# 2022-2023学年重庆市高三临门一卷(二)数学试题

一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x|log_2x>1\},B=\{x|x\leqslant 1\}$，则 $A\cup \complement_RB=$(　　)

A. $\{x|x\geqslant 2\}$　　B. $\{x|0<x\leqslant 1\}$　　C. $\{x|x>1\}$　　D. $R$

2. 已知复数 $z=1-i$($i$ 是虚数单位)，则 $\dfrac{z}{z\bar{z}+i}=$(　　)

A. $\dfrac{3}{5}+\dfrac{1}{5}i$　　B. $\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}i$　　C. $\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$　　D. $-\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{5}i$

3. 命题“$\forall -2\leqslant x\leqslant 3,x^2-2a\leqslant 0$”是真命题的一个必要不充分条件是(　　)

A. $a\geqslant 1$　　B. $a\geqslant \dfrac{9}{2}$　　C. $a\geqslant 5$　　D. $a\leqslant 4$

4. 已知向量 $\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}$ 满足 $|\overrightarrow{a}|=1,|\overrightarrow{b}|=2,\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}=(2\sqrt{2},1)$，则 $|3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=$(　　)

A. $2\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{15}$　　C. $3\sqrt{2}$　　D. 5

5. 中华人民共和国国家标准《居室空气中甲醛的卫生标准》规定：居室空气中甲醛的最高容许浓度为：一类建筑 $0.08mg/m^3$，二类建筑 $0.1mg/m^3$. 二类建筑室内甲醛浓度小于等于 $0.1mg/m^3$ 为安全范围，已知某学校教学楼(二类建筑)施工过程中使用了甲醛喷剂，处于良好的通风环境下时，竣工2周后室内甲醛浓度为 $2.25mg/m^3$，4周后室内甲醛浓度为 $0.36mg/m^3$，且室内甲醛浓度 $\rho(t)$(单位：$mg/m^3$)与竣工后保持良好通风的时间 $t(t\in N^*)$(单位：周)近似满足函数关系式 $\rho(t)=e^{at+b}$，则该教学楼竣工后的甲醛浓度若要达到安全开放标准，至少需要放置的时间为(　　)

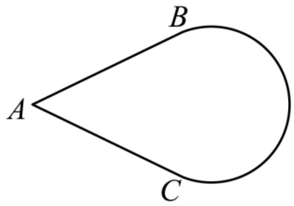
A. 5周　　B. 6周　　C. 7周　　D. 8周

6. 在平面直角坐标系 *xOy* 中，直线 $l:y=2x-5$ 与双曲线 $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$ 的一条渐近线平行，且双曲线的一个焦点在直线 *l* 上，则双曲线的方程为(　　)

A. $\dfrac{x^2}{20}-\dfrac{y^2}{5}=1$　　B. $\dfrac{x^2}{5}-\dfrac{y^2}{20}=1$　　C. $\dfrac{y^2}{20}-\dfrac{x^2}{5}=1$　　D. $\dfrac{y^2}{5}-\dfrac{x^2}{20}=1$

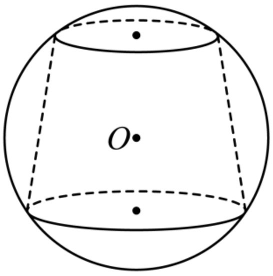
7. 水滴型潜艇的线型特点是首部呈圆钝的纺锤形，潜艇的横剖面几乎都为圆截面，艇身从中部开始向后逐渐变细，尾部呈尖尾状，小刘利用几何作图软件画出了水滴的形状(如图)，由线段 $AB,AC$ 和优弧 *BC* 围成，其中 *BC* 连线竖直、$AB,AC$ 与圆弧相切，已知“水滴”的水平宽度与竖直高度之比为 $\dfrac{7}{4}$，则 $\cos\angle BAC=$

(　　)




A. $\frac{4\sqrt{3}}{7}$　　B. $\frac{17}{25}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{5}{7}$

8. 如图所示，已知一个球内接圆台，圆台上、下底面的半径分别为 3 和 4，球的体积为$\frac{500\pi}{3}$，则该圆台的侧面积为(　　)




