

四川电子科大实验中学 2024 年高三高考模拟考试（二）数学试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

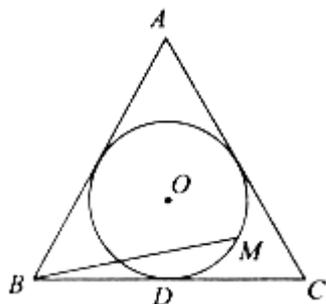
1. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的实轴长为 2，离心率为 2， F_1 、 F_2 分别为双曲线 C 的左、右焦点，点 P

在双曲线 C 上运动，若 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形，则 $|PF_1| + |PF_2|$ 的取值范围是 ()

- A. $(2\sqrt{7}, 8)$ B. $(2\sqrt{5}, 7)$ C. $(2\sqrt{5}, 8)$ D. $(2\sqrt{7}, 7)$

2. 如图，圆 O 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边三角形 ABC 的内切圆，其与 BC 边相切于点 D ，点 M 为圆上任意一点，

$\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BA} + y\overrightarrow{BD} (x, y \in \mathbf{R})$ ，则 $2x + y$ 的最大值为 ()



- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$

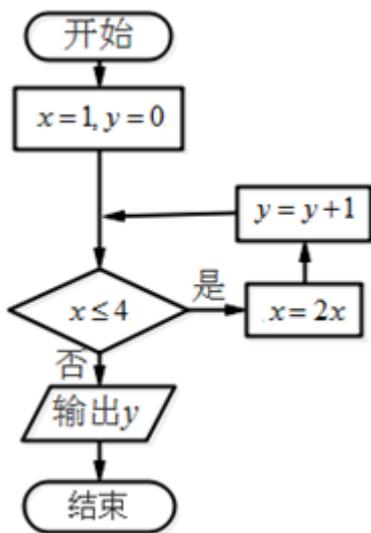
3. 中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”。“礼”，主要指德育；“乐”，主要指美育；“射”和“御”，就是体育和劳动；“书”，指各种历史文化知识；“数”，数学。某校国学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下要求：“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻，则“六艺”课程讲座不同的排课顺序共有 () 种。

- A. 408 B. 120 C. 156 D. 240

4. 已知函数 $f(x) = \log_a(|x-2| - a) (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$ ，则“ $f(x)$ 在 $(3, +\infty)$ 上是单调函数”是“ $0 < a < 1$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

5. 如图是一个算法流程图，则输出的结果是 ()



- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

6. 设抛物线 $y^2 = 4x$ 上一点 P 到 y 轴的距离为 d_1 ，到直线 $l: 3x + 4y + 12 = 0$ 的距离为 d_2 ，则 $d_1 + d_2$ 的最小值为 ()

- A. 2 B. $\frac{15}{3}$ C. $\frac{16}{3}$ D. 3

7. 已知 α 为锐角，且 $\sqrt{3} \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$ ，则 $\cos 2\alpha$ 等于 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. $-\frac{4}{9}$

8. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\}$ ， $N = \{x | y = \sqrt{x - a}\}$ 若 $M \cap N = M$ ，则实数 a 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$ C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$

9. 若直线 $y = kx - 2$ 与曲线 $y = 1 + 3 \ln x$ 相切，则 $k =$ ()

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

10. 已知 x, y 满足条件 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ y \leq x \\ 2x + y + k \leq 0 \end{cases}$ (k 为常数)，若目标函数 $z = 3x + y$ 的最大值为 9，则 $k =$ ()

- A. -16 B. -6 C. $-\frac{27}{4}$ D. $\frac{27}{4}$

11. 羽毛球混合双打比赛每队由一男一女两名运动员组成. 某班级从 3 名男生 A_1, A_2, A_3 和 3 名女生 B_1, B_2, B_3 中各随机选出两名，把选出的 4 人随机分成两队进行羽毛球混合双打比赛，则 A_1 和 B_1 两人组成一队参加比赛的概率为 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{4}{9}$

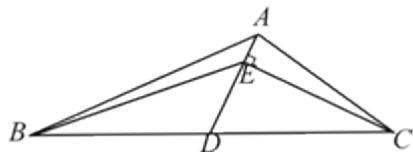
12. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2， $\angle ABC = 60^\circ$ ，则 $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{CD} =$ ()

- A. 4 B. 6 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知向量 $\vec{a} = (2, -6)$, $\vec{b} = (3, m)$, 若 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$, 则 $m =$ _____.

