

整数指数幂及其运算

教学目标

理解整数指数幂的概念，掌握其运算法则.

知识精要

1. 零指数 $a^0 = 1(a \neq 0)$
2. 负整数指数 $a^{-p} = \frac{1}{a^p}(a \neq 0, p \text{ 为正整数}).$

注意正整数幂的运算性质:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}(a \neq 0),$$

$$(a^m)^n = a^{mn},$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

可以推广到整数指数幂，也就是上述等式中的 m 、 n 可以是 0 或负整数.

3. 用科学记数法表示绝对值大于 0 而小于 1 的数的方法:

绝对值大于 0 而小于 1 的数可以表示为: $a \times 10^{-n}$ (其中 $1 \leq |a| < 10, n$ 为正整数)

热身练习

1. 当 x _____ 时, $(4+2x)^{-2}$ 有意义?
2. 将代数式 $\frac{3^{-2}b^{-2}}{2^{-2}a^{-3}}$ 化成不含负指数的形式 _____.
3. 将 $5^{-2}(x+y)^{-3}$ 写成只含有正整数幂的形式是 _____.

4. 计算:

$$(1) (-0.5)^0 \div (-\frac{1}{2})^{-3} + (\frac{1}{2})^{-2}$$

$$(2) x^2 \div x^5 \div x^7 \cdot x^4 \cdot x$$

$$(3) (a^{-2} - b^{-2}) \div (a^{-2} + b^{-2})$$

$$(4) (\frac{3}{xy^2})^{-3}$$

$$(5) (-2)^0 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} + \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^0 \quad (6) y^5 \div (y^{-2})^3 \cdot (y^{-3})^{-2}$$

5. 用小数表示下列各数

$$(1) 10^{-6} \quad (2) 1.208 \times 10^{-3} \quad (3) -9.04 \times 10^{-5}$$

6. 用科学记数法表示下列各数

$$(1) 34200 \quad (2) 0.0000543 \quad (3) -0.000789$$

7. 计算: $(-2)^{-2} - 2^{-2} =$ _____.

8. 自从扫描隧道显微镜发明后, 世界上便诞生了一门新学科, 这就是“纳米技术”. 已知 52 个纳米的长度为 0.000000052 米, 用科学记数法表示此数为 _____ 米.

精解名题

1. 用负整数指数幂表示下列各式

$$(1) \frac{x-3y^2}{5x+y^3}$$

$$(2) \frac{m^2}{x^5+4y}$$

$$(3) \frac{1}{ax-by^5}$$

$$(4) \frac{mn}{(m-n)(m+n)^2}$$

2. 将下列各式写成只含有正指数幂的形式

$$(1) (a-5b)^{-2}(a+5b)$$

$$(2) (ab^{-2}+cd^{-1})^3$$

$$(3) 3xy(x^2+6y)^{-1}$$

$$(4) (x^{-1}+y^{-1})^{-1}$$

$$(5) -2^{2n}+(-2)^{2n}$$

$$(6) \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^0$$

$$(7) (x-y^{-2})(x^2+xy^{-2}+y^{-4})$$

巩固练习

1. 化负整数指数幂为正整数指数幂:

$$(1) a^{-4} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) a^{-n}b^{2m}(a+b)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3) $a^{-m}b^nc^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2.如果下列各式中不出现分母，那么：

(1) $\frac{x}{y^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $\frac{b^3}{a^3(a-b)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\frac{2a-b}{a^2(a+b)^n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.科学记数法：(1)265000000= $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) $3.505 \times 10^{-6} = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. 计算： $m^{-3} \cdot m^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

$(-1)^{2005} + (-1)^{2006} + (-1)^{2007} + (-1)^{2008} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5.下列计算结果中， 正确的是（ ）

A. $a^{-2} \cdot a^{-3} = a^6$ B. $m^0 \div m^8 = m^{0:8}$

C. $(x^{-5})^{-3} = x^{15}$ D. $y^0 \cdot y^9 = 1$

6.下列各数中，是科学记数法的正确表示的是（ ）

A. 9×10^{-15} B. 61.5×10^{-5}

C. 0.5889×10^{-2} D. -600^{-5}

7.用科学记数法表示下列各数

(1) 20050000000; (2) 100700000; (3) -1946000;

(4) 0.000001219 (5) 0.00000000623 (6) -0.0000000168

8. 写出下列用科学记数法表示的数的原数.

(1) 6.666×10^9 ; (2) 9.201×10^{-6}

$$(3) 6.432 \times 10^{-1}$$

$$(4) 2.783 \times 10^2$$

9. 计算

$$(1) (-0.7)^0 + (-1)^6;$$

$$(2) -3^{-3} + (-3)^{-3}$$

$$(3) \left(-4\frac{2}{5}\right)^0 + \left(-2\frac{1}{2}\right)^2;$$

$$(4) [(-5)^{-2}]^{-2}$$

$$(5) (a + b^{-2})^2$$

$$(6) (x + y^{-1})(x - y^{-1})$$

$$(7) (a^{-1} + 3b)(a - 4b^{-1})$$

$$(8) (x - y^{-2})(x^2 + xy^{-2} + y^{-4})$$

自我测试

一、选择题:

1. 下列式子是分式的是 ()

A. $\frac{x}{2}+x$ B. $\frac{2}{x}+2$ C. $\frac{x}{\pi}+\pi$ D. $\frac{x+y}{2}$

2. 下列各式计算正确的是 ()

A. $\frac{a}{b} = \frac{a-1}{b-1}$ B. $\frac{b}{a} = \frac{b^2}{ab}$ C. $\frac{n}{m} = \frac{na}{ma}, (a \neq 0)$ D. $\frac{n}{m} = \frac{n+a}{m+a}$

