

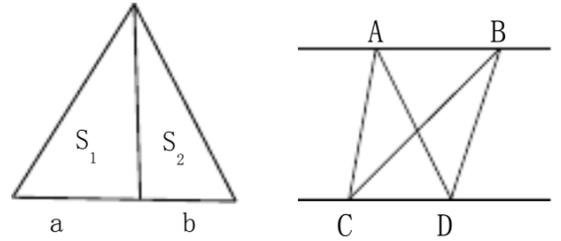
2014 西安市五大名校小升初奥数几何典型题汇集

知识点拨

: 熟练掌握五大面积模型等积, 鸟头, 蝶形, 相似 (含金字塔模型和沙漏模型), 共边 (含燕尾模型和风筝模型), 掌握五大面积模型的各种变形

一、等积模型

- ① 等底等高的两个三角形面积相等;
- ② 两个三角形高相等, 面积比等于它们的底之比;
- 两个三角形底相等, 面积比等于它们的高之比;



如右图 $S_1 : S_2 = a : b$

- ③ 夹在一组平行线之间的等积变形, 如右图 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}$;

反之, 如果 $S_{\triangle ACD} = S_{\triangle BCD}$, 则可知直线 AB 平行于 CD.

- ④ 等底等高的两个平行四边形面积相等 (长方形和正方形可以看作特殊的平行四边形);

- ⑤ 三角形面积等于与它等底等高的平行四边形面积的一半;

- ⑥ 两个平行四边形高相等, 面积比等于它们的底之比; 两个平行四边形底相等, 面积比等于它们的高之比.

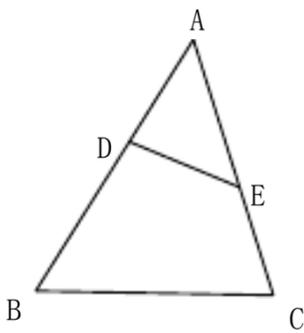
二、鸟头定理

两个三角形中有一个角相等或互补, 这两个三角形叫做共角三角形.

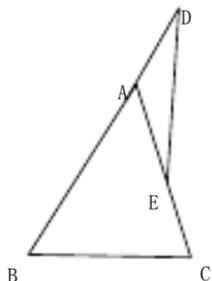
共角三角形的面积比等于对应角 (相等角或互补角) 两夹边的乘积之比.

如图在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 AB, AC 上的点如图 (1) (或 D 在 BA 的延长线上, E 在 AC 上),

则 $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle ADE} = (AB \cdot AC) : (AD \cdot AE)$



图(1)



图(2)

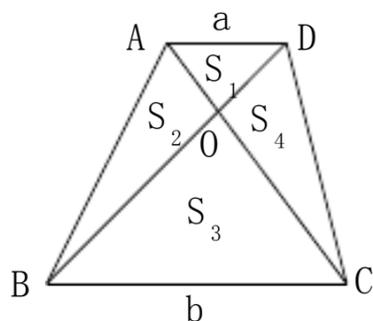
三、蝶形定理

任意四边形中的比例关系 (“蝶形定理”):

- ① $S_1 : S_2 = S_3 : S_4$ 或者 $S_1 \cdot S_3 = S_2 \cdot S_4$ ② $AO : OC = S_1 \cdot S_2 : S_3 \cdot S_4$

蝶形定理为我们提供了解决不规则四边形的面积问题的一个途径. 通过构造模型, 一方面可以使不规则四边形的面积关系与四边形内的三角形相联系; 另一方面, 也可以得到与面积对应的对角线的比例关系.

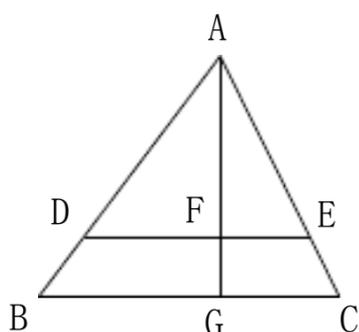
梯形中比例关系 (“梯形蝶形定理”):



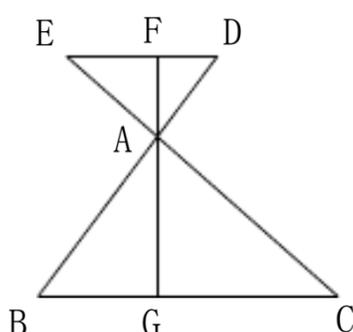
- ① $S_1 : S_3 = a^2 : b^2$
 ② $S_1 : S_3 : S_2 : S_4 = a^2 : b^2 : ab : ab$;
 ③ S_1 的对应份数为 $a^2 : b^2$.

四、相似模型

(一) 金字塔模型



(二) 沙漏模型



- ① $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{AF}{AG}$;
 ② $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = AF^2 : AG^2$.

所谓的相似三角形，就是形状相同，大小不同的三角形（只要其形状不改变，不论大小怎样改变它们都相似），与相似三角形相关的常用的性质及定理如下：

- (1) 相似三角形的一切对应线段的长度成比例，并且这个比例等于它们的相似比；
- (2) 相似三角形的面积比等于它们相似比的平方；
- (3) 连接三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线。

三角形中位线定理：三角形的中位线长等于它所对应的底边长的一半。

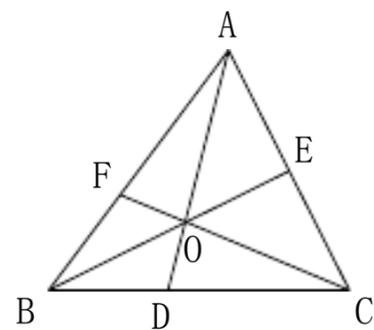
相似三角形模型，给我们提供了三角形之间的边与面积关系相互转化的工具。

在小学奥数里，出现最多的情况是因为两条平行线而出现的相似三角形。

五、共边定理（燕尾模型和风筝模型）

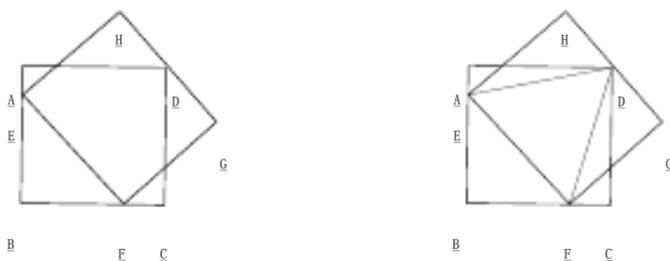
在三角形 ABC 中，AD，BE，CF 相交于同一点 O，那么

$S_{\triangle ABO} : S_{\triangle ACO} = BD : DC$ 上述定理给出了一个新的转化面积比与线段比的手段，因为 $\triangle ABO$ 和 $\triangle ACO$ 的形状很象燕子的尾巴，所以这个定理被称为燕尾定理。该定理在许多几何题目中都有着广泛的运用，它的特殊性在于，它可以存在于任何一个三角形之中，为三角形中的三角形面积对应底边之间提供互相联系的途径。



典型例题

【例 1】 如图，正方形 ABCD 的边长为 6，AE = 1.5，CF = 2. 长方形 EFGH 的面积为_____.