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB = 3$, $AC = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, D 为边 BC 的中点. 若 $CE \perp AD$, 垂足为 E , 则 $\vec{EB} \cdot \vec{EC}$ 的值为_____.



15. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, PAB 是边长为 $2\sqrt{3}$ 的正三角形, $ABCD$ 为矩形, $AD = 2$, $PC = PD = \sqrt{22}$. 若四棱锥 $P-ABCD$ 的顶点均在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为_____.

16. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的下顶点为 A , 若直线 $x = ty + 4$ 与椭圆交于不同的两点 M 、 N , 则当 $t =$ _____ 时,

$\triangle AMN$ 外心的横坐标最大.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 M 在椭圆 C 上且

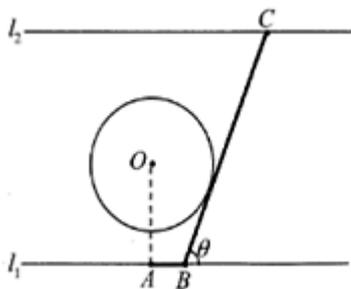
$MF_2 \perp x$ 轴, 直线 MF_1 交 y 轴于 H 点, $OH = \frac{\sqrt{2}}{4}$, 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过 F_1 的直线 l 交椭圆 C 于 A, B 两点, 且满足 $|\vec{OA} + 2\vec{OB}| = |\vec{BA} - \vec{OB}|$, 求 $\triangle ABO$ 的面积.

18. (12 分) 如图为某大江的一段支流, 岸线 l_1 与 l_2 近似满足 $l_1 \parallel l_2$, 宽度为 7km . 圆 O 为江中的一个半径为 2km 的小岛, 小镇 A 位于岸线 l_1 上, 且满足岸线 $l_1 \perp OA$, $OA = 3\text{km}$. 现计划建造一条自小镇 A 经小岛 O 至对岸 l_2 的水上通道 ABC (图中粗线部分折线段, B 在 A 右侧), 为保护小岛, BC 段设计成与圆 O 相切. 设

$\angle ABC = \pi - \theta \left(0 < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$.

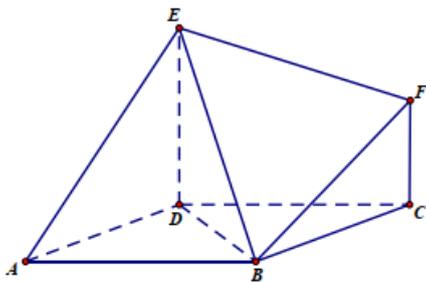


- (1) 试将通道 ABC 的长 L 表示成 θ 的函数，并指出定义域；
 (2) 若建造通道的费用是每公里 100 万元，则建造此通道最少需要多少万元？

19. (12 分) 设函数 $f(x) = x^2 - 4x \sin x - 4 \cos x$.

- (1) 讨论函数 $f(x)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 上的单调性；
 (2) 证明：函数 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上有且仅有两个零点.

20. (12 分) 如图，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的菱形， $\angle BAD = 60^\circ$ ， $DE \perp$ 平面 $ABCD$ ， $CF \parallel DE$ ， $DE = 2CF$ ， BE 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° .



- (1) 求证：平面 $BEF \perp$ 平面 BDE ；
 (2) 求二面角 $B-EF-D$ 的余弦值.

21. (12 分) 已知 $f(x) = x^3 + 3ax^2 + bx + a^2$ ($a > 1$) 的图象在 $x = -1$ 处的切线方程为 $y = 0$.

- (1) 求常数 a, b 的值；
 (2) 若方程 $f(x) = c$ 在区间 $[-4, 1]$ 上有两个不同的实根，求实数 c 的值.

22. (10 分) 设 $a \in \mathbb{R}$ ，函数 $f(x) = x^2 e^{1-x} - a(x-1)$.

