个圆中,同弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半

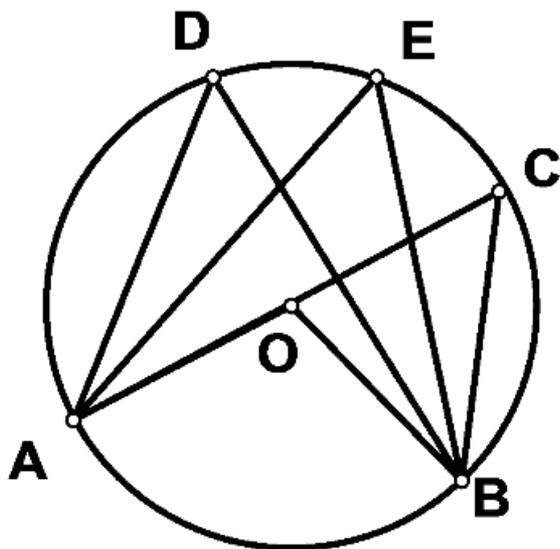


$$\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC$$



圆周角的性质(2)

在同圆或等圆中, 同弧或等弧所对的所有的圆周角相等. 相等的圆周角所对的弧相等.



$\therefore \angle ADB$ 与 $\angle AEB$ 、 $\angle ACB$
是同弧所对的圆周角

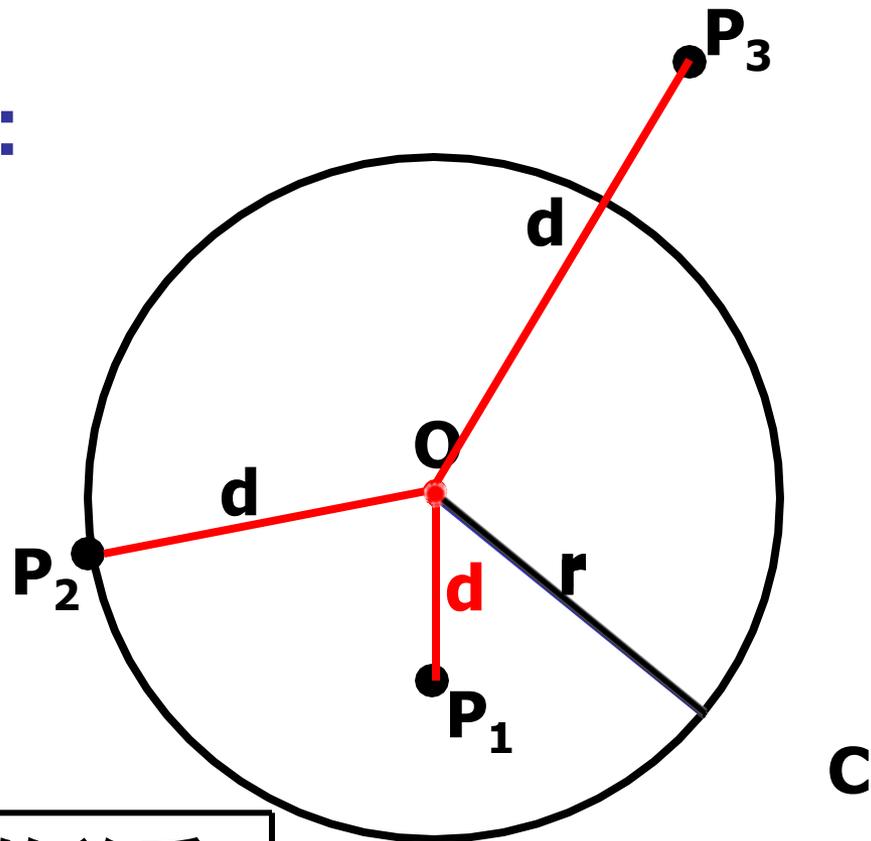
$$\therefore \angle ADB = \angle AEB = \angle ACB$$

如果 $\angle ADB = 30^\circ$, 则 $\angle AOB = \underline{60^\circ}$;

$\angle AEB = \underline{30^\circ}$; 则它所对的弧是 $\underline{60^\circ}$.

