

## 四川省自贡市初 2023 届毕业生学业考试

## 数学

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页，满分 150 分。

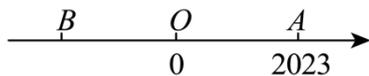
答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，答卷时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效，考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

## 第 I 卷 选择题（共 48 分）

注意事项：必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

一、选择题（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分，在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 如图，数轴上点  $A$  表示的数是 2023， $OA = OB$ ，则点  $B$  表示的数是（ ）

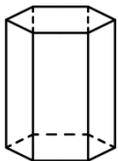


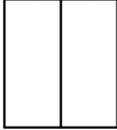
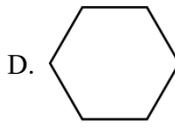
- A. 2023                      B. -2023                      C.  $\frac{1}{2023}$                       D.  $-\frac{1}{2023}$

2. 自贡恐龙博物馆今年“五一”期间接待游客约 110000 人。人数 110000 用科学记数法表示为（ ）

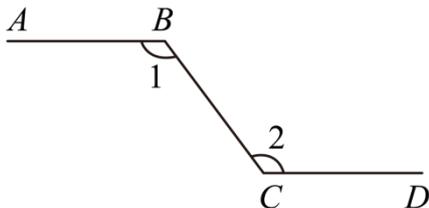
- A.  $1.1 \times 10^4$                       B.  $11 \times 10^4$                       C.  $1.1 \times 10^5$                       D.  $1.1 \times 10^6$

3. 如图中六棱柱的左视图是（ ）



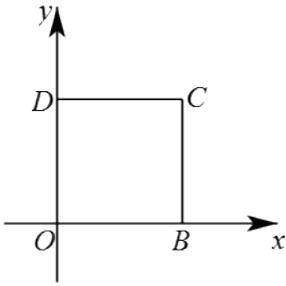
- A.                       B.                       C.                       D. 

4. 如图，某人沿路线  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  行走， $AB$  与  $CD$  方向相同， $\angle 1 = 128^\circ$ ，则  $\angle 2 =$ （ ）



- A.  $52^\circ$                       B.  $118^\circ$                       C.  $128^\circ$                       D.  $138^\circ$

5. 如图，边长为3的正方形  $OBCD$  两边与坐标轴正半轴重合，点  $C$  的坐标是 ( )



- A.  $(3,-3)$                       B.  $(-3,3)$                       C.  $(3,3)$                       D.  $(-3,-3)$

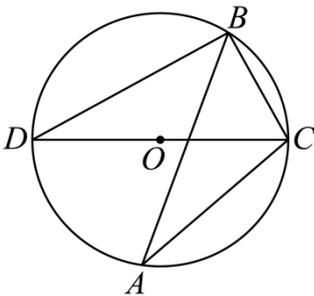
6. 下列交通标志图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ( )



7. 下列说法正确的是 ( )

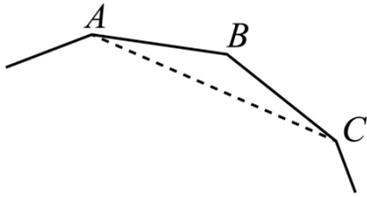
- A. 甲、乙两人 10 次测试成绩的方差分别是  $S_{甲}^2 = 4, S_{乙}^2 = 14$ ，则乙的成绩更稳定  
 B. 某奖券的中奖率为  $\frac{1}{100}$ ，买 100 张奖券，一定会中奖 1 次  
 C. 要了解神舟飞船零件质量情况，适合采用抽样调查  
 D.  $x = 3$  是不等式  $2(x-1) > 3$  的解，这是一个必然事件

8. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $CD$  是  $\odot O$  的直径，连接  $BD$ ， $\angle DCA = 41^\circ$ ，则  $\angle ABC$  的度数是 ( )