A. $60\pi$　　B. $75\pi$　　C. $35\pi$　　D. $35\sqrt{2}\pi$

二、多选题：本题共 **4** 小题，共 **20** 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 **5** 分，部分选对的得 **2** 分，有选错的得 **0** 分。

9. 已知定义在 ***R*** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+2)+f(x)=0$，且 $y=f(2-x)$ 为偶函数，则下列说法一定正确的是(　　)

A. 函数 $f(x)$ 的周期为 2

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 为偶函数

D. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(3,0)$ 对称

10. 已知函数 $f(x)=sin^n x+cos^n x(n\in N^*)$，则下列结论正确的是(　　)

A. $n=1$ 时，$f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增

B. $n=4$ 时，$f(x)$ 的最小正周期为 $\pi$

C. $n=4$ 时，$f(x)$ 在 ***R*** 上的最小值为 1

D. 对任意的正整数 *n*，$f(x)$ 的图象都关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称

11. 下列不等关系中正确的是(　　)

A. $\sqrt{3}\ln 2<\ln 3$

B. $\sqrt{3}\ln 4>4\ln\sqrt{3}$

C. $\sin 3<3\sin 1\cos 1$

D. $\sin 3>3\sin 1\cos 1$

12. 在棱长为 4 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 为棱 $DD_1$ 的中点，点 F 是正方形 $A_1B_1C_1D_1$ 内一动点（含边界），则下列说法中正确的是(　　)

A. 直线 $BC_1$ 与直线 AC 夹角为 $60^\circ$

B. 平面 $BC_1E$ 截正方体所得截面的面积为 $6\sqrt{2}$

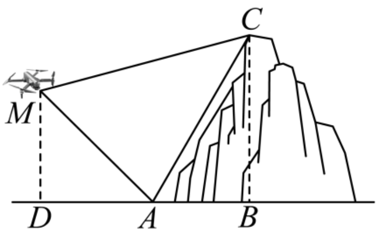
C. 若 $EF=2\sqrt{5}$, 则动点 F 的轨迹长度为 $2\pi$

D. 若 $AF//$ 平面 $BC_1E$，则动点 F 的轨迹长度为 $2\sqrt{5}$

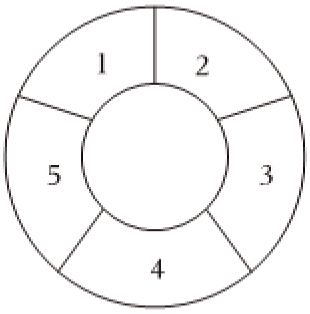
三、填空题：本题共 **4** 小题，每小题 **5** 分，共 **20** 分。

13. 五个数 $2,2,3,3,a$ 的平均数是 3，这五个数的方差是__________.

14. 如图，某中学某班级课外学习兴趣小组为了测量某座山峰的高度，先在山脚 A 处测得山顶 C 处的仰角为 $60^\circ$，又利用无人机在离地面高 300m 的 M 处（即 $MD=300$），观测到山顶 C 处的仰角为 $15^\circ$，山脚 A 处的俯角为 $45^\circ$，则山高 $BC=$__________ $m$.




15. 某城市休闲公园管理人员拟对一块圆环区域进行改造封闭式种植鲜花，该圆环区域被等分为 5 个部分，每个部分从红、黄、紫三种颜色的鲜花中选取一种进行栽植．要求相邻区域不能用同种颜色的鲜花，总的栽植方案有__________种.




16. 已知函数 $f(x)=e^x-2ax-1$ 在区间 $(-1,1)$ 内存在极值点，且 $f(x)<0$ 在 R 上恰好有唯一整数解，则实数 a 的取值范围是__________.