与圆有关的位置关系:

1. 点和圆的位置关系

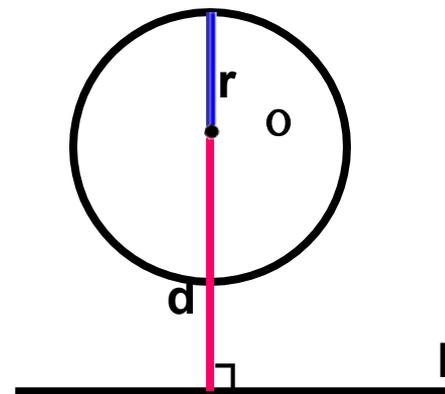


点与圆的位置关系	d 与 r 的关系
点在圆内	$d < r$
点在圆上	$d = r$
点在圆外	$d > r$

直线与圆的位置关系的性质和判定

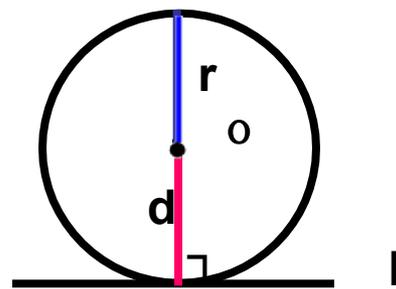
1、直线和圆相离 $d > r$

性质
判定



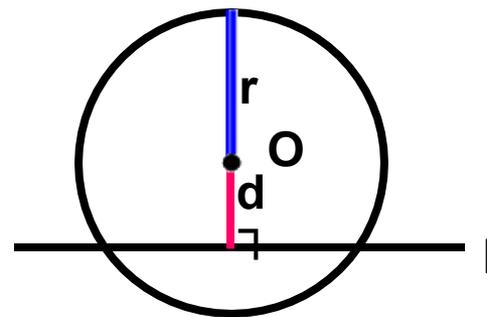
2、直线和圆相切 $d = r$

性质
判定



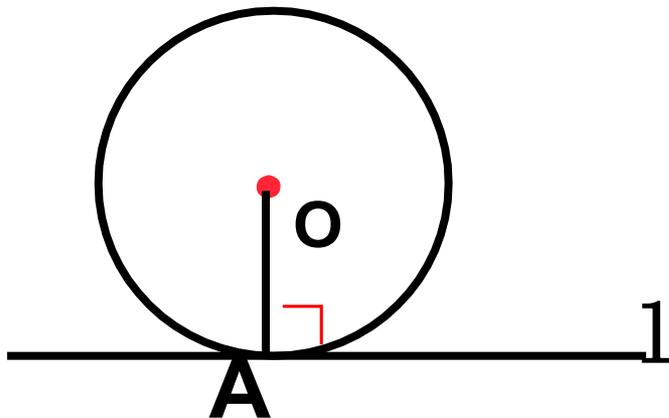
3、直线和圆相交 $d < r$

性质
判定



切线的识别方法

1. 与圆只有一个公共点的直线。
2. 圆心到直线的距离等于圆的半径的直线是圆的切线。
3. 经过半径的外端且垂直于这条半径的直线是圆的切线。



$\because OA$ 是半径, $OA \perp l$
 \therefore 直线 l 是 $\odot O$ 的切线.