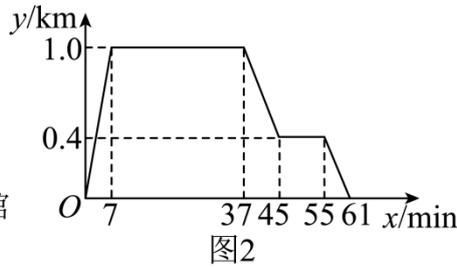
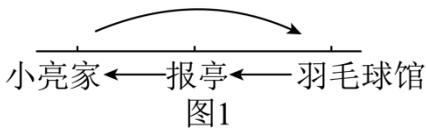
- A.  $41^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $49^\circ$                       D.  $59^\circ$

9. 第 29 届自贡国际恐龙灯会“辉煌新时代”主题灯组上有一幅不完整的正多边形图案，小华量得图中一边与对角线的夹角  $\angle ACB = 15^\circ$ ，算出这个正多边形的边数是 ( )



- A. 9                                      B. 10                                      C. 11                                      D. 12

10. 如图 1，小亮家、报亭、羽毛球馆在一条直线上。小亮从家跑步到羽毛球馆打羽毛球，再去报亭看报，最后散步回家。小亮离家距离  $y$  与时间  $x$  之间的关系如图 2 所示。下列结论错误的是 ( )

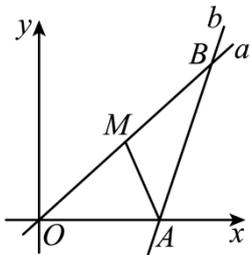


- A. 小亮从家到羽毛球馆用了 7 分钟                                      B. 小亮从羽毛球馆到报亭平均每分钟走 75 米  
C. 报亭到小亮家的距离是 400 米                                      D. 小亮打羽毛球的时间是 37 分钟

11. 经过  $A(2-3b, m), B(4b+c-1, m)$  两点的抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2c$  ( $x$  为自变量) 与  $x$  轴有交点，则线段  $AB$  长为 ( )

- A. 10                                      B. 12                                      C. 13                                      D. 15

12. 如图，分别经过原点  $O$  和点  $A(4,0)$  的动直线  $a, b$  夹角  $\angle OBA = 30^\circ$ ，点  $M$  是  $OB$  中点，连接  $AM$ ，则  $\sin \angle OAM$  的最大值是 ( )



- A.  $\frac{3+\sqrt{6}}{6}$                                       B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$                                       C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$                                       D.  $\frac{5}{6}$

第II卷 (非选择题 共 102 分)

注意事项：使用 0.5 毫米黑色逐水签字笔在答题卡上题目所指示区域内作答，作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描清楚，答在试题卷上无效。

二、填空题 (共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分)

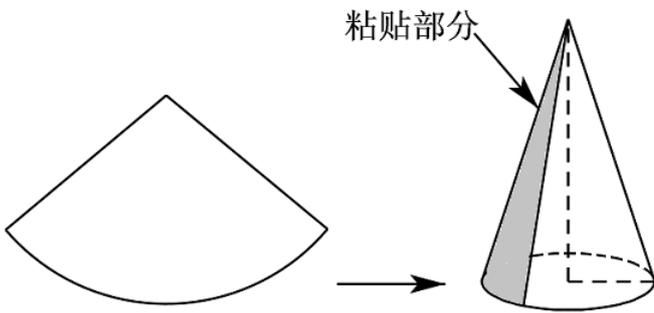
13. 计算:  $7a^2 - 4a^2 =$ \_\_\_\_\_.

14. 请写出一个比  $\sqrt{23}$  小的整数\_\_\_\_\_.

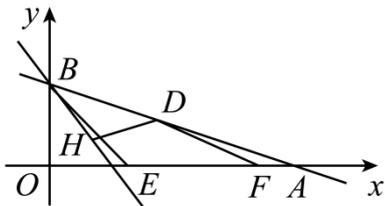
15. 化简  $\frac{x^2-1}{x+1} =$ \_\_\_\_\_.

16. 端午节早上, 小颖为全家人蒸了 2 个蛋黄粽, 3 个鲜肉粽, 她从中随机挑选了两个孝敬爷爷奶奶, 请问爷爷奶奶吃到同类粽子的概率是\_\_\_\_\_.