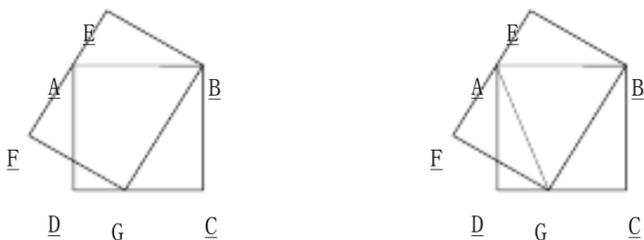


【解析】连接 DE，DF，则长方形 EFGH 的面积是三角形 DEF 面积的二倍。

三角形 DEF 的面积等于正方形的面积减去三个三角形的面积，

$S_{\triangle DEF} = 6 \times 6 - 1.5 \times 6 - 2 \times 2 - 6 \times 2 = 4.5 \times 4 = 16.5$ ，所以长方形 EFGH 面积为 33。

【巩固】如图所示，正方形 ABCD 的边长为 8 厘米，长方形 EBGF 的长 BG 为 10 厘米，那么长方形的宽为几厘米？

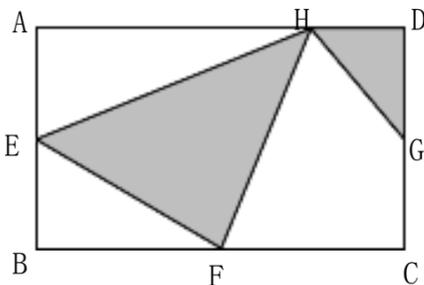


【解析】本题主要是让学生会运用等底等高的两个平行四边形面积相等(长方形和正方形可以看作特殊的平行四边形). 三角形面积等于与它等底等高的平行四边形面积的一半。

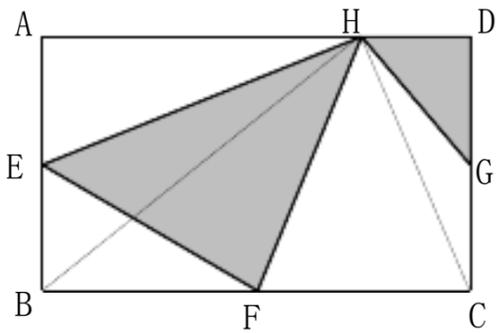
证明：连接 AG . (我们通过 $\triangle ABG$ 把这两个长方形和正方形联系在一起). \because 在正方形 ABCD 中， $S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} AB \cdot AB$ 边上的高， $\therefore S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$ (三角形面积等于与它等底等高的平行四边形面积的一半)同理， $S_{\triangle ABG} = \frac{1}{2} S_{EFG B}$. \square

\therefore 正方形 ABCD 与长方形 EFG B 面积相等. 长方形的宽 $8 \times 8 \div 10 = 6.4$ (厘米).

【例 2】长方形 ABCD 的面积为 36 cm^2 ，E、F、G 为各边中点，H 为 AD 边上任意一点，问阴影部分面积是多少？



【解析】解法一：寻找可利用的条件，连接 BH、HC，如下图：



得： $S_{\triangle EHB} = \frac{1}{2} S_{\triangle AHB}$ 、 $S_{\triangle FHB} = \frac{1}{2} S_{\triangle CHB}$ 、 $S_{\triangle DHG} = \frac{1}{2} S_{\triangle DHC}$ ，而

$$S_{ABCD} = S_{\triangle AHB} + S_{\triangle CHB} + S_{\triangle CHD} = 36$$

$$\text{即 } S_{\triangle EHB} + S_{\triangle BHF} + S_{\triangle DHG} = \frac{1}{2} (S_{\triangle AHB} + S_{\triangle CHB} + S_{\triangle CHD}) = \frac{1}{2} \times 36 = 18;$$

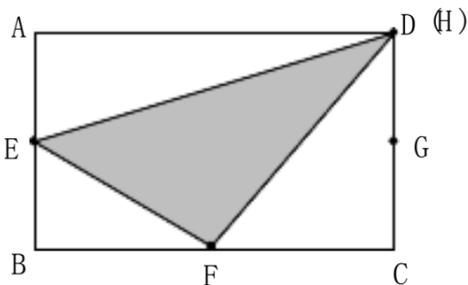
而

$$S_{\triangle EBF} = \frac{1}{2} BE \cdot BF = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} AB\right) \left(\frac{1}{2} BC\right) = \frac{1}{8} \times 36 = 4.5 \text{ 所以阴影部分的面积是：}$$

$$S_{\text{阴影}} = 18 - S_{\triangle EBF} = 18 - 4.5 = 13.5$$

解法二：特殊点法。找 H 的特殊点，把 H 点与 D 点重合，

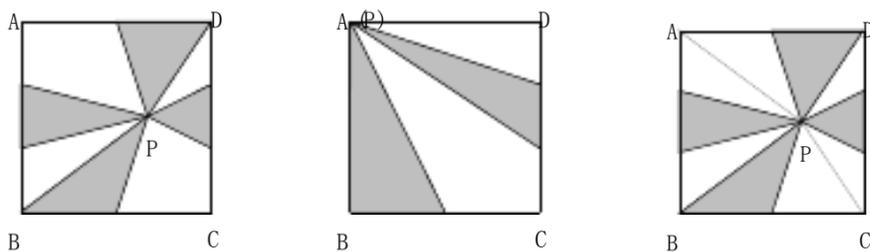
那么图形就可变成右图：



这样阴影部分的面积就是 $\triangle EDF$ 的面积，根据鸟头定理，则有：

$$S_{\text{阴影}} = S_{ABCD} - S_{\triangle AED} - S_{\triangle BEF} - S_{\triangle CFD} = 36 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 36 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 36 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 36 = 13.5.$$