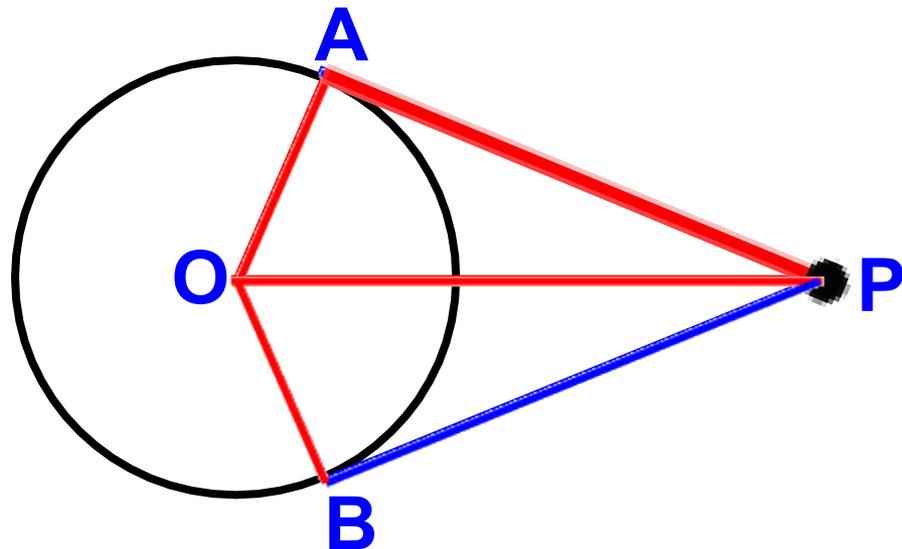
切线长定理

从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角。

几何语言：

$\because PA、PB$ 分别切 $\odot O$
于 $A、B$

$\therefore PA = PB, \quad \angle OPA = \angle OPB$



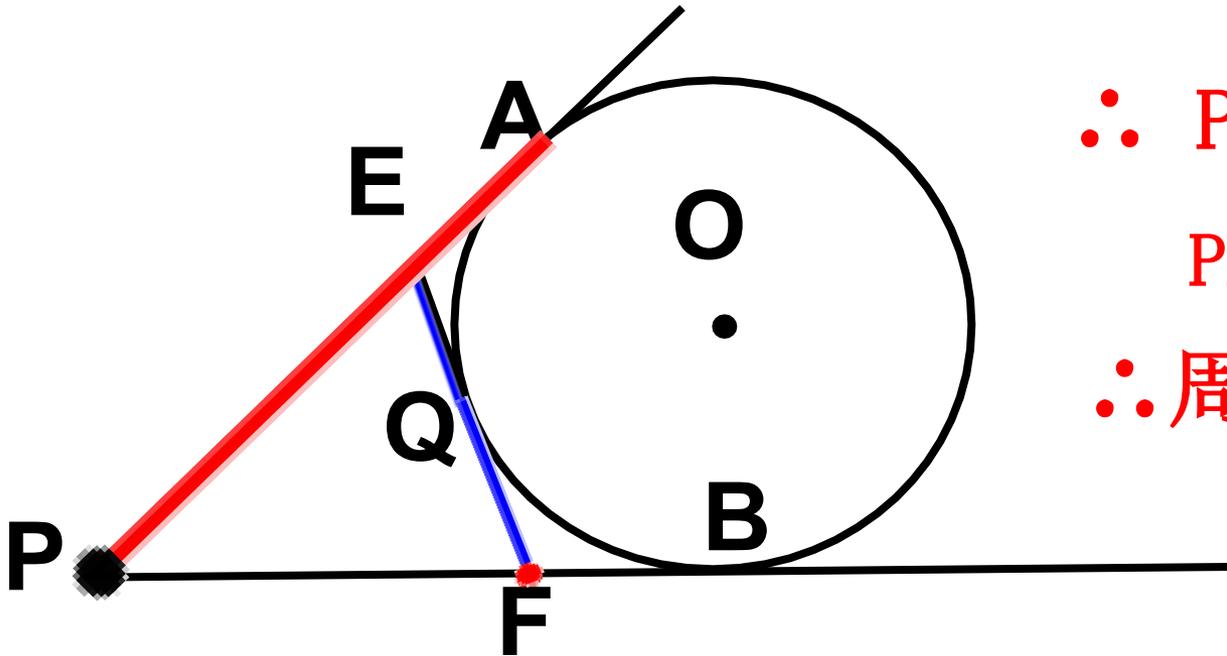
小结：切线长定理为证明线段相等、角相等提供新的方法

牛刀再试

已知：如图，PA、PB是 $\odot O$ 的切线，切点分别是A、B，Q为AB上一点，过Q点作 $\odot O$ 的切线，交PA、PB于E、F点。