四、解答题：本题共 **6** 小题，共 **70** 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17.（本小题 10 分）

3 月 14 日为国际数学日，也称为 $\pi$ 节，为庆祝该节日，某中学举办了数学文化节活动，其中一项活动是“数学知识竞赛”，初赛采用“两轮制”方式进行，要求每个班级派出两个小组，且每个小组都要参加两轮比

赛，两轮比赛都通过的小组才具备参与决赛的资格.高三(7)班派出甲　乙两个小组参赛，在初赛中，若甲乙两组通过第一轮比赛的概率分别是$\frac{3}{4},\frac{3}{5}$，通过第二轮比赛的概率分别是$\frac{4}{5},\frac{2}{3}$，且各个小组所有轮次比赛的结果互不影响.

(1) 若三(7)获得决赛资格的小组个数为 $X$，求 $X$ 的数学期望；

(2) 已知甲　乙两个小组在决赛中相遇.决赛以三道抢答题形式进行，抢到并答对一题得 10 分，答错一题扣 10 分，得分高的获胜：假设这两组在决赛中对每个问题回答正确的概率恰好是各自获得决赛资格的概率，且甲　乙两个小组抢到该题的可能性分别是$\frac{1}{3},\frac{2}{3}$，假设每道题抢与答的结果均互不影响，求乙已在第一道题中得 10 分的情况下甲获胜的概率.

18.（本小题 12 分）

记$\triangle ABC$的内角$A,B,C$的对边分别为$a,b,c$，已知$b+c=2a\sin\left(C+\frac{\pi}{6}\right)$.

(1) 求 $A$；

(2) 设 $AB$ 的中点为 $D$，若$CD=a$，且$b-c=1$，求$\triangle ABC$的的面积.

19.（本小题 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$的前 $n$ 项和为$S_n$，且$S_6=60, a_3+3a_5=48$. 当$n\in N^*$时，

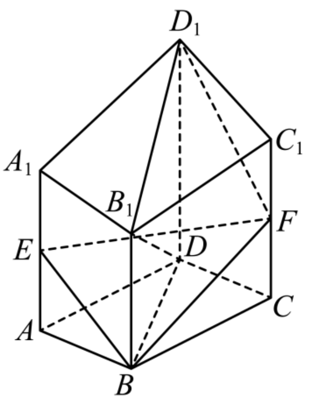
$2^nb_1+2^{n-1}b_2+\cdots+2b_n=3^n-1$.

(1) 求数列$\{a_n\}$、$\{b_n\}$的通项公式；

(2) 若$c_n=\frac{(2b_n-1)(2a_n-2)}{a_n\cdot a_{n+1}}$，求数列$\{c_n\}$的前 $n$ 项和$T_n$.

20.（本小题 12 分）

如图所示，六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面四边形 $ABCD$ 是正方形，$AA_1//BB_1//CC_1//DD_1$，且$BB_1\perp$平面$ABCD, AA_1=CC_1, \overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AA_1}, \overrightarrow{CF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CC_1}, \overrightarrow{DD_1}=2\overrightarrow{BB_1}$，平面 $BEF$ 与平面 $ABCD$ 的交线为$l$.




(1) 求证：直线$l\perp$平面$B_1BDD_1$；

(2) 已知 $EF=2, AA_1=3, BB_1=2$，若 $D_1F$ 与平面 $B_1BDD_1$ 所成角为 $\theta$，求 $\sin\theta$ 的值.

21.（本小题 12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的右焦点为 $F(c,0)$，点 $A$，$B$ 在椭圆 $C$ 上，点 $D\left(-\dfrac{c}{2},0\right)$ 到直线 $FA$ 的距离为 $\dfrac{c}{2}$，且 $\triangle ABF$ 的内心恰好是点 $D$.

(1) 求椭圆 $C$ 的标准方程；

(2) 已知 $O$ 为坐标原点，$M$，$N$ 为椭圆上不重合两点，且 $M$，$N$ 的中点 $H$ 在直线 $y=\dfrac{1}{2}x$ 上，求 $\triangle MNO$ 面积的最大值.