17. 如图, 小珍同学用半径为 8cm, 圆心角为  $100^\circ$  的扇形纸片, 制作一个底面半径为 2cm 的圆锥侧面, 则圆锥上粘贴部分的面积是\_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



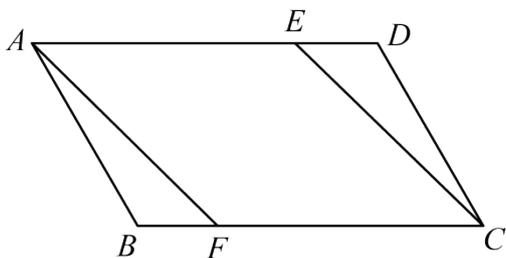
18. 如图, 直线  $y = -\frac{1}{3}x + 2$  与  $x$  轴,  $y$  轴分别交于  $A, B$  两点, 点  $D$  是线段  $AB$  上一动点, 点  $H$  是直线  $y = -\frac{4}{3}x + 2$  上的一动点, 动点  $E(m, 0), F(m+3, 0)$ , 连接  $BE, DF, HD$ . 当  $BE + DF$  取最小值时,  $3BH + 5DH$  的最小值是\_\_\_\_\_.



三、解答题 (共 8 个题, 共 78 分)

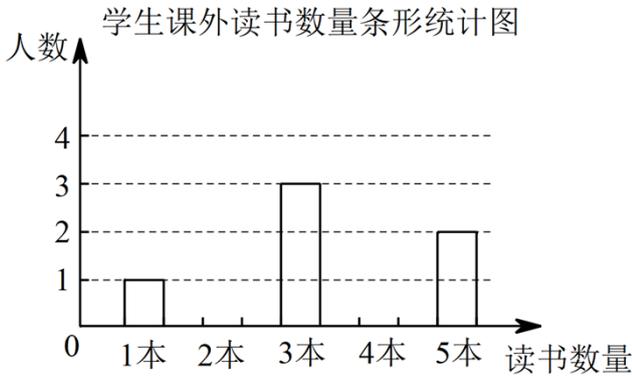
19. 计算:  $|-3| - (\sqrt{7} + 1)^0 - 2^2$ .

20. 如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 点  $E, F$  分别在边  $AD$  和  $BC$  上, 且  $BF = DE$ . 求证:  $AF = CE$ .



21. 某校组织七年级学生到江姐故里研学旅行，租用同型号客车 4 辆，还剩 30 人没有座位；租用 5 辆，还空 10 个座位．求该客车的载客量．

22. 某校为了解“世界读书日”主题活动开展情况，对本学期开学以来学生课外读书情况进行了随机抽样调查，所抽取的 12 名学生课外读书数量（单位：本）数据如下：2，4，5，4，3，5，3，4，1，3，2，4.

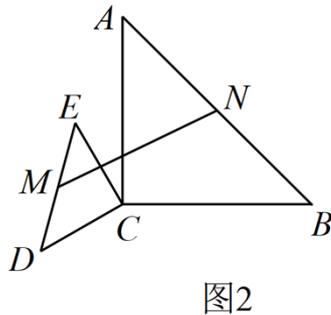
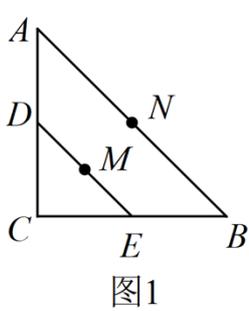


(1) 补全学生课外读书数量条形统计图；

(2) 请直接写出本次所抽取学生课外读书数量的众数、中位数和平均数；

(3) 该校有 600 名学生，请根据抽样调查的结果，估计本学期开学以来课外读书数量不少于 3 本的学生人数．

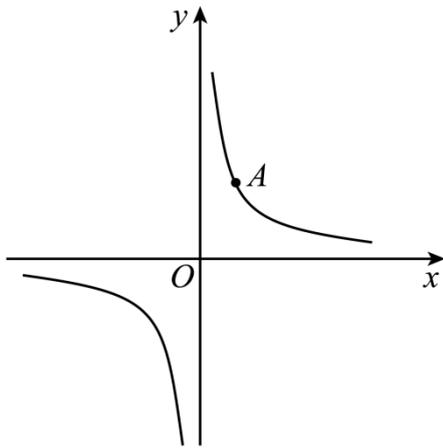
23. 如图 1，一大一小两个等腰直角三角形叠放在一起， $M$ ， $N$  分别是斜边  $DE$ ， $AB$  的中点， $DE = 2, AB = 4$ ．