1. 找出图中所有相等的切线长 $EQ=EA$, $FQ=FB$, $PA=PB$

2. 已知 $PA=12\text{cm}$ ，求 $\triangle PEF$ 的周长。



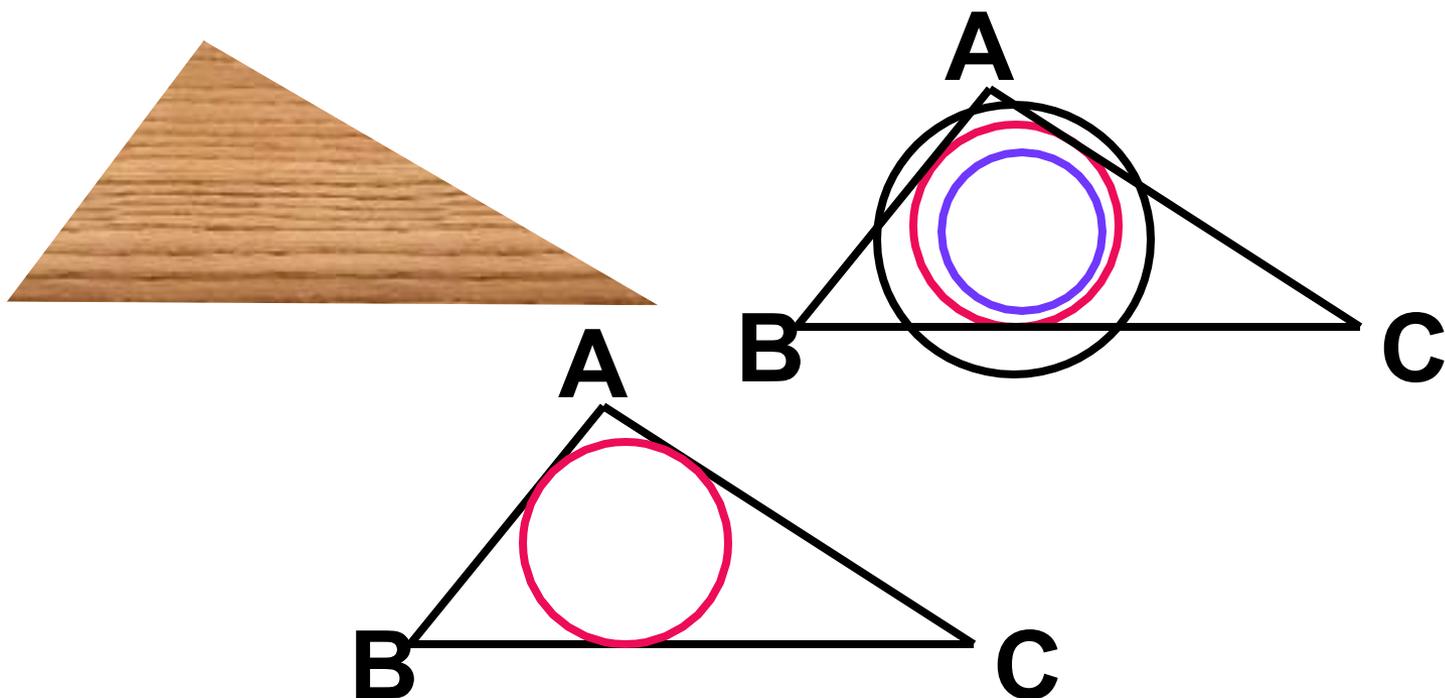
$$\therefore PE+EQ=PA=12\text{cm}$$

$$PF+FQ=PB=PA=12\text{cm}$$

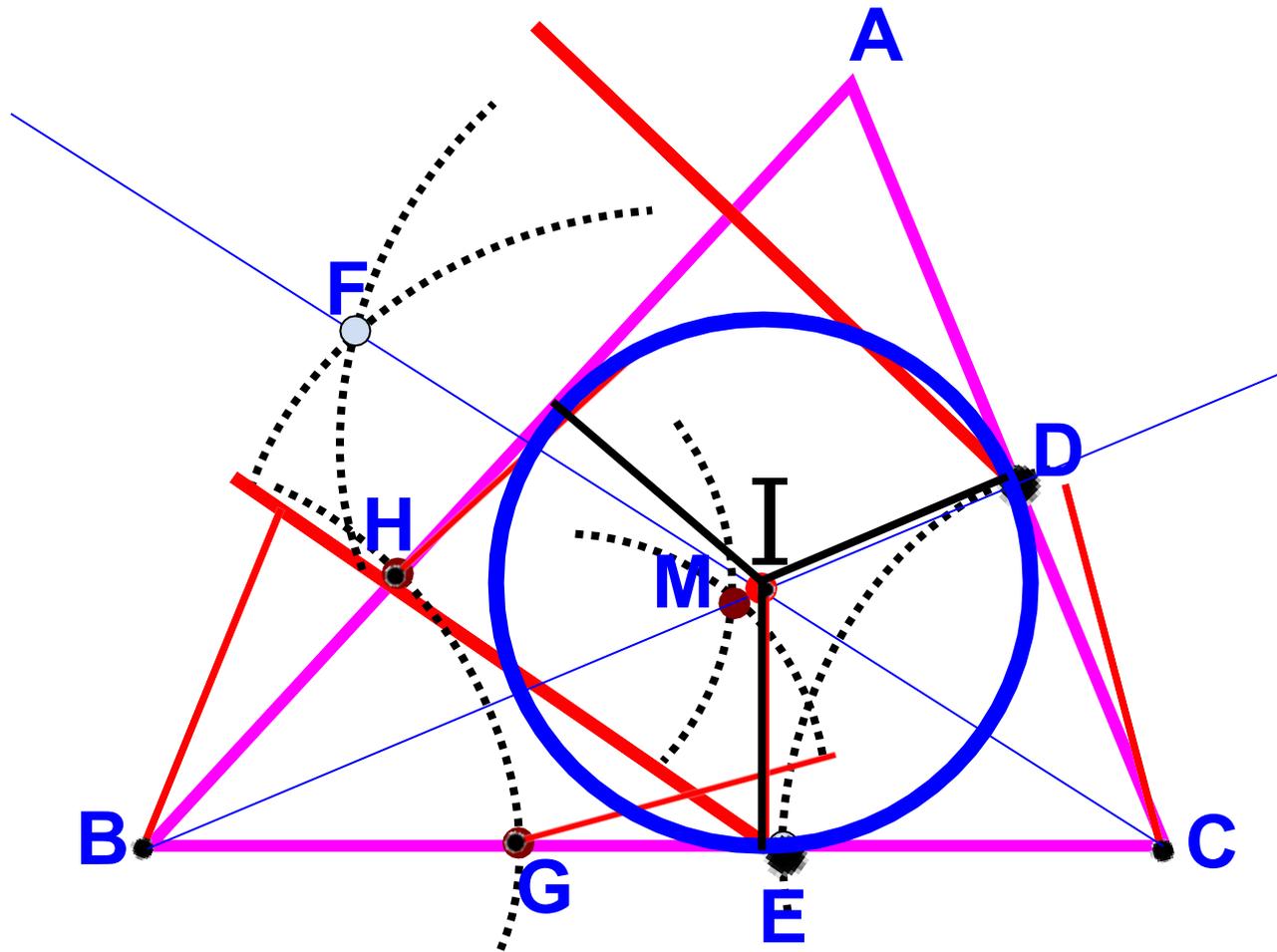
$$\therefore \text{周长为}24\text{cm}$$

探究活动二：三角形的内切圆