【巩固】 在边长为 6 厘米的正方形 ABCD 内任取一点 P，将正方形的一组对边二等分，另一组对边三等分，分别与 P 点连接，求阴影部分面积。



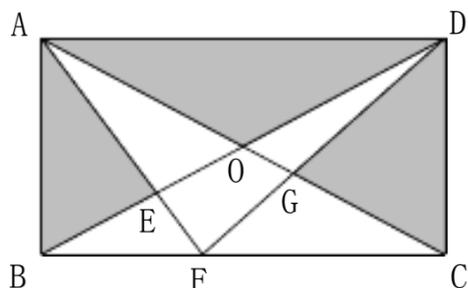
【解析】 (法 1) 特殊点法。由于 P 是正方形内部任意一点，可采用特殊点法，假设 P 点与 A 点重合，则阴影部分变为如上中图所示，图中的两个阴影三角形的面积分别占正方形面积的 $\frac{1}{4}$ 和 $\frac{1}{6}$ ，所以阴影部分的面积为 $6^2 \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 15$ 平方厘米。

(法 2) 连接 PA、PC。

由于 $\triangle PAD$ 与 $\triangle PBC$ 的面积之和等于正方形 ABCD 面积的一半，所以上、下两个阴

影三角形的面积之和等于正方形 ABCD 面积的 $\frac{1}{4}$ ，同理可知左、右两个阴影三角形的面积之和等于正方形 ABCD 面积的 $\frac{1}{6}$ ，所以阴影部分的面积为 $6^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 15$ 平方厘米。

【例 3】 如图所示，长方形 ABCD 内的阴影部分的面积之和为 70，AB = 8，AD = 15，四边形 EFGO 的面积为_____。



【解析】 利用图形中的包含关系可以先求出三角形 AOE、DOG 和四边形 EFGO 的面积之和，以及三角形 AOE 和 DOG 的面积之和，进而求出四边形 EFGO 的面积。

由于长方形 ABCD 的面积为 $15 \times 8 = 120$ ，所以三角形 BOC 的面积为 $120 \times \frac{1}{4} = 30$ ，所以

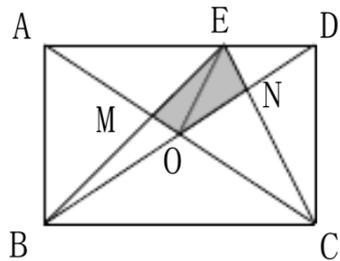
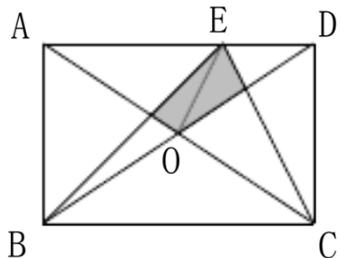
三角形 AOE 和 DOG 的面积之和为 $120 \times \frac{3}{4} - 70 = 20$ ；

又三角形 AOE、DOG 和四边形 EFGO 的面积之和为 $120 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \times 120 = 30$ ，所以四边形

EFGO 的面积为 $30 - 20 = 10$ 。

另解：从整体上来看，四边形 EFGO 的面积 = 三角形 AFC 面积 - 三角形 BFD 面积 - 白色部分的面积，而三角形 AFC 面积 - 三角形 BFD 面积为长方形面积的一半，即 60，白色部分的面积等于长方形面积减去阴影部分的面积，即 $120 - 70 = 50$ ，所以四边形的面积为 $60 - 50 = 10$ 。

【巩固】 如图，长方形 ABCD 的面积是 36，E 是 AD 的三等分点，AE = 2ED，则阴影部分的面积为_____。

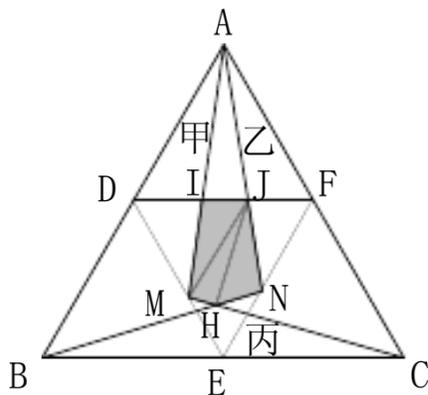


【解析】 如图，连接 OE。根据蝶形定理， $ON : ND = S_{COE} : S_{CDE} = \frac{1}{2} S_{CAE} : S_{CDE} = 1 : 1$ ，所

以 $S_{OEN} = \frac{1}{2} S_{OED}$ ； $OM : MA = S_{BOE} : S_{BAE} = \frac{1}{2} S_{BDE} : S_{BAE} = 1 : 4$ ，所以

$S_{OEM} = \frac{1}{5} S_{OEA}$. 又 $S_{OED} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} S_{\text{矩形}ABCD} = 3$, $S_{OEA} = 2S_{OED} = 6$, 所以阴影部分面积为: $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{5} = 2.7$.

【例 4】 已知 ABC 为等边三角形, 面积为 400, D 、 E 、 F 分别为三边的中点, 已知甲、乙、丙面积和为 143, 求阴影五边形的面积. (丙是三角形 HBC)

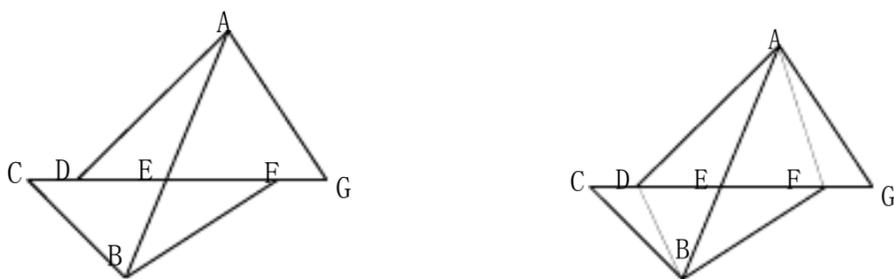


【解析】 因为 D 、 E 、 F 分别为三边的中点, 所以 DE 、 DF 、 EF 是三角形 ABC 的中位线, 也就与对应的边平行, 根据面积比例模型, 三角形 ABN 和三角形 AMC 的面积都等于三角形 ABC 的一半, 即为 200. 根据图形的容斥关系, 有

$$S_{ABC} = S_{\text{丙}} + S_{ABN} + S_{AMC} - S_{AMHN} = 400 - S_{\text{丙}} = 200 - S_{AMHN}, \text{ 所以}$$

$$S_{\text{丙}} = S_{AMHN}. \text{ 又 } S_{\text{阴影}} = S_{\text{甲}} + S_{\text{乙}} + S_{\text{丙}} + S_{ADF} = 143 + \frac{1}{4} \cdot 400 = 143.$$

【例 5】 如图, 已知 $CD = 5$, $DE = 7$, $EF = 15$, $FG = 6$, 线段 AB 将图形分成两部分, 左边部分面积是 38, 右边部分面积是 65, 那么三角形 ADG 的面积是_____.