22.（本小题 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x-x(a\neq 0)$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的极值；

(2) 当 $x>0$ 时，不等式 $\dfrac{x^a}{e^x}-2f(x)\geqslant\sin[f(x)]+1$ 恒成立，求 $a$ 的取值范围.

# 答案和解析

1.【答案】C

【解析】【分析】

本题主要考查集合的并集，补集运算，属于基础题.

根据对数函数的单调性求集合 $A$，进而结合集合的运算求解.

【解答】

解：由题意可得： $A=\{x|log_2x>1\}=\{x|x>2\}$ ， $\complement_RB=\{x|x>1\}$ ，

所以 $A\cup\complement_RB=$ $\{x|x>1\}$ .

故选： $C$.

2.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查复数的运算法则，属较易题.

根据复数代数形式的除法运算法则计算可得.

【解答】

解：因为 $z=1-i$ ，所以 $\overline{z}=1+i$ ，所以 $z\overline{z}=(1-i)(1+i)=2$ ，

则 $\dfrac{z}{z\overline{z}+i}=\dfrac{1-i}{2+i}=\dfrac{(1-i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\dfrac{2-i-2i+i^2}{5}=\dfrac{1}{5}-\dfrac{3}{5}i$ .

故选：C

3.【答案】A

【解析】【分析】

本题考查了必要不充分条件的判断和命题的真假，属于基础题.

根据恒成立问题分析可得命题“ $\forall-2\leqslant x\leqslant3,x^2-2a\leqslant0$ ”是真命题等价于“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”，结合充分、必要条件分析判断.

【解答】

解：若命题“ $\forall-2\leqslant x\leqslant3,x^2-2a\leqslant0$ ”是真命题，则 $(x^2-2a)_{\max}\leqslant0$ ，

可知当 $x=3$ 时， $x^2-2a$ 取到最大值 $9-2a\leqslant0$ ，解得 $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ，

所以命题“ $\forall-2\leqslant x\leqslant3,x^2-2a\leqslant0$ ”是真命题等价于“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”.

因为 $\left\{a|a\geqslant\dfrac{9}{2}\right\}\Rightarrow\{a|a\geqslant1\}$ ，反之不成立，

故“ $a\geqslant1$ ”是“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”的必要不充分条件，故 *A* 正确；

因为 $\left\{a|a\geqslant\dfrac{9}{2}\right\}=\left\{a|a\geqslant\dfrac{9}{2}\right\}$ ，

故“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”是“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”的充要条件，故 *B* 错误；

因为 $\{a|a\geqslant5\}\Rightarrow\left\{a|a\geqslant\dfrac{9}{2}\right\}$ ，反之不成立，

故“ $a\geqslant5$ ”是“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”的充分不必要条件，故 *C* 错误；

因为 $\left\{a|a\geqslant\dfrac{9}{2}\right\}$ 与 $\{a|a\leqslant4\}$ 不存在包含关系，

故“ $a\leqslant4$ ”是“ $a\geqslant\dfrac{9}{2}$ ”的即不充分也不必要条件，故 *D* 错误；

故选： $A$.

4.【答案】*D*

【解析】【分析】

本题考查了向量的模长，属于基础题.

根据模长的坐标运算可得 $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=3$ ，分析可得 $\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}$ 同向，进而可求结果.

【解答】

解：因为 $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=3$ ，即 $|\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=|\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{b}|$ ，

则 $\overrightarrow{a},\overrightarrow{b}$ 同向，所以 $|3\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}|=3|\overrightarrow{a}|+|\overrightarrow{b}|=5$ .

故选： $D$.

5.【答案】*B*

【解析】【分析】

本题考查指数函数的简单应用，属于中档题.

根据题意列式求解可得 $\begin{cases}e^a=\dfrac{2}{5}\\e^b=\dfrac{225}{16}\end{cases}$ ，即 $\rho(t)=\dfrac{225}{16}\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^t$ ，令 $\rho(t)\leqslant0.1$ 运算求解即可.

