

第十九章 二次函数和反比例函数

一 二次函数

19.4 二次函数的应用

第一课时 二次函数与一元二次方程(不等式)

基础过关练

知识点1 二次函数与一元二次方程(不等式)

1. (2024北京石景山期末) 若抛物线 $y=x^2+2mx+9$ 与 x 轴只有一个交点, 则 m 的值为 (D)

A. 3

B. - 3

C. ± 3

D. ± 3

解析 \because 抛物线 $y=x^2+2mx+9$ 与 x 轴只有一个交点,

\therefore 方程 $x^2+2mx+9=0$ 的判别式 $\Delta=4m^2-4\times 1\times 9=0$, 解得 $m=\pm 3$.

2. (一题多解) (2024北京七中期中) 已知二次函数 $y=x^2-4x+m$ (m 为常数)的图象与 x 轴的一个交点为 $(3,0)$,则关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 的两个实数根是 (**B**)

A. $x_1=-1, x_2=3$

B. $x_1=1, x_2=3$

C. $x_1=-1, x_2=1$

D. $x_1=-5, x_2=3$

解析 解法一:【根与系数的关系】 \because 二次函数 $y=x^2-4x+m$ (m 为常数)的图象与 x 轴的一个交点为 $(3,0)$, \therefore 关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 的一个根是 $x=3$.设关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m=0$ 的另一个根是 t ,则 $3+t=4$,解得 $t=1$,即方程的另一个根为1.

解法二:【对称性】 \because 图象与 x 轴的一个交点为 $(3,0)$,对称轴为直线 $x=\frac{-4}{2\times 1}=2$, \therefore 由对称性可得图象与 x 轴的另一个交点坐标为 $(1,0)$, \therefore 方程 $x^2-4x+m=0$ 的两个实数根是 $x_1=1,x_2=3$.

3. (2023北京门头沟大峪中学期中) 若对于任意实数 x , 不等式 $mx^2 - mx - 1 < 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围是 (D)

A. $m < -4$ 或 $m > 0$

B. $m < -4$ 或 $m \geq 0$

C. $-4 < m < 0$

D. $-4 < m \leq 0$

解析 若 $m=0$,则 $-1<0$,显然成立;

若 $m\neq 0$,不等式 $mx^2-mx-1<0$ 的解是任意实数,令 $y=mx^2-mx-1$,则

抛物线 $y=mx^2-mx-1$ 的开口向下,与 x 轴

$$\begin{cases} m < 0, \\ m^2 + 4m < 0, \end{cases}$$

交点, \therefore

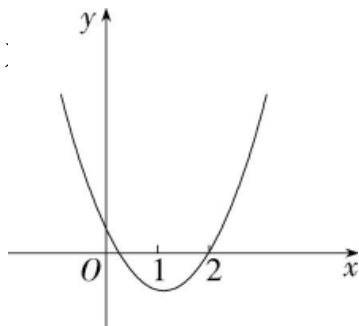
解得 $-4<m<0$.

综上, m 的取值范围是 $-4<m\leq 0$.故选D.

4. (2023内蒙古通辽中考) 如图, 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $(x_1, 0), (2, 0)$, 其中 $0 < x_1 < 1$. 下列四个结论

: ① $abc < 0$; ② $a+b+\frac{c}{2} > 0$; ③ $2b+3c < 0$; ④ 不等式 $ax^2+bx+c < 0$ 的解集为 $0 < x < 2$.

其中正确结论的个数:



- A.1 B.2 C.3 D.4

解析 \because 抛物线开口向上,对称轴在y轴右侧,与y轴交于正半轴, $\therefore a > 0, b < 0, c > 0, \therefore abc < 0, \therefore$ ①正确; \because 当 $x=1$ 时

$y < 0, \therefore a + b +$

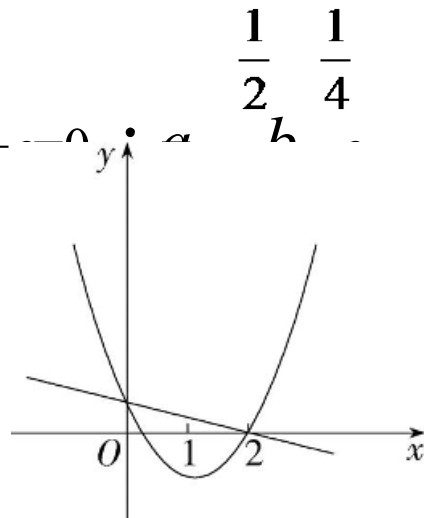
$c < 0, \therefore$ ②错误; \because 抛物线过点 $(2, 0), \therefore 4a + 2b + c = 0$