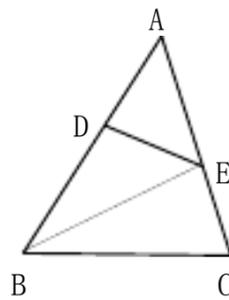
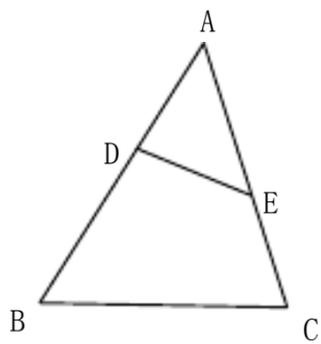
【解析】 连接 AF , BD . 根据题意可知, $CF = 5 + 7 + 15 = 27$; $DG = 7 + 15 + 6 = 28$;

$$\text{所以, } S_{BEF} = \frac{15}{27} S_{CBF}, S_{BEC} = \frac{12}{27} S_{CBF}, S_{AEG} = \frac{21}{28} S_{ADG}, S_{AED} = \frac{7}{28} S_{ADG},$$

$$\text{于是: } \frac{21}{28} S_{ADG} + \frac{15}{27} S_{CBF} = 65; \frac{7}{28} S_{ADG} + \frac{12}{27} S_{CBF} = 38;$$

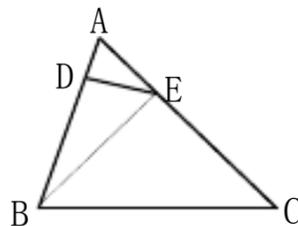
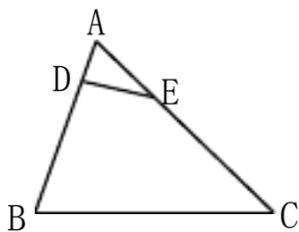
可得 $S_{ADG} = 40$. 故三角形 ADG 的面积是 40.

【例 6】 如图在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 上的点, 且 $AD : AB = 2 : 5$, $AE : AC = 4 : 7$, $S_{\triangle ADE} = 16$ 平方厘米, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



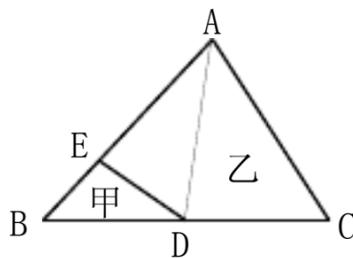
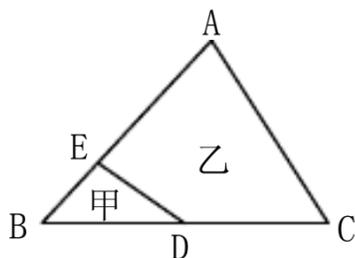
【解析】连接 BE， $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABE} = AD : AB = 2 : 5 = (2+4) : (5+4)$ ，
 $S_{\triangle ABE} : S_{\triangle ABC} = AE : AC = 4 : 7 = (4+5) : (7+5)$ ，所以 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = (2+4) : (7+5)$ ，设
 $S_{\triangle ADE} = 8$ 份，则 $S_{\triangle ABC} = 35$ 份， $S_{\triangle ADE} = 16$ 平方厘米，所以 1 份是 2 平方厘米，35 份
 就是 70 平方厘米， $\triangle ABC$ 的面积是 70 平方厘米。由此我们得到一个重要的定理，
 共角定理：共角三角形的面积比等于对应角（相等角或互补角）两夹边的乘积之
 比。

【巩固】如图，三角形 ABC 中，AB 是 AD 的 5 倍，AC 是 AE 的 3 倍，如果三角形 ADE 的
 面积等于 1，那么三角形 ABC 的面积是多少？



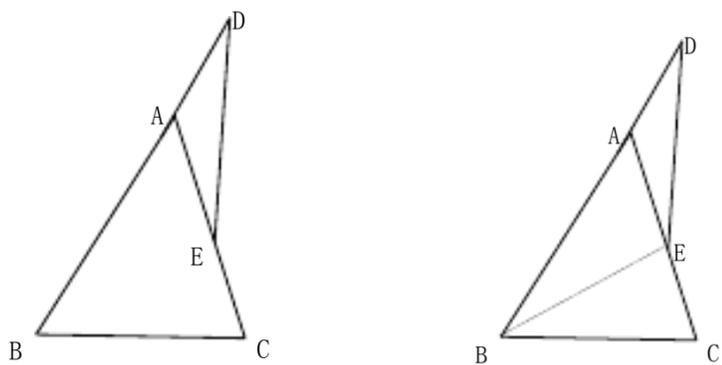
【解析】连接 BE。∵ $EC = 3AE$ ∴ $S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle ABE}$ 又 ∵ $AB = 5AD$
 $\therefore S_{\triangle ABE} = 5S_{\triangle ADE} = 5$ ∴ $S_{\triangle ABC} = 15$ ，∴ $S_{\triangle ABC} = 15S_{\triangle ADE} = 15$ 。

【巩固】如图，三角形 ABC 被分成了甲（阴影部分）、乙两部分， $BD = DC = 4$ ， $BE = 3$ ， $AE = 6$ ，
 乙部分面积是甲部分面积的几倍？



【解析】连接 AD。∵ $BE = 3$ ， $AE = 6$ ∴ $AB = 3BE$ ， $S_{\triangle ABD} = 3S_{\triangle BDE}$
 又 ∵ $BD = DC = 4$ ，∴ $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle ABD}$ ，∴ $S_{\triangle ABC} = 6S_{\triangle BDE}$ ， $S_{\triangle 乙} = 5S_{\triangle 甲}$ 。

【例 7】如图在 $\triangle ABC$ 中，D 在 BA 的延长线上，E 在 AC 上，且 $AB : AD = 5 : 2$ ，
 $AE : EC = 3 : 2$ ， $S_{\triangle ADE} = 12$ 平方厘米，求 $\triangle ABC$ 的面积。