【解答】

解：由题意可得： $\begin{cases}e^{2a+b}=e^{2a}\cdot e^b=2.25\\e^{4a+b}=\left(e^{2a}\right)^2\cdot e^b=0.36\end{cases}$ ，解得 $\begin{cases}e^a=\dfrac{2}{5}\\e^b=\dfrac{225}{16}\end{cases}$ ，

所以 $\rho(t)=e^{at+b}=(e^{a})^{t}\cdot e^{b}=\frac{225}{16}\times\left(\frac{2}{5}\right)^{t}$ ，

令 $\rho(t)=\frac{225}{16}\times\left(\frac{2}{5}\right)^{t}\leqslant 0.1$ ，整理得 $\left(\frac{2}{5}\right)^{t}\leqslant\frac{8}{225\times 5}=\left(\frac{2}{5}\right)^{3}\times\frac{1}{9}$ ，

即 $\left(\frac{2}{5}\right)^{t-3}\leqslant\frac{1}{9}$，

因为 $\left(\frac{2}{5}\right)^{2}=\frac{4}{25}>\frac{1}{9}$，$\left(\frac{2}{5}\right)^{3}=\frac{8}{125}<\frac{1}{9}$，$t\in N^{*}$，

所以 $t-3\geqslant 3$，即 $t\geqslant 6$ ，

所以至少需要放置 6 周.

故选：$B$.

6.【答案】C

【解析】【分析】

本题考查直线与双曲线的位置关系，双曲线相关知识点，属中等题.

根据直线与双曲线得一条渐近线平行可得 $a,b$ 的关系，求出双曲线的一个焦点的坐标，再根据 $a,b,c$ 的关系求出 $a,b$ ，即可得解.

【解答】

解：因为直线 $l:y=2x-5$ 与双曲线 $\frac{y^{2}}{a^{2}}-\frac{x^{2}}{b^{2}}=1$ 的一条渐近线平行，

所以 $\frac{a}{b}=2$ ，即 $a=2b$ ，

由直线 $l:y=2x-5$ ，令 $x=0$ ，得 $y=-5$ ，

则双曲线的一个焦点为 $(0,-5)$ ，即半焦距 $c=5$ ，

由 $c^{2}=a^{2}+b^{2}=5b^{2}=25$ ，得 $b^{2}=5$ ，所以 $a^{2}=20$ ，

所以双曲线的方程为 $\frac{y^{2}}{20}-\frac{x^{2}}{5}=1$ .

故选：$C$.

7.【答案】B

【解析】【分析】

本题考查二倍角余弦公式的应用，属于中档题.

根据题意可得 $AO=\frac{5}{2}R$ ，再结合倍角公式运算求解.

【解答】

解: 设优弧 $BC$ 的圆心为 $O$，半径为 $R$，“水滴”的水平宽度、竖直高度分别为 $AD$ 、 $MN$，连接 $OB,OC$ ，

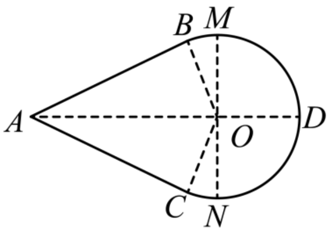
由题意可得 $\dfrac{AO+R}{2R}=\dfrac{7}{4}$ ，解得 $AO=\dfrac{5}{2}R$ ，

因为 $AB\perp OB$ ，则 $\sin\angle BAO=\dfrac{BO}{AO}=\dfrac{R}{\frac{5}{2}R}=\dfrac{2}{5}$ ，

根据对称可得 $\angle BAC=2\angle BAO$ ，

所以 $\cos\angle BAC=\cos 2\angle BAO=1-2sin^2\angle BAO=1-2\times\left(\dfrac{2}{5}\right)^2=\dfrac{17}{25}$ .

故选：$B$.




8.【答案】*D*

【解析】【分析】

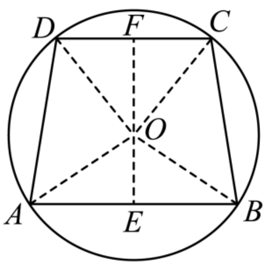
本题考查外接球知识点，垂径定理，圆台面积公式，属于中等题.