3. 下列各分式中, 最简分式是 ()

A. $\frac{3(x-y)}{7(x+y)}$ B. $\frac{6m-6n}{9m+27n}$ C. $\frac{a^2-b^2}{a^2b+ab^2}$ D. $\frac{x^2-y^2}{x^2-2xy+y^2}$

4. 化简 $\frac{m^2-3m}{9-m^2}$ 的结果是 ()

A. $\frac{m}{m+3}$ B. $-\frac{m}{m+3}$ C. $\frac{m}{m-3}$ D. $\frac{m}{3-m}$

5. 若把分式 $\frac{x^2+y^2}{2xy}$ 中的 x 和 y 都扩大 2 倍, 那么分式的值 ()

A. 扩大 2 倍 B. 不变 C. 缩小 2 倍 D. 缩小 4 倍

6. 若分式方程 $\frac{1}{x-2}+3 = \frac{a-x}{a+x}$ 有增根, 则 a 的值是 ()

A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

7. 已知 $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4}$, 则 $\frac{a+b}{c}$ 的值是 ()

A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{7}{4}$ C. 1 D. $\frac{5}{4}$

8. 一艘轮船在静水中的最大航速为 30 千米/时, 它沿江以最大航速顺流航行 100 千米所用时间, 与以最大航速逆流航行 60 千米所用时间相等, 江水的流速为多少? 设江水的流速为 x 千米/时, 则可列方程 ()

A. $\frac{100}{x+30} = \frac{60}{30-x}$ B. $\frac{100}{x+30} = \frac{60}{x-30}$

C. $\frac{100}{30-x} = \frac{60}{30+x}$ D. $\frac{100}{x-30} = \frac{60}{x+30}$

9. 某农场开挖一条 480 米的渠道，开工后，每天比原计划多挖 20 米，结果提前 4 天完成任务，若设原计划每天挖 x 米，那么求 x 时所列方程正确的是 ()

A. $\frac{480}{x-20} - \frac{480}{x} = 4$ B. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+4} = 20$
 C. $\frac{480}{x} - \frac{480}{x+20} = 4$ D. $\frac{480}{x-4} - \frac{480}{x} = 20$

10. 计算 $-2^2 + (-2)^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 的正确结果是 ()

- A.2 B.-2 C.6 D.10

二、填空题

11. 计算 $a^{-2}b^3 \div (a^2b)^{-3} =$ _____.

12. 用科学记数法表示 $-0.000\ 000\ 0314 =$ _____.

13. 计算 $\frac{2a}{a^2-4} - \frac{1}{a-2} =$ _____.

14. 方程 $\frac{3}{x} = \frac{4}{70-x}$ 的解是 _____.

15. 已知 $a+b=5$, $ab=3$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} =$ _____.

16. 如果 $\frac{a}{b}=2$, 则 $\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+b^2} =$ _____.

17. 瑞士中学教师巴尔末成功地从光谱数据 $\frac{9}{5}, \frac{16}{12}, \frac{25}{21}, \frac{36}{32}, \dots$ 中得到巴尔末

公式，从而打开了光谱奥秘的大门. 请你尝试用含你 n 的式子表示巴尔末公式

_____.

三、解答题

18. 计算：

(1) $\frac{3b^2}{16a} \div \frac{bc}{2a^2} \cdot \left(-\frac{2a}{b}\right)$;

(2) $\frac{a^2-6a+9}{4-b^2} \div \frac{3-a}{2+b} \cdot \frac{a^2}{3a-9}$.

19. 解方程求 x :

$$(1) \frac{3}{x-1} - \frac{x+2}{x(x-1)} = 0$$

$$(2) \frac{2-x}{x-3} + \frac{1}{3-x} = 1$$

$$(3) \frac{5x-4}{2x-4} = \frac{2x+5}{3x-6} - \frac{1}{2}$$

$$(4) \frac{10x-4}{x(x^2-1)} = \frac{6}{x^2-1}$$

20. 有一道题:

“先化简, 再求值: $(\frac{x-2}{x+2} + \frac{4x}{x^2-4}) \div \frac{1}{x^2-4}$ 其中, $x=-3$ ”.

小玲做题时把“ $x=-3$ ”错抄成了“ $x=3$ ”, 但她的计算结果也是正确的, 请你解释这是怎么回事?

21. 甲、乙两地相距 19 千米，某人从甲地出发到乙地，先步行 7 千米，然后改骑自行车，共用 2 小时到达乙地.已知这个人骑自行车的速度是步行速度的 4 倍.求步行速度和骑自行车的速度.

22.甲、乙两组学生去距学校 4.5 千米的敬老院打扫卫生，甲组学生步行出发半小时后，乙组学生骑自行车开始出发，结果两组学生同时到达敬老院，如果步行的速度是骑自行车的速度的 $\frac{1}{3}$ ，求步行和骑自行车的速度各是多少？

23.为加快西部大开发，某自治区决定新修一条公路，甲、乙两工程队承包此项工程.如果甲工程队单独施工，则刚好如期完成；如果乙工程队单独施工就要超过 6 个月才能完成，现在甲、乙两队先共同施工 4 个月，剩下的由乙队单独施工，则刚好如期完成.问原来规定修好这条公路需多长时间？

24.甲、乙两班学生植树，原计划 6 天完成任务，他们共同劳动了 4 天后，乙班另有任务调走，甲班又用 6 天才种完，求若甲、乙两班单独完成任务后各需多少天？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。

如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/468061052104006122>