如图是一块三角形木料，木工师傅要从中裁下一块圆形用料，怎样才能使裁下的圆的面积尽可能大呢？



作三角形内切圆的方法：



$\therefore \odot I$ 即为所求的 $\triangle ABC$ 的圆

三角形内心的性质

性质：三角形的内心是三角形内切圆的圆心，它到三角形三边的距离相等；内心与顶点连线平分内角。任何三角形的内心都在三角形的内部

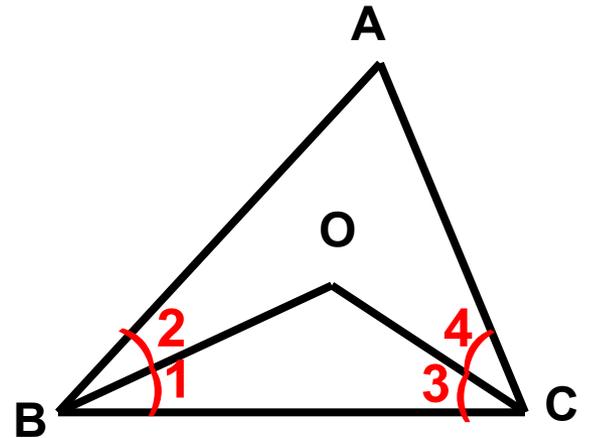
例 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点O是内心，若 $\angle ABC=50^\circ$ ， $\angle ACB=70^\circ$ ，求 $\angle BOC$ 的度数