作出图形，计算出圆台的母线长，再利用圆台的侧面积公式可求得该圆台的侧面积.

【解答】

解：设球的半径为 *R*，则 $\dfrac{4\pi R^3}{3}=\dfrac{500\pi}{3}$ ，所以， $R=5$ ，

取圆台的轴截面 *ABCD*，如下图所示：




设圆台的底面圆心分别为 *E* 、 *F*，则 *E* 、 *F* 分别为 *AB* 、 *CD* 的中点，

连接 *OE* 、 *OF* 、 *OA* 、 *OB* 、 *OC* 、 *OD*，则 $OA=OB=OC=OD=5$ ，

由垂径定理可知， $OE\perp AB$ ， $OF\perp CD$ ，

所以， $OE=\sqrt{OA^2-AE^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ ， $OF=\sqrt{OD^2-DF^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$ ，

因为 $OE=DF$ ， $OA=DO$ ， $AE=OF$ ，所以， $\mathrm{Rt}\triangle OAE\cong\mathrm{Rt}\triangle DOF$ ，

所以， $\angle OAE=\angle DOF$ ，所以， $\angle DOF+\angle AOE=\angle\mathrm{OAE}+\angle AOE=90^\circ$ ，

所以， $\angle AOD=90^{\circ}$ ，则 $AD=\sqrt{OA^2+OD^2}=5\sqrt{2}$ ，

因此，圆台的侧面积为 $\pi(3+4)\times 5\sqrt{2}=35\sqrt{2}\pi$ ，

故选： $D$.

9.【答案】BCD

【解析】【分析】

本题主要考查抽象函数的奇偶，周期，对称性，属于中档题.

根据题意推理论证周期性、对称性判断A、B；借助变量替换的方法，结合偶函数的定义及对称性意义判断C、$D$.

【解答】

解：对于选项A：因为 $f(x+2)+f(x)=0$ ，则 $f(x+4)+f(x+2)=0$ ，

可得 $f(x+4)=f(x)$ ，所以函数 $f(x)$ 以4为周期，故A错误；

对于选项B：因为 $y=f(2-x)$ 为偶函数，则 $f(2-x)=f(2+x)$ ，

所以函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，故B正确；

对于选项C：因为函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称，则 $f(-x)=f(4+x)$ ，

由函数 $f(x)$ 以4为周期，可得 $f(-x)=f(4+x)=f(x)$ ，

所以函数 $f(x)$ 为偶函数，故C正确；

对于选项D：因为 $f(-x)=f(x)$ ，且 $f(x+2)+f(x)=0$ ，可得 $f(x+2)+f(-x)=0$ ，

又因为函数 $f(x)$ 以4为周期，则 $f(x+6)+f(-x)=0$ ，

所以函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(3,0)$ 对称，D正确；

故选： $BCD$.

10.【答案】AD

【解析】【分析】

本题考查的知识要点：辅助角公式、降幂公式、最小正周期公式的应用

根据辅助角公式、降幂公式，结合正弦型函数的最值、最小正周期公式、对称性逐一判断即可.

【解答】

解：对于选项A： $n=1$ 时，则 $f(x)=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ ，

因为 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right]$ ，则 $x+\frac{\pi}{4}\in\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ ，且 $y=\sin x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$ 上单调递增，

所以 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增，故 *A* 正确；

对于选项 *B*、*C*： $n=4$ 时，

则 $f(x)=sin^4x+cos^4x=(sin^2x+cos^2x)^2-2sin^2xcos^2x$

$=1-\frac{1}{2}sin^2 2x$

$=1-\frac{1}{2}\times\frac{1-\cos\ 4x}{2}=\frac{3+\cos\ 4x}{4}$ ，

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ ，故 *B* 错误；

当 $4x=2k\pi+\pi,k\in Z$ ，即 $x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in Z$ 时，

则 $f(x)=\frac{3+\cos 4x}{4}$ 取到最小值 $\frac{1}{2}$ ，故 *C* 错误；

对于选项 *D*：因为 $f\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=sin^n\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+cos^n\left(\frac{\pi}{2}-x\right)=cos^nx+sin^nx=f(x)$ ，

所以对任意的正整数 *n*， $f(x)$ 的图象都关于直线 $x=\frac{\pi}{4}$ 对称，故 *D* 正确；

故选： $AD$.