- (1) 当 $a = 1$ 时，求 $f(x)$ 在 $(\frac{3}{4}, 2)$ 内的极值；
 (2) 设函数 $g(x) = f(x) + a(x-1 - e^{1-x})$ ，当 $g(x)$ 有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) 时，总有 $x_2 g(x_1) \leq \lambda f'(x_1)$ ，求实数 λ 的值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由已知先确定出双曲线方程为 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ ，再分别找到 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形的两种情况，最后再结合

$|PF_1| - |PF_2| = 2$ 即可解决。

【详解】

由已知可得 $2a = 2$ ， $\frac{c}{a} = 2$ ，所以 $a = 1, c = 2, b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{3}$ ，从而双曲线方程为

$x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ ，不妨设点 P 在双曲线 C 右支上运动，则 $|PF_1| - |PF_2| = 2$ ，当 $|PF_1| \perp |PF_2|$ 时，

此时 $|PF_1|^2 + |PF_2|^2 = 16 = (|PF_1| - |PF_2|)^2 + 2|PF_1||PF_2|$ ，所以 $|PF_1||PF_2| = 6$ ，

$(|PF_1| + |PF_2|)^2 = |PF_1|^2 + |PF_2|^2 + 2|PF_1||PF_2| = 28$ ，所以 $|PF_1| + |PF_2| = 2\sqrt{7}$ ；

当 $|PF_2| \perp x$ 轴时， $|PF_1|^2 = |PF_2|^2 + 16$ ，所以 $|PF_1| + |PF_2| = \frac{16}{2} = 8$ ，又 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三

角形，所以 $|PF_1| + |PF_2| \in (2\sqrt{7}, 8)$ 。

故选：A.

【点睛】

本题考查双曲线的性质及其应用，本题的关键是找到 $\triangle F_1PF_2$ 为锐角三角形的临界情况，即 $\triangle F_1PF_2$ 为直角三角形，是一道中档题。

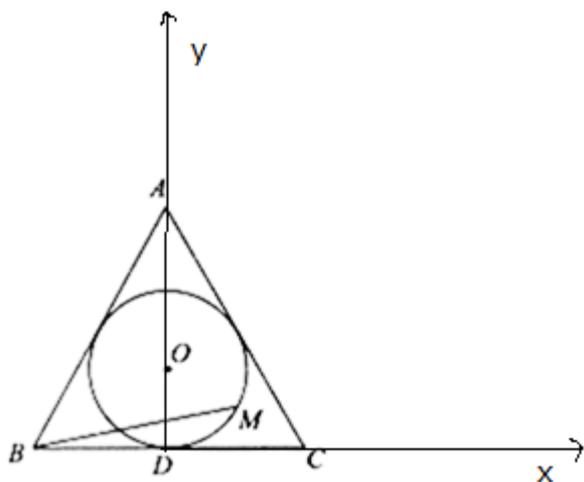
2、C

【解析】

建立坐标系，写出相应的点坐标，得到 $2x + y$ 的表达式，进而得到最大值。

【详解】

以 D 点为原点，BC 所在直线为 x 轴，AD 所在直线为 y 轴，建立坐标系，



设内切圆的半径为 1，以 $(0, 1)$ 为圆心，1 为半径的圆；

根据三角形面积公式得到 $\frac{1}{2} \times l_{\text{周长}} \times r = S = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin 60^\circ$ ，

可得到内切圆的半径为 1；

可得到点的坐标为： $B(-\sqrt{3}, 0), C(\sqrt{3}, 0), A(0, 3), D(0, 0), M(\cos \theta, 1 + \sin \theta)$

$$\vec{BM} = (\cos \theta + \sqrt{3}, 1 + \sin \theta), \vec{BA} = (\sqrt{3}, 3), \vec{BD} = (\sqrt{3}, 0)$$

$$\text{故得到 } \vec{BM} = (\cos \theta + \sqrt{3}, 1 + \sin \theta) = (\sqrt{3}x + \sqrt{3}y, 3x)$$

$$\text{故得到 } \cos \theta = \sqrt{3}x + \sqrt{3}y - \sqrt{3}, \sin \theta = 3x - 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + \sin \theta}{3} \\ y = \frac{\cos \theta}{\sqrt{3}} - \frac{\sin \theta}{3} + \frac{2}{3} \end{cases}, \quad 2x + y = \frac{\cos \theta}{\sqrt{3}} + \frac{\sin \theta}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \sin(\theta + \varphi) + \frac{4}{3} \leq 2.$$

故最大值为：2.