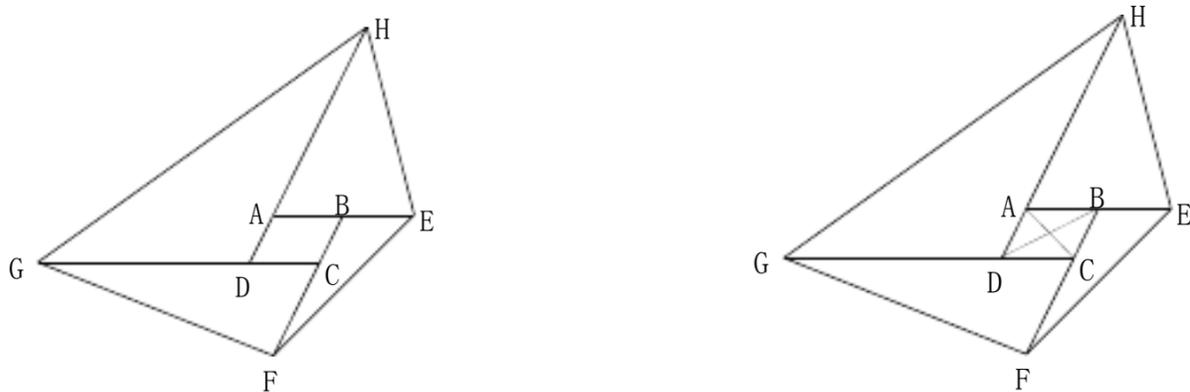


【解析】连接 BE， $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABE} = AD : AB = 2 : 5 = (2+3) : (5+3)$

$S_{\triangle ABE} : S_{\triangle ABC} = AE : AC = 3 : (3+2) = (3+5) : (3+2) = 5$ ，

所以 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = (3+2) : 5 = (3+2) : 6 : 25$ ，设 $S_{\triangle ADE}$ 为 6 份，则 $S_{\triangle ABC}$ 为 25 份， $S_{\triangle ABE}$ 为 12 平方厘米，所以 1 份是 2 平方厘米，25 份就是 50 平方厘米， $\triangle ABC$ 的面积是 50 平方厘米。由此我们得到一个重要的定理，共角定理：共角三角形的面积比等于对应角(相等角或互补角)两夹边的乘积之比

【例 8】如图，平行四边形 ABCD，BE = AB，CF = 2CB，GD = 3DC，HA = 4AD，平行四边形 ABCD 的面积是 2，求平行四边形 ABCD 与四边形 EFGH 的面积比。



【解析】连接 AC、BD。根据共角定理

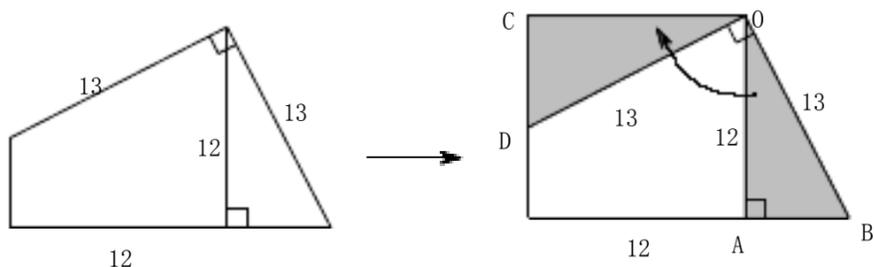
∵在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BFE$ 中， $\angle ABC$ 与 $\angle FBE$ 互补，

$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BFE}} = \frac{AB \cdot BC}{BE \cdot BF} = \frac{1 \cdot 1}{1 \cdot 3} = \frac{1}{3}$ 。又 $S_{\triangle ABC} = 1$ ，所以 $S_{\triangle BFE} = 3$ 。同理可得 $S_{\triangle GCF} = 8$ ， $S_{\triangle DHG} = 15$ ，

$S_{\triangle AEH} = 8$ 。所以 $S_{\text{四边形 EFGH}} = S_{\triangle AEH} + S_{\triangle CFG} + S_{\triangle DHG} + S_{\triangle BEF} + S_{\text{平行四边形 ABCD}} = 8 + 8 + 15 + 3 + 2 = 36$ 。

所以 $\frac{S_{\text{平行四边形 ABCD}}}{S_{\text{四边形 EFGH}}} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 。

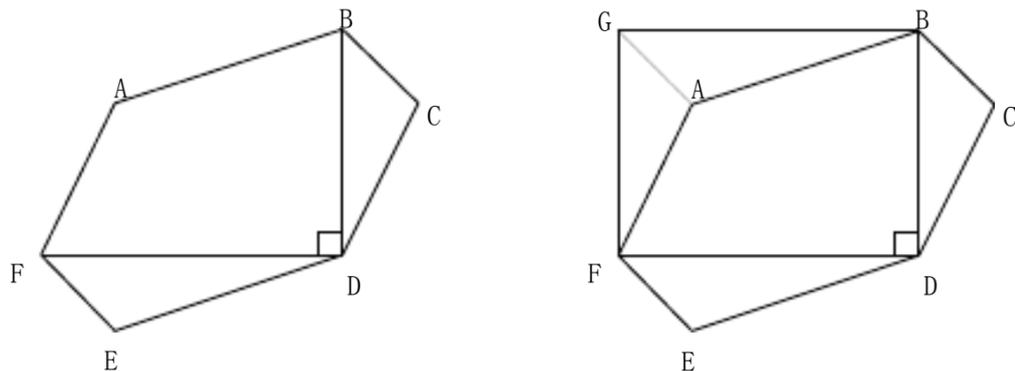
【例 9】如图所示的四边形的面积等于多少？



【解析】题目中要求的四边形既不是正方形也不是长方形，难以运用公式直接求面积。我们可以利用旋转的方法对图形实施变换：

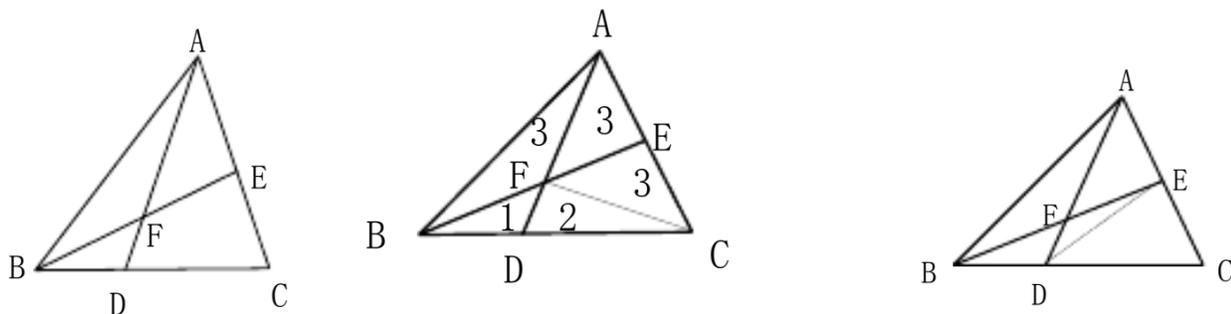
所以 $S_{\triangle OBE} = \frac{1}{2} S_{\triangle BDE} = 2.5 (\text{cm}^2)$.