(1) \because 点O是 $\triangle ABC$ 的内心，

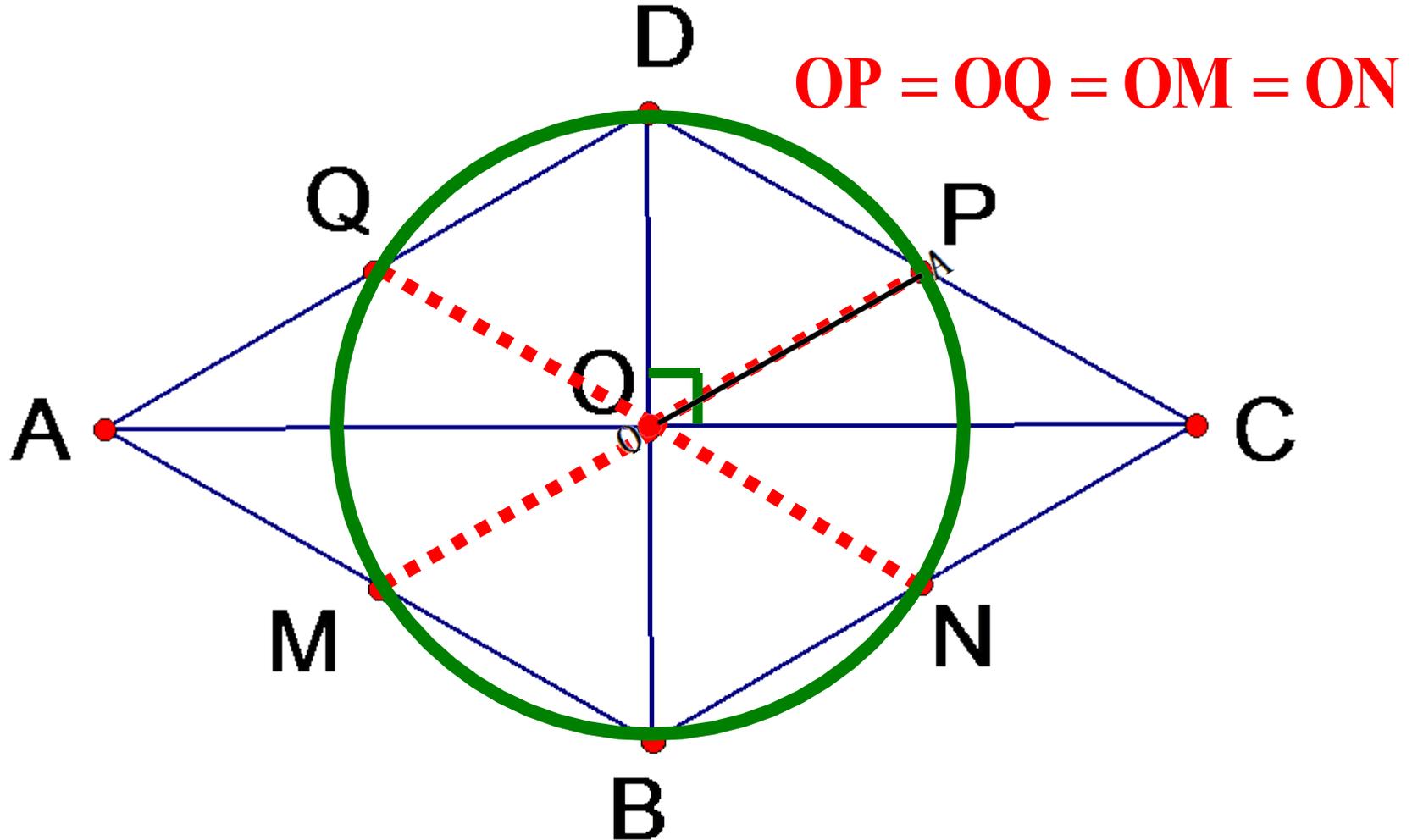
$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle ABC = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

$$\text{同理 } \angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle BOC &= 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3) \\ &= 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$



求证：菱形各边中点在以对角线的交点为圆心的同一个圆上。



直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

解决问题5: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3\text{cm}$, $BC=4\text{cm}$ 。以 C 为圆心, r 为半径的圆与 AB 有怎样的位置关系? 为什么?(1) $r=2\text{cm}$ (2) $r=2.4\text{cm}$ (3) $r=3\text{cm}$