故答案为 C.

【点睛】

这个题目考查了向量标化的应用，以及参数方程的应用，以向量为载体求相关变量的取值范围，是向量与函数、不等式、三角函数等相结合的一类综合问题.通过向量的运算，将问题转化为解不等式或求函数值域，是解决这类问题的一般方法.

3、A

【解析】

利用间接法求解，首先对 6 门课程全排列，减去“乐”排在第一节的情况，再减去“射”和“御”两门课程相邻的情况，最后还需加上“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻的情况；

【详解】

解：根据题意，首先不做任何考虑直接全排列则有 $A_6^6 = 720$ （种），

当“乐”排在第一节有 $A_5^5 = 120$ （种），

当“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2 A_5^5 = 240$ （种），

当“乐”排在第一节，且“射”和“御”两门课程相邻时有 $A_2^2 A_4^4 = 48$ （种），

则满足“乐”不排在第一节，“射”和“御”两门课程不相邻的排法有 $720 - 120 - 240 + 48 = 408$ （种），

故选：A.

【点睛】

本题考查排列、组合的应用，注意“乐”的排列对“射”和“御”两门课程相邻的影响，属于中档题.

4、C

【解析】

先求出复合函数 $f(x)$ 在 $(3, +\infty)$ 上是单调函数的充要条件，再看其与 $0 < a < 1$ 的包含关系，利用集合间包含关系与充要条件之间的关系，判断正确答案.

【详解】

$$f(x) = \log_a(|x-2|-a) (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1),$$

$$\text{由 } |x-2|-a > 0 \text{ 得 } x < 2-a \text{ 或 } x > 2+a,$$

$$\text{即 } f(x) \text{ 的定义域为 } \{x | x < 2-a \text{ 或 } x > 2+a\}, (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$$

$$\text{令 } t = |x-2|-a, \text{ 其在 } (-\infty, 2-a) \text{ 单调递减, } (2+a, +\infty) \text{ 单调递增,}$$

$$f(x) \text{ 在 } (3, +\infty) \text{ 上是单调函数, 其充要条件为 } \begin{cases} 2+a \leq 3 \\ a > 0 \\ a \neq 1 \end{cases}$$

$$\text{即 } 0 < a < 1.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查了复合函数的单调性的判断问题，充要条件的判断，属于基础题.

5、A

【解析】

执行程序框图，逐次计算，根据判断条件终止循环，即可求解，得到答案.

【详解】

由题意，执行上述的程序框图：

第 1 次循环：满足判断条件， $x=2, y=1$ ；

第 2 次循环：满足判断条件， $x=4, y=2$ ；

第 3 次循环：满足判断条件， $x=8, y=3$ ；

不满足判断条件，输出计算结果 $y=3$ ，

故选 A.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的结果的计算与输出，其中解答中执行程序框图，逐次计算，根据判断条件终止循环是解答的关键，着重考查了运算与求解能力，属于基础题.

6、A

【解析】

分析：题设的直线与抛物线是相离的， d_1+d_2 可以化成 d_1+1+d_2-1 ，其中 d_1+1 是点 P 到准线的距离，也就是 P 到焦点的距离，这样我们从几何意义得到 d_1+1+d_2 的最小值，从而得到 d_1+d_2 的最小值.

详解：由 $\begin{cases} y^2 = 4x \\ 3x + 4y + 12 = 0 \end{cases}$ ① 得到 $3y^2 + 16y + 48 = 0$ ， $\Delta = 256 - 12 \times 48 < 0$ ，故①无解，

所以直线 $3x + 4y + 12 = 0$ 与抛物线是相离的.

由 $d_1 + d_2 = d_1 + 1 + d_2 - 1$ ，

而 $d_1 + 1$ 为 P 到准线 $x = -1$ 的距离，故 $d_1 + 1$ 为 P 到焦点 $F(1, 0)$ 的距离，

从而 $d_1 + 1 + d_2$ 的最小值为 F 到直线 $3x + 4y + 12 = 0$ 的距离 $\frac{|1 \times 3 + 0 \times 4 + 12|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$ ，

故 $d_1 + d_2$ 的最小值为 2，故选 A.