【例 12】 如下图，六边形 ABCDEF 中，AB 平行于 ED，AF 平行于 CD，BC 平行于 EF，且有 AB 垂直于 ED，AF 垂直于 CD，BC 垂直于 EF，对角线 FD 垂直于 BD，已知 FD = 24 厘米，BD = 18 厘米，请问六边形 ABCDEF 的面积是多少平方厘米？



【解析】 如图，我们将 $\triangle BCD$ 平移使得 CD 与 AF 重合，将 $\triangle DEF$ 平移使得 ED 与 AB 重合，这样 EF、BC 都重合到图中的 AG 了。这样就组成了一个长方形 BGF D，它的面积与原六边形的面积相等，显然长方形 BGF D 的面积为 $24 \times 18 = 432$ 平方厘米，所以六边形 ABCDEF 的面积为 432 平方厘米。

【例 13】 如图，三角形 ABC 的面积是 1，E 是 AC 的中点，点 D 在 BC 上，且 BD : DC = 1 : 2，AD 与 BE 交于点 F。则四边形 DFEC 的面积等于_____。



【解析】 方法一：连接 CF，根据燕尾定理， $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle CBF}} = \frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$ ， $\frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ACF}} = \frac{AE}{EC} = 1$ ，

设 $S_{\triangle BDF} = 1$ 份，则 $S_{\triangle CDF} = 2$ 份， $S_{\triangle ABF} = 3$ 份， $S_{\triangle ACF} = 3$ 份， $S_{\triangle AEF} = 3$ 份， $S_{\triangle CEF} = 3$ 份，如图所标，所以 $S_{\text{四边形 DFEC}} = \frac{5}{12} S_{\triangle ABC} = \frac{5}{12}$

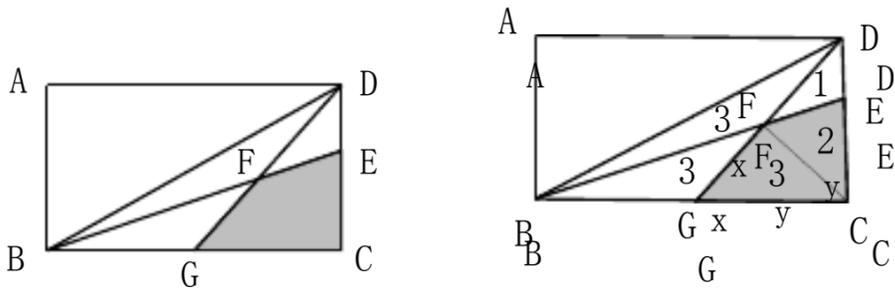
方法二：连接 DE，由题目条件可得到 $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}$ ，

$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}$ ，所以 $\frac{BF}{FE} = \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADE}} = 1$ ，

$S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle DEB} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{12}$ ，
 $S_{\triangle BEC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{6}$ ，
 $S_{\triangle CDE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ADC} = \frac{1}{3}$ ，

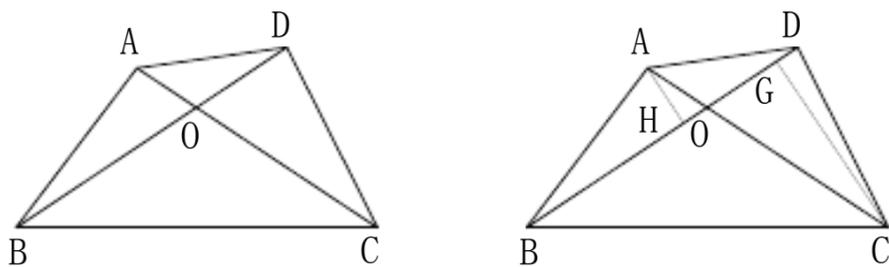
而 $S_{\text{四边形 DFEC}} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle CDE} - S_{\triangle DEF} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{5}{12}$ 。所以则四边形 DFEC 的面积等于 $\frac{5}{12}$ 。

【巩固】 如图，长方形 ABCD 的面积是 2 平方厘米， $EC = 2DE$ ，F 是 DG 的中点。阴影部分的面积是多少平方厘米？



【解析】 设 $S_{\triangle DEF} = 1$ 份，则根据燕尾定理其他面积如图所示 $S_{\text{阴影}} = \frac{5}{12} S_{\triangle BCD} = \frac{5}{12}$ 平方厘米。

【例 14】 四边形 ABCD 的对角线 AC 与 BD 交于点 O (如图所示). 如果三角形 ABD 的面积等于三角形 BCD 的面积的 $\frac{1}{3}$ ，且 $AO = 2$ ， $DO = 3$ ，那么 CO 的长度是 DO 的长度的 _____ 倍。



【解析】 在本题中，四边形 ABCD 为任意四边形，对于这种“不良四边形”，无外乎两种处理方法：(1)利用已知条件，向已有模型靠拢，从而快速解决；(2)通过画辅助线来改造不良四边形。看到题目中给出条件 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 1:3$ ，这可以向模型—蝶形定理靠拢，于是得出一种解法。又观察题目中给出的已知条件是面积的关系，转化为边的关系，可以得到第二种解法，但是第二种解法需要一个中介来改造这个“不良四边形”，于是可以作 AH 垂直 BD 于 H，CG 垂直 BD 于 G，面积比转化为高之比。再应用结论：三角形高相同，则面积之比等于底边之比，得出结果。请老师注意比较两种解法，使学生体会到蝶形定理的优势，从而主观上愿意掌握并使用蝶形定理解决问题。

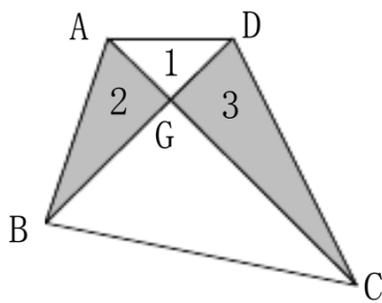
解法一：∵ $AO : OC = S_{\triangle ABD} : S_{\triangle BCD} = 1:3$ ，∴ $OC = 2 \times 3 = 6$ ，∴ $OC : OD = 6:3 = 2:1$ 。

解法二：作 AH 垂直 BD 于 H，CG 垂直 BD 于 G。

∵ $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD}$ ，∴ $AH = \frac{1}{3} CG$ ，∴ $S_{\triangle AOD} = \frac{1}{3} S_{\triangle DOC}$ ，

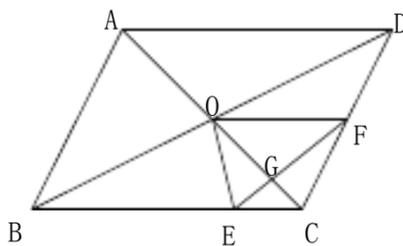
∴ $AO = \frac{1}{3} CO$ ，∴ $OC = 2 \times 3 = 6$ ，∴ $OC : OD = 6:3 = 2:1$ 。

【巩固】 如图，四边形被两条对角线分成 4 个三角形，其中三个三角形的面积已知，求：(1) 三角形 BGC 的面积；(2) $AG : GC = ?$



【解析】(1)根据蝶形定理, $S_{BGC} = 1 \cdot 2 \cdot 3$, 那么 $S_{BGC} = 6$;
 (2)根据蝶形定理, $AG : GC = 1 \cdot 2 : 3 \cdot 6 = 1 : 3$.

