版本要求

本课件需用office2010及以上版本打开，如果您的电脑是office2007及以下版本或者WPS软件，可能会出现不可编辑的文档。

乱码问题

如您在使用过程中遇到公式不显示或者乱码的情况，可能是因为您的电脑缺少字体，请登录网站www.canpointgz.cn/faq 下载。

联系我们

如您还有其他方面的问题，请登录网站www.canpointgz.cn/faq ，点击“常见问题”，或致电010-58818058。

全品学练考

高中数学

选择性必修第一册 RJA

第三章圆锥曲线的方程

录

CONTENTS

3.1 椭圆

3.1.2 椭圆的简单几何性质

第2课时直线与椭圆的位置关系

【学习目标】

1. 由直线与椭圆的方程，利用代数方法解决直线与椭圆位置关系的相关问题.

2. 能灵活运用椭圆的相关知识解决一些生活中的问题.

课 前 预 习

◆知识点一直线与椭圆的位置关系

直线y=kx +m 与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的位置关系的判断方法：

由$\begin{cases} y=kx+m, \\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$消去y，得到一个关于x 的一元二次方程.

直线与椭圆的位置关系、对应一元二次方程解的个数与△的取值的关系如下表所示：

位置关系	解的个数	△的取值
相交	2	△>0
相切	1	△=0
相离		△<0

课 前 预 习

【诊断分析】 判断正误.(请在括号中打“ √”或“×”)

(1)已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与点P(b,0),则过点P可作出该椭圆的一条切线.(×)

[解析]易知点P(b, 0)在椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的内部，因此过点P作不出椭圆的切线.

(2)直线y= k(x−a) 与椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的位置关系是相交.(√)

[解析]易知直线y=k(x-a) 恒过点(a,0), 此点为椭圆的右顶点，且直线斜率存在，故直线与椭圆相交.

课 前 预 习

◆知识点二直线与椭圆的相交问题

解决椭圆中点弦问题的方法:

(1)根与系数的关系法：联立直线方程和椭圆方程构成方程组，消去一个未知数，利用一元二次方程根与系数的关系以及中点坐标公式解决.

(2)点差法：利用弦的端点在椭圆上，坐标满足方程，将端点坐标分别代入椭圆方程，然后作差，构造出中点坐标和斜率的关系.

已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$上两点A($X_1$, y_1), B(x_2, y_2) ($x_2 \neq x_1$), AB 的中点为 o),则有$\begin{cases}\frac{x_1^2}{a^2}+\frac{y_1^2}{b^2}=1,\\ \frac{x_2^2}{a^2}+\frac{y_2^2}{b^2}=1,\end{cases}$两式相减得$\frac{x_2^2-x_1^2}{a^2}+\frac{y_2^2-y_1^2}{b^2}=0$,整理得

$\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_2+x_1}{y_2+y_1}=-\frac{b^2}{a^2}\cdot\frac{x_0}{y_0}$, 即直线AB 的斜率$k=-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$

课中探究

◆探究点一 直线与椭圆的位置关系

例1 对不同的实数m, 讨论直线y=x+m 与椭圆$\frac{x^2}{4}+y^2=1$的位置关系.

解： 由$\begin{cases} y=x+m, \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$消去y, 得$5x^2+8mx+4m^2-4=0$,

则$\triangle=(8m)^2-4\times5\times(4m^2-4)=16(5-m^2)$.

当$-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}$时，$\triangle>0$, 直线与椭圆相交;

当$m=-\sqrt{5}$或$m=\sqrt{5}$时，$\triangle=0$, 直线与椭圆相切;

当$m<-\sqrt{5}$或$m>\sqrt{5}$时，$\triangle<0$, 直线与椭圆相离.

课 中 探 究

变式（1） 若直线 $y=\frac{1}{2}kx+2$ 与椭圆 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$ 相切，则k的值是（ C ）

A.1 B.-1 C.±1 D.$\pm\frac{1}{3}$

[解析] 把 $y=\frac{1}{2}kx+2$ 代入 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$，得 $(1+k^2)x^2+8kx+8=0$，由题知 $\triangle=0$，所以 $k^2=1$，所以 $k=\pm1$.

课中探究

(2) 若直线y=kx+2 与焦点在x轴上的椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 恒有两个公共点，则实数b的取值范围是 (2, 4)

[解析] 直线y=kx+2 恒过定点(0, 2), 要使直线与椭圆恒有两个公共点, 则定点在椭圆内, $\therefore \frac{0}{16}+\frac{4}{b^2}<1$,又$b$>0, • b>2. ∴ 椭圆的焦点在x轴上, ∴b²<16 (2,4).