点睛：抛物线中与线段的长度相关的最值问题，可利用抛物线的几何性质把动线段的长度转化为到准线或焦点的距离来求解.

7、C

【解析】

由 $\sqrt{3} \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$ 可得 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，再利用 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ 计算即可.

【详解】

因为 $2\sqrt{3}\sin\alpha\cos\alpha = 2\sin\alpha$, $\sin\alpha \neq 0$, 所以 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

所以 $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = \frac{2}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$.

故选: C.

【点睛】

本题考查二倍角公式的应用, 考查学生对三角函数式化简求值公式的灵活运用能力, 属于基础题.

8、A

【解析】

解一元二次不等式化简集合 M 的表示, 求解函数 $y = \sqrt{x-a}$ 的定义域化简集合 N 的表示, 根据 $M \cap N = M$ 可以得到集合 M 、 N 之间的关系, 结合数轴进行求解即可.

【详解】

$$M = \{x | x^2 - 3x + 2 \leq 0\} = \{x | 1 \leq x \leq 2\}, \quad N = \{x | y = \sqrt{x-a}\} = \{x | x \geq a\}.$$

因为 $M \cap N = M$, 所以有 $M \subseteq N$, 因此有 $a \leq 1$.

故选: A

【点睛】

本题考查了已知集合运算的结果求参数取值范围问题, 考查了解一元二次不等式, 考查了函数的定义域, 考查了数学运算能力.

9、A

【解析】

设切点为 $(x_0, kx_0 - 2)$, 对 $y = 1 + 3\ln x$ 求导, 得到 $y' = \frac{3}{x}$, 从而得到切线的斜率 $k = \frac{3}{x_0}$, 结合直线方程的点斜式化简

得切线方程, 联立方程组, 求得结果.

【详解】

设切点为 $(x_0, kx_0 - 2)$,

$$\because y' = \frac{3}{x}, \therefore \begin{cases} \frac{3}{x_0} = k \text{ ①,} \\ kx_0 - 2 = 1 + 3\ln x_0 \text{ ②,} \end{cases}$$

由①得 $kx_0 = 3$,

代入②得 $1 + 3\ln x_0 = 1$,

则 $x_0 = 1, k = 3,$

故选 A.

【点睛】

该题考查的是有关直线与曲线相切求参数的问题，涉及到的知识点有导数的几何意义，直线方程的点斜式，属于简单题目.

10、B

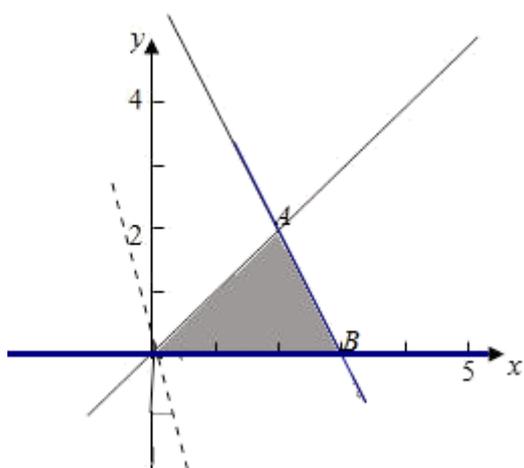
【解析】

由目标函数 $z = 3x + y$ 的最大值为 9，我们可以画出满足条件 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ y \leq x \\ 2x + y + k = 0 \end{cases}$ (k 为常数) 的可行域，根据目标函数的

解析式形式，分析取得最优解的点的坐标，然后根据分析列出一个含参数 k 的方程组，消参后即可得到 k 的取值.

【详解】

画出 x, y 满足的 $\begin{cases} x \geq 0, y \geq 0 \\ y \leq x \\ 2x + y + k = 0 \end{cases}$ (k 为常数) 可行域如下图:



由于目标函数 $z = 3x + y$ 的最大值为 9，

可得直线 $y = 0$ 与直线 $9 = 3x + y$ 的交点 $B(3, 0)$ ，

使目标函数 $z = x + 3y$ 取得最大值，

将 $x = 3, y = 0$ 代入 $2x + y + k = 0$ 得: $k = -6$.

故选: B .

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/475143312321012002>