解: 圆心 C 到 AB 的距离 $d=2.4\text{cm}$

(1)当 $r=2\text{cm}$ 时,
有 $d>r$,

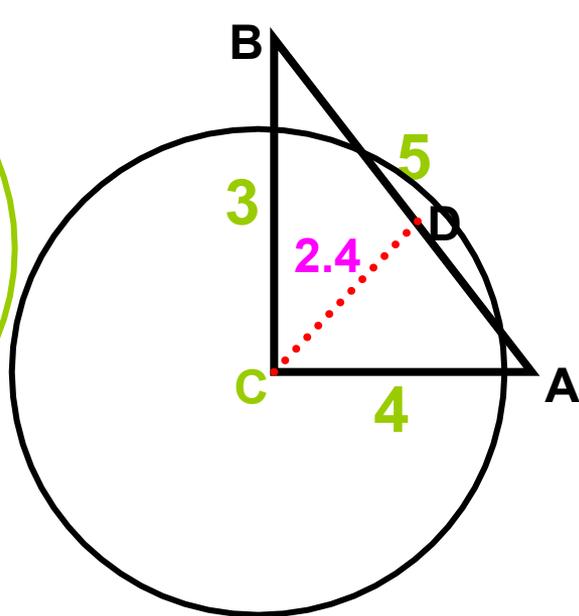
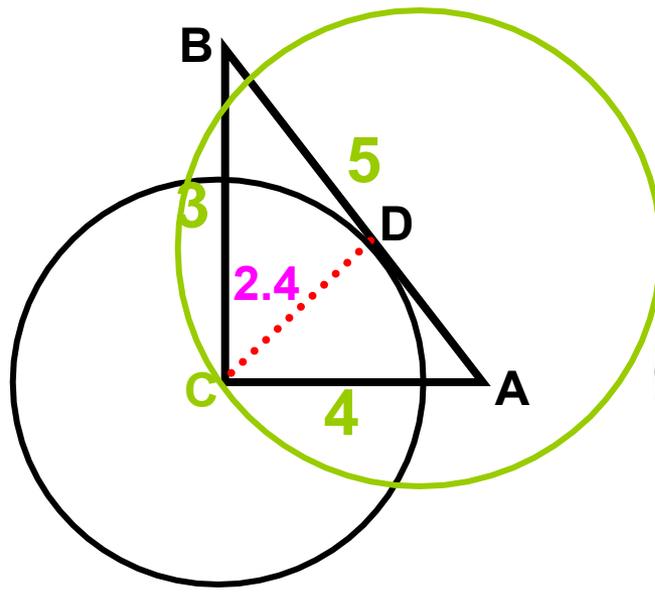
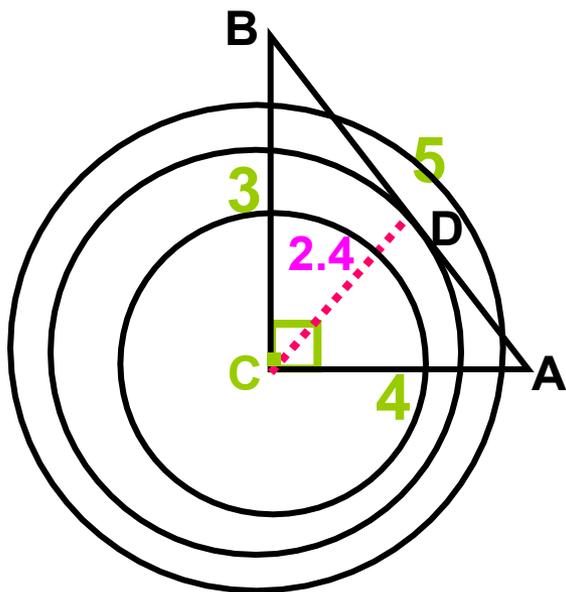
(2)当 $r=2.4\text{cm}$ 时,
有 $d=r$,