(1) 将  $\triangle CDE$  绕顶点  $C$  旋转一周，请直接写出点  $M$ ， $N$  距离的最大值和最小值；

(2) 将  $\triangle CDE$  绕顶点  $C$  逆时针旋转  $120^\circ$ （如图 2），求  $MN$  的长．

24. 如图，点  $A(2,4)$  在反比例函数  $y_1 = \frac{m}{x}$  图象上．一次函数  $y_2 = kx + b$  的图象经过点  $A$ ，分别交  $x$  轴， $y$  轴于点  $B$ ， $C$ ，且  $\triangle OAC$  与  $\triangle OBC$  的面积比为  $2:1$ ．



- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式；
- (2) 请直接写出  $y_1 \geq y_2$  时， $x$  的取值范围.

25. 为测量学校后山高度，数学兴趣小组活动过程如下：

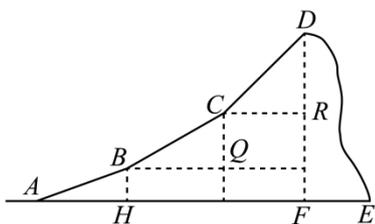


图1

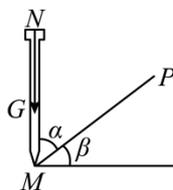


图2

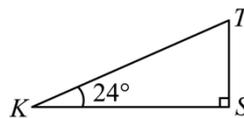


图3

(1) 测量坡角

如图 1，后山一侧有三段相对平直的山坡  $AB$ ， $BC$ ， $CD$ ，山的高度即为三段坡面的铅直高度  $BH$ ， $CQ$ ， $DR$  之和，坡面的长度可以直接测量得到，要求山坡高度还需要知道坡角大小。

如图 2，同学们将两根直杆  $MN$ ， $MP$  的一端放在坡面起始端  $A$  处，直杆  $MP$  沿坡面  $AB$  方向放置，在直杆  $MN$  另一端  $N$  用细线系小重物  $G$ ，当直杆  $MN$  与铅垂线  $NG$  重合时，测得两杆夹角  $\alpha$  的度数，由此可得山坡  $AB$  坡角  $\beta$  的度数。请直接写出  $\alpha$ ， $\beta$  之间的数量关系。

(2) 测量山高

同学们测得山坡  $AB$ ， $BC$ ， $CD$  的坡长依次为 40 米，50 米，40 米，坡角依次为  $24^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ ；为求  $BH$ ，小熠同学在作业本上画了一个含  $24^\circ$  角的  $\text{Rt}\triangle TKS$ （如图 3），量得  $KT \approx 5\text{cm}$ ， $TS \approx 2\text{cm}$ 。求山高  $DF$ 。（ $\sqrt{2} \approx 1.41$ ，结果精确到 1 米）

(3) 测量改进

由于测量工作量较大，同学们围绕如何优化测量进行了深入探究，有了以下新的测量方法。

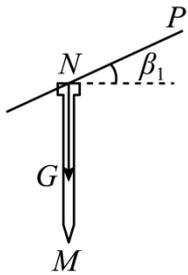


图4

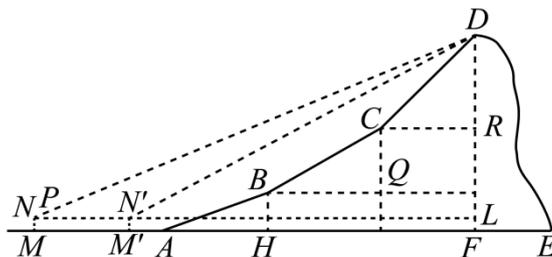
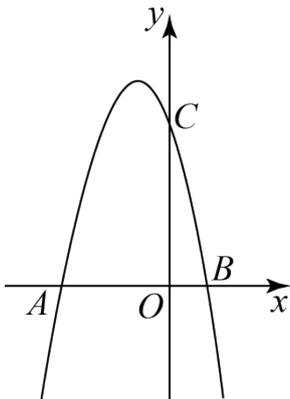