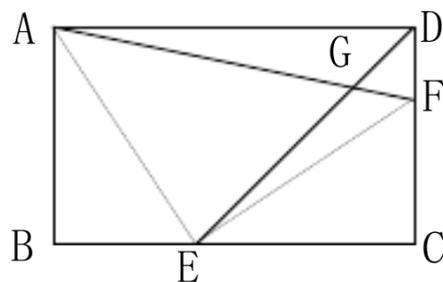
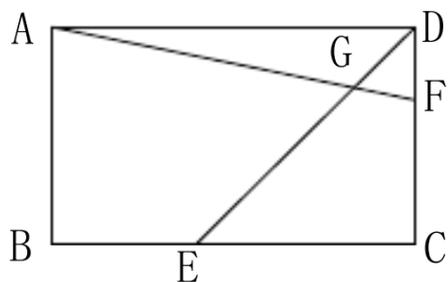
【例 15】如图, 平行四边形 ABCD 的对角线交于 O 点, $\triangle CEF$ 、 $\triangle OEF$ 、 $\triangle ODF$ 、 $\triangle BOE$ 的面积依次是 2、4、4 和 6. 求: (1)求 $\triangle OCF$ 的面积; (2)求 $\triangle GCE$ 的面积.



【解析】(1)根据题意可知, $\triangle BCD$ 的面积为 $2 + 4 + 4 + 6 = 16$, 那么 $\triangle BCO$ 和 $\triangle CDO$ 的面积都是 $16 \div 2 = 8$, 所以 $\triangle OCF$ 的面积为 $8 - 4 = 4$;

(2)由于 $\triangle BCO$ 的面积为 8, $\triangle BOE$ 的面积为 6, 所以 $\triangle OCE$ 的面积为 $8 - 6 = 2$, 蝶形定理, $EG : FG = S_{COE} : S_{COF} = 2 : 4 = 1 : 2$, 所以 $S_{GCE} : S_{GCF} = EG : FG = 1 : 2$, 那么 $S_{GCE} = \frac{1}{1+2} S_{COE} = \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{2}{3}$.

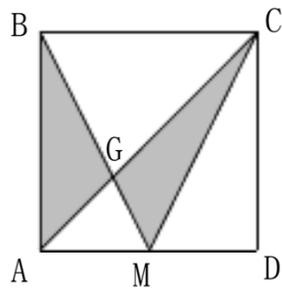
【例 16】如图, 长方形 ABCD 中, $BE : EC = 2 : 3$, $DF : FC = 1 : 2$, 三角形 DFG 的面积为 2 平方厘米, 求长方形 ABCD 的面积.



【解析】连接 AE, FE. 因为 $BE : EC = 2 : 3$, $DF : FC = 1 : 2$, 所以 $S_{DEF} = (\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}) S_{\text{长方形 ABCD}} = \frac{1}{10} S_{\text{长方形 ABCD}}$, $S_{AED} = \frac{1}{2} S_{\text{长方形 ABCD}}$, $AG : GF = \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = 5 : 1$, 所以 $S_{AGD} = 5 S_{GDF} = 10$ 平方厘米, 所以 $S_{AFD} = 12$ 平方厘米. 因为 $S_{AFD} = \frac{1}{6} S_{\text{长方形 ABCD}}$, 所以长方形 ABCD 的面积是 72 平方厘米.

【例 17】如图, 正方形 ABCD 面积为 3 平方厘米, M 是 AD 边上的中点. 求图中阴影部分

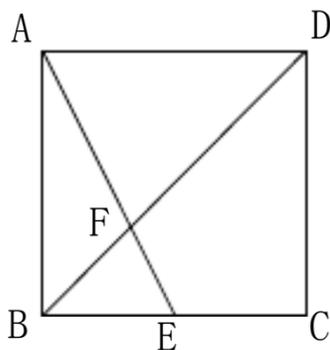
的面积.



【解析】因为 M 是 AD 边上的中点，所以 $AM : BC = 1 : 2$ ，根据梯形蝶形定理可以知道

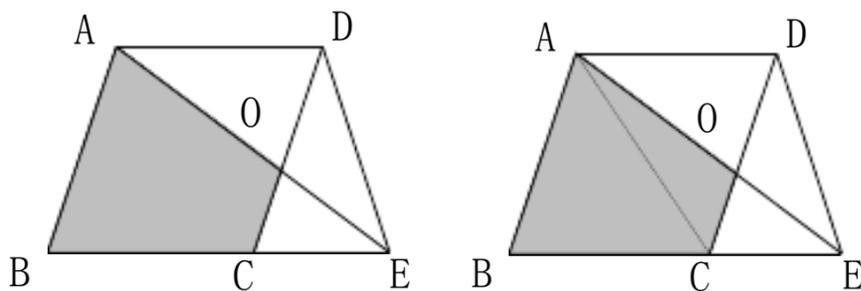
$S_{\triangle AMG} : S_{\triangle ABG} : S_{\triangle MCG} : S_{\triangle BCG} = 1^2 : (1+2) : (1+2) : 2^2 = 1 : 2 : 2 : 4$ ，设 $S_{\triangle AMG} = 1$ 份，则 $S_{\triangle MCD} = 3$ 份，所以正方形的面积为 $1+2+2+4+3=12$ 份， $S_{\text{阴影}} = 2+2=4$ 份，所以 $S_{\text{阴影}} : S_{\text{正方形}} = 4 : 12 = 1 : 3$ ，所以 $S_{\text{阴影}} = 4$ 平方厘米.

【巩固】在下图的正方形 ABCD 中，E 是 BC 边的中点，AE 与 BD 相交于 F 点，三角形 BEF 的面积为 1 平方厘米，那么正方形 ABCD 面积是_____平方厘米.