11.【答案】*BC*

【解析】【分析】

本题考查利用导数比较大小，构造函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ 和 $g(x)=\frac{\sin x}{x}$ ， $x\in(0,\pi)$ ，是解决本题的关键.

根据函数值的特征，构造函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ ，求出其导数，判断函数的单调性，可判断 *AB*；同理构造函数 $g(x)=\frac{\sin x}{x}$ ，判断 $CD$.

【解答】

解：令 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$ ，则 $f'(x)=\frac{1-\ln\ x}{x^2}$ ，

当 $0<x<e$ 时， $f'(x)>0$ ，当 $x>e$ 时， $f'(x)<0$，

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，

所以 $f(2)>f\left(\sqrt{3}\right)$ ，即 $\frac{\ln 2}{2}>\frac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ ，即 $\sqrt{3}\ln 2>2\ln\sqrt{3}=\ln 3$ ，故 *A* 错误，

又 $\ln 4=2\ln 2$ ，所以 $\frac{\ln 4}{4}=\frac{\ln 2}{2}>\frac{\ln\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ ，即 $\sqrt{3}\ln 4>4\ln\sqrt{3}$ ，故 *B* 正确；

令 $g(x)=\frac{\sin x}{x}$ ， $x\in(0,\pi)$ ，则 $g'(x)=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$ ，

令 $u(x)=x\cos x-\sin x$ ，

则 $u'(x)=\cos x-x\sin x-\cos x=-x\sin x<0$ 在 $(0,\pi)$ 上恒成立，

所以 $u(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上单调递减，

所以当$x\in(0,\pi)$时， $u(x)<u(0)=0$ ，

所以 $g'(x)<0$ 在 $(0,\pi)$ 上恒成立，

所以 $g(x)$ 在 $(0,\pi)$ 上单调递减，

所以 $g(2)>g(3)$ ，即 $\frac{\sin 2}{2}>\frac{\sin 3}{3}$ ，

即 $\sin 3<\frac{3\sin 2}{2}=$ $3\sin 1\cos 1$ ，故 *C* 正确，*D* 错误，

故选： $BC$.

12.【答案】*ACD*

【解析】【分析】

本题考查异面直线所成的角，空间几何体的截面问题，立体几何中与动点轨迹有关的题目，归根到底还是对点线面关系的认知，其中更多涉及了平行和垂直的一些证明方法，在此类问题中要么很容易的看出动点符合什么样的轨迹（定义），要么通过计算（建系）求出具体的轨迹表达式，和解析几何中的轨迹问题并没有太大区别，所求的轨迹一般有四种，即线段型，平面型，二次曲线型，球型.

对 *A*，根据 *AC* 的平行线确定直线 $BC_1$ 与直线 *AC* 夹角即可；

对 *B*，根据面面平行的性质，作出平面 $BC_1E$ 截正方体所得截面并求其面积即可；

对 *C*，由题意 $D_1F=4$ ，动点 *F* 的轨迹为以 $D_1$ 为圆心的四分之一圆弧 $\overset{\frown}{A_1C_1}$，再根据弧长公式求解即可；

对 *D*，先判断过 *A* 且平行于平面 $BC_1E$ 的平面截正方体的面，再分析 *F* 的轨迹即可.

【解答】

解: 对 *A*，连接 $A_1C_1,A_1B,BC_1,AC$ ，可得正 $\triangle A_1BC_1$ ，根据正方体的性质， $A_1C_1//AC$ ，故直线 $BC_1$ 与直线 *AC* 夹角为直线 $BC_1$ 与直线 $A_1C_1$ 的夹角为 $60^\circ$ ，故 *A* 正确；