(3)当 $r=3\text{cm}$ 时,
有 $d<r$,

因此 $\odot C$ 和 AB 相离。

因此 $\odot C$ 和 AB 相切。

因此 $\odot C$ 和 AB 相交。



如图，半径为2的 $\odot P$ 的圆心在直线 $y=2x-1$ 上运动

(1) 当 $\odot P$ 与 x 轴相切时，求 P 点坐标；

(2) 当 $\odot P$ 与 y 轴相切时，求 P 点坐标；

(3) $\odot P$ 能否同时与 x 轴、 y 轴相切？若能写出 P 点坐标，若不能，说明理由。

$P_1(\frac{3}{2}, 2)$ $P_2(-\frac{1}{2}, -2)$

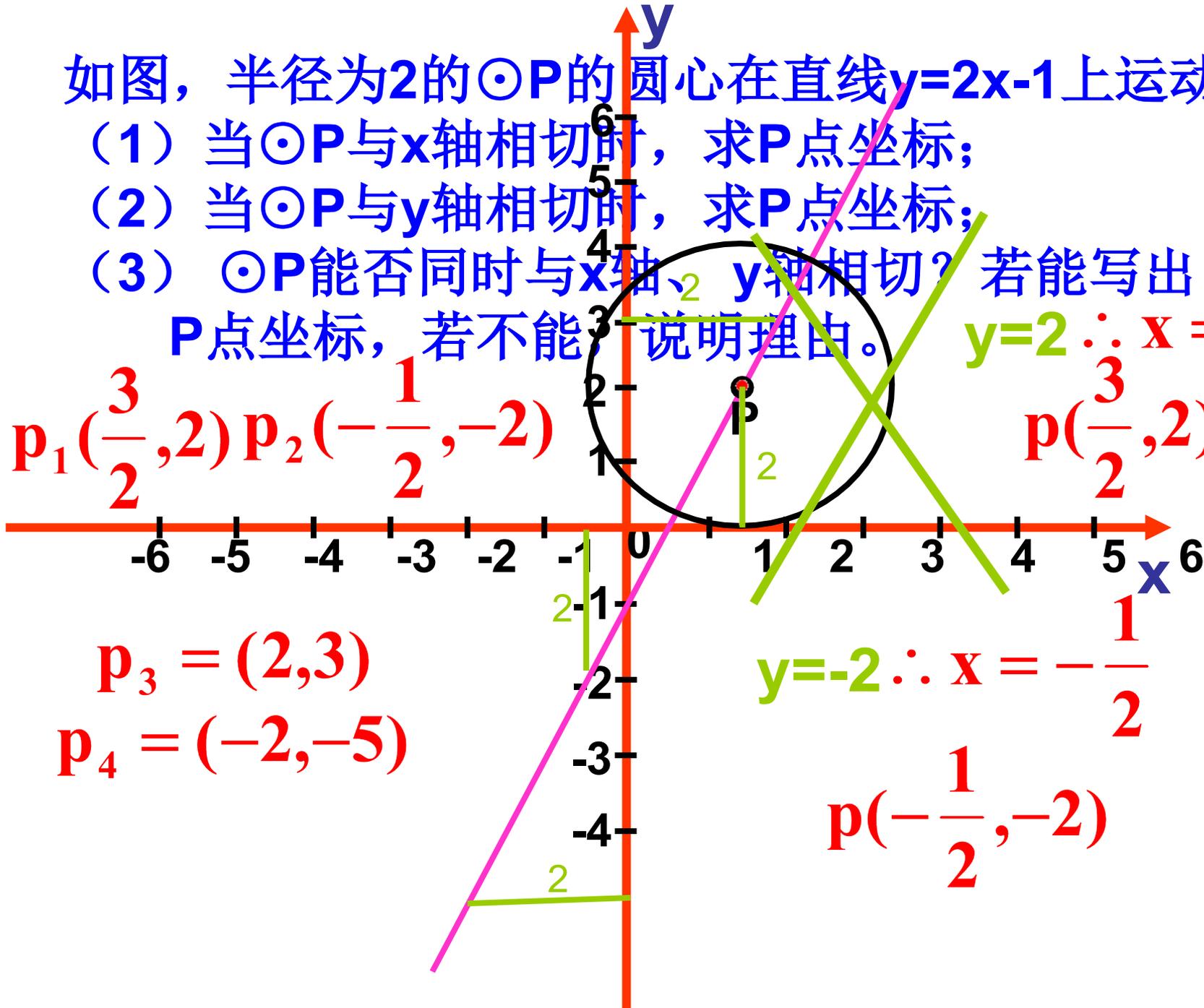
$P(\frac{3}{2}, 2)$

$P_3 = (2, 3)$

$P_4 = (-2, -5)$

$y = -2 \therefore x = -\frac{1}{2}$

$P(-\frac{1}{2}, -2)$



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/467033000052006116>