【解析】连接 DE，根据题意可知 $BE : AD = 1 : 2$ ，根据蝶形定理得 $S_{\text{梯形}} = (1+2)^2 = 9$ (平方厘米)， $S_{\triangle ECD} = 3$ (平方厘米)，那么 $S_{\text{ABCD}} = 12$ (平方厘米).

【例 18】已知 ABCD 是平行四边形， $BC : CE = 3 : 2$ ，三角形 ODE 的面积为 6 平方厘米。则阴影部分的面积是_____平方厘米.

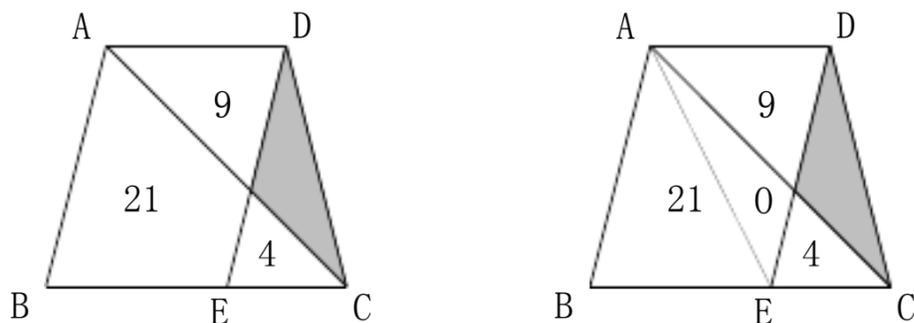


【解析】连接 AC .

由于 ABCD 是平行四边形， $BC : CE = 3 : 2$ ，所以 $CE : AD = 2 : 3$ ，

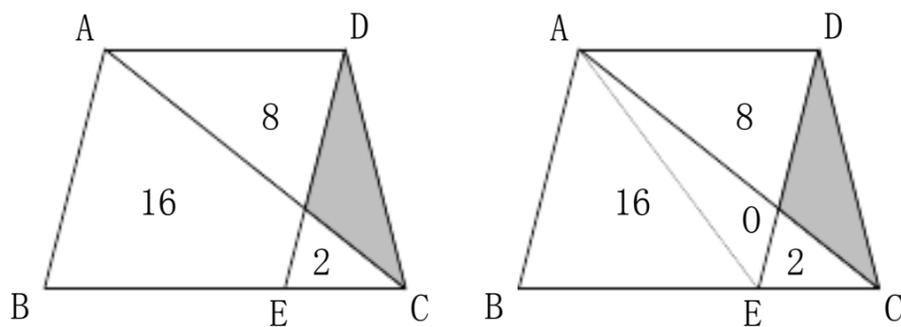
根据梯形蝶形定理， $S_{\triangle COE} : S_{\triangle AOC} : S_{\triangle DOE} : S_{\triangle AOD} = 2^2 : 2 \cdot 3 : 2 \cdot 3 : 3^2 = 4 : 6 : 6 : 9$ ，所以 $S_{\triangle AOC} = 6$ (平方厘米)， $S_{\triangle AOD} = 9$ (平方厘米)，又 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} = 6 + 9 = 15$ (平方厘米)，阴影部分面积为 $6 + 15 = 21$ (平方厘米).

【巩固】右图中 ABCD 是梯形，ABED 是平行四边形，已知三角形面积如图所示(单位：平方厘米)，阴影部分的面积是_____平方厘米。



【分析】连接 AE . 由于 AD 与 BC 是平行的，所以 AECD 也是梯形，那么 $S_{\triangle OCD} = S_{\triangle OAE}$.
 根据蝶形定理， $S_{\triangle OCD} \cdot S_{\triangle OAE} = S_{\triangle OCE} \cdot S_{\triangle OAD} = 4 \cdot 9 = 36$ ，故 $S_{\triangle OCD}^2 = 36$ ，
 所以 $S_{\triangle OCD} = 6$ (平方厘米)。

【巩固】右图中 ABCD 是梯形，ABED 是平行四边形，已知三角形面积如图所示(单位：平方厘米)，阴影部分的面积是_____平方厘米。



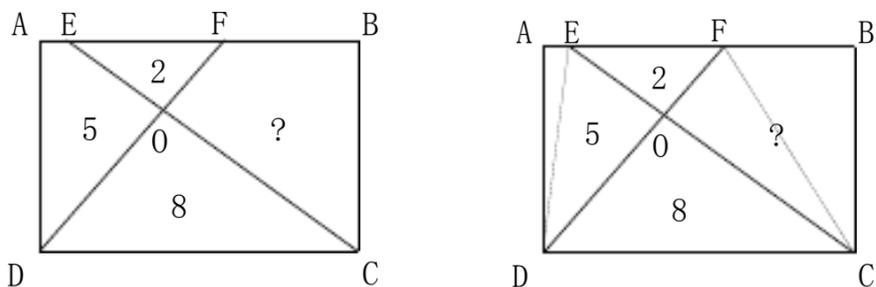
【解析】连接 AE . 由于 AD 与 BC 是平行的，所以 AECD 也是梯形，那么 $S_{\triangle OCD} = S_{\triangle OAE}$.
 根据蝶形定理， $S_{\triangle OCD} \cdot S_{\triangle OAE} = S_{\triangle OCE} \cdot S_{\triangle OAD} = 2 \cdot 8 = 16$ ，故 $S_{\triangle OCD}^2 = 16$ ，
 所以 $S_{\triangle OCD} = 4$ (平方厘米)。

另解：在平行四边形 ABED 中， $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\text{ABED}} = \frac{1}{2} \cdot 16 = 8$ (平方厘米)，

所以 $S_{\triangle AOE} = S_{\triangle ADE} - S_{\triangle AOD} = 8 - 4 = 4$ (平方厘米)，

根据蝶形定理，阴影部分的面积为 $8 - 2 - 4 = 2$ (平方厘米)。

【例 19】如图，长方形 ABCD 被 CE、DF 分成四块，已知其中 3 块的面积分别为 2、5、8 平方厘米，那么余下的四边形 OFBC 的面积为_____平方厘米。



【解析】连接 DE、CF . 四边形 EDCF 为梯形，所以 $S_{\triangle EOD} = S_{\triangle FOC}$ ，又根据蝶形定理，

$S_{\triangle EOD} \cdot S_{\triangle FOC} = S_{\triangle EOF} \cdot S_{\triangle COD} = 2 \cdot 8 = 16$ ，所以 $S_{\triangle EOD} = 4$ (平

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/476142033232011010>