课 中 探 究

［素养小结］

1. 判断直线与椭圆的位置关系时，由直线方程与椭圆方程构成方程组，消去方程组中的一个变量，得到关于另一个变量的一元二次方程，则

$\triangle>0\Leftrightarrow$直线与椭圆相交；

$\triangle=0\Leftrightarrow$直线与椭圆相切；

$\triangle<0\Leftrightarrow$直线与椭圆相离.

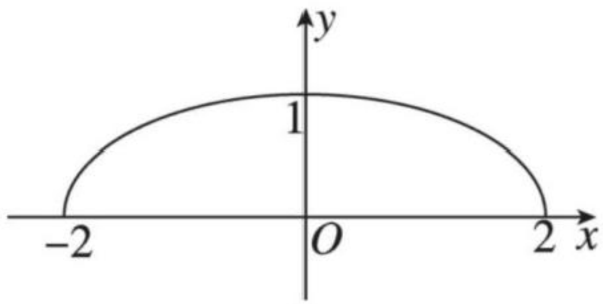
2. 除联立椭圆方程与直线方程由判别式符号判断它们的交点个数外，还可利用直线的某些特征，如过定点等，把“直线与椭圆的位置关系”转化为“点与椭圆的位置关系”判断.

课中探究

拓展曲线：$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$与直线y=2x+m 有且只有一个公共点，则实数m 的取值范围是 m= $\sqrt{17}$ 或－4≤m<4

[解]曲线$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$即为曲线$\frac{x^2}{4}+y^2=1(y\geq 0)$

它为如图所示的半个椭圆. 由$\begin{cases} y=2x+m \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$ 得



$17x^2+16mx+4m^2-4=0$. 若直线与椭圆相切，则

$\triangle=16(17-m^2)=0$， 解得$m=\pm\sqrt{17}$ 若直线过点(2, 0), 则m=-4; 若直线过点(−2, 0), 则m=4. 由图可知，若曲线$y=\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}$与直线y=2x+ m 有且只有一个公共点，则m=$\sqrt{17}$ 或－4 ≤m<4.

课中探究

◆探究点二中点弦问题

例2 已知点P(4,2)是直线l 被椭圆$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$所截得的弦的中点.

(1) 求直线l 的方程;

解：方法一：由题意可知直线l的斜率存在，设直线l的方程为y−2=k(x−4)，直线l与椭圆的两交点分别为$A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$，椭圆的方程可化为

$x^2+4y^2-36=0$.

将直线方程与椭圆方程联立，消去y 化简得

$(4k^2+1)x^2-8k(4k-2)x+4(4k-2)^2-36=0$，所以$x_1+x_2=\frac{8k(4k-2)}{4k^2+1}=8$

解得$k=-\frac{1}{2}$, 所以直线l的方程为$y-2=-\frac{1}{2}(x-4)$, 即$x+2y-8=0$.

课 中 探 究

方法二：设直线l与椭圆的交点为A (x_1, y_1), B (x_2, y_2),

则$x^2+4y\check{\imath}-36=0, x2+4y2-36=0$,

两式相减，得$(x_1+x_2)(x_1-x_2)+4(y_1+y_2)(y_1-y_2)=0$.

因为$x_1+x_2=8$, $y_1+y_2=4$,

所以$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=-\frac{1}{2}$, 即直线l的斜率$k=-\frac{1}{2}$, 所以直线l的方程为$y-2=-\frac{1}{2}(x-4)$,

即$x+2y-8=0$.

课中探究

(2)求直线l被椭圆截得的弦长.

解：由(1)可知直线l的方程为x+2y−8=0，与椭圆的方程联立，消去y得$x^2-8x+14=0$.

方法一：由$x^2-8x+14=0$，得$x=4+\sqrt{2}$或$x=4-\sqrt{2}$，则可得$\begin{cases}x=4+\sqrt{2},\\ y=2-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=4-\sqrt{2},\\ y=2+\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，所以直线l被椭圆截得的弦长为

$$\sqrt{[(4+\sqrt{2})-(4-\sqrt{2})]^2+[\left(2-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-\left(2+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)]^2}=\sqrt{10},$$

方法二：由根与系数的关系可得$x_1+x_2=8$，$x_1x_2=14$，所以直线l被椭圆截得的弦长为$\sqrt{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}\cdot|x_1-x_2|=\sqrt{1+\left(-\frac{1}{2}\right)^2}\times\sqrt{8^2-4\times14}=\sqrt{10}$.