$\therefore a + b + \frac{3}{2}c < 0, \therefore -\frac{1}{2}b - \frac{1}{4}c + b + c < 0,$

$\therefore \frac{1}{2}b + \frac{3}{4}c < 0, \therefore 2b + 3c < 0, \therefore$ ③正确;

如图,设 $y_1 = -\frac{1}{2}x + c$,由图可知, $y < y_1$ 时, $0 < x < 2$,

故④正确.综上所述,正确的结论是①③④,共3个.



5. (2023北京对外经济贸易大学附中期中) 已知二次函数 $y=x^2-2x-3$.

(1) 将 $y=x^2-2x-3$ 化成 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式;

(2) 函数图象与 y 轴的交点坐标是_____, 与 x 轴的交点坐标是_____;

(3) 在坐标系中利用描点法画出函数图象;

(4) 不等式 $x^2-2x-3>0$ 的解集是_____;

(5) 当 $0<x<3$ 时, y 的取值范围是_____.

解析 (1) $y=x^2-2x-3=x^2-2x+1-3-1=(x-1)^2-4$, 即 $y=(x-1)^2-4$.

(2) 令 $x=0$, 则 $y=-3$, 所以该抛物线与 y 轴的交点坐标是 $(0,-3)$,

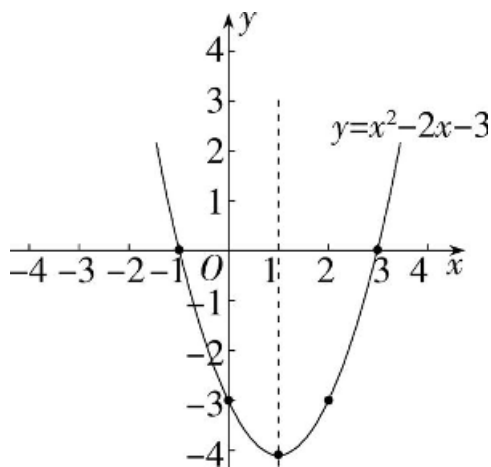
令 $y=0$, 则 $x^2-2x-3=0$, 解得 $x_1=3, x_2=-1$,

所以该抛物线与 x 轴的交点坐标是 $(3,0), (-1,0)$.

(3) 列表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	0	-3	-4	-3	0	...

图象如图所示:

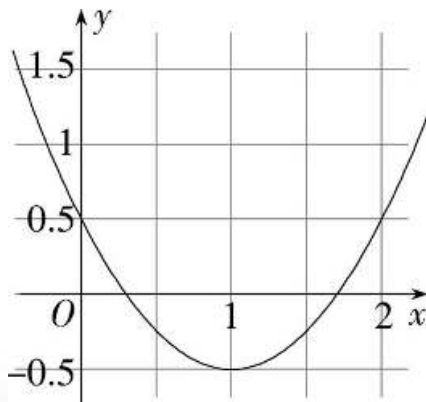


(4)不等式 $x^2-2x-3>0$ 的解集是 $x<-1$ 或 $x>3$.

(5)当 $0<x<3$ 时, y 的取值范围是 $-4\leq y<0$.

知识点2 求一元二次方程的近似解

6. (2023北京顺义牛栏山一中实验学校期中) 抛物线 $y=x^2-2x+0.5$ 如图所示, 利用图象可得方程 $x^2-2x+0.5=0$ 的近似解为 $x_1 \approx 0.3, x_2 \approx 1.7$ (精确到0.1).



解析 观察题图,抛物线 $y=x^2-2x+0.5$ 与 x 轴的两个交点的横坐标分别约为0.3,1.7,

\therefore 抛物线 $y=x^2-2x+0.5$ 与 x 轴的两个交点的横坐标就是方程 $x^2-2x+0.5=0$ 的两个解,

\therefore 方程 $x^2-2x+0.5=0$ 精确到0.1的近似解是 $x_1 \approx 0.3, x_2 \approx 1.7$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/468031130040007005>