图5

如图 4, 5, 在学校操场上, 将直杆  $NP$  置于  $MN$  的顶端, 当  $MN$  与铅垂线  $NG$  重合时, 转动直杆  $NP$ , 使点  $N, P, D$  共线, 测得  $\angle MNP$  的度数, 从而得到山顶仰角  $\beta_1$ , 向后山方向前进 40 米, 采用相同方式, 测得山顶仰角  $\beta_2$ ; 画一个含  $\beta_1$  的直角三角形, 量得该角对边和另一直角边分别为  $a_1$  厘米,  $b_1$  厘米, 再画一个含  $\beta_2$  的直角三角形, 量得该角对边和另一直角边分别为  $a_2$  厘米,  $b_2$  厘米. 已知杆高  $MN$  为 1.6 米, 求山高  $DF$ . (结果用不含  $\beta_1, \beta_2$  的字母表示)

26. 如图, 抛物线  $y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + 4$  与  $x$  轴交于  $A(-3, 0)$ ,  $B$  两点, 与  $y$  轴交于点  $C$ .



- (1) 求抛物线解析式及  $B, C$  两点坐标;
- (2) 以  $A, B, C, D$  为顶点的四边形是平行四边形, 求点  $D$  坐标;
- (3) 该抛物线对称轴上是否存在点  $E$ , 使得  $\angle ACE = 45^\circ$ , 若存在, 求出点  $E$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

## 四川省自贡市初 2023 届毕业生学业考试

## 数学

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页，满分 150 分。

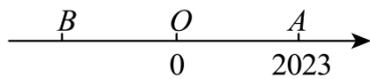
答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，答卷时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效，考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

## 第 I 卷 选择题（共 48 分）

注意事项：必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

一、选择题（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分，在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 如图，数轴上点  $A$  表示的数是 2023， $OA = OB$ ，则点  $B$  表示的数是（ ）



A. 2023

B. -2023

C.  $\frac{1}{2023}$

D.  $-\frac{1}{2023}$

$-\frac{1}{2023}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据数轴的定义求解即可。

【详解】解： $\because$ 数轴上点  $A$  表示的数是 2023， $OA = OB$ ，

$\therefore OB = 2023$ ，

$\therefore$ 点  $B$  表示的数是 -2023，

故选：B。

【点睛】本题考查数轴上点表示有理数，熟练掌握数轴上点的特征是解题的关键。

2. 自贡恐龙博物馆今年“五一”期间接待游客约 110000 人。人数 110000 用科学记数法表示为（ ）

A.  $1.1 \times 10^4$

B.  $11 \times 10^4$

C.  $1.1 \times 10^5$

D.

$$1.1 \times 10^6$$

【答案】C

【解析】

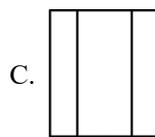
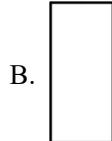
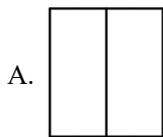
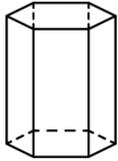
【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为  $a \times 10^n$ ，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数.

【详解】解：  $110000 = 1.1 \times 10^5$ .

故选：C.

【点睛】本题考查了科学记数法，科学记数法的表示形式为  $a \times 10^n$  的形式，其中  $1 \leq |a| < 10$ ， $n$  为整数. 确定  $n$  的值时，要看把原来的数，变成  $a$  时，小数点移动了多少位， $n$  的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值  $\geq 10$  时， $n$  是正数；当原数的绝对值  $< 1$  时， $n$  是负数，确定  $a$  与  $n$  的值是解题的关键.

3. 如图中六棱柱的左视图是 ( )



D.



【答案】A

【解析】

【分析】根据几何体的三视图的定义，画出从左面看所得到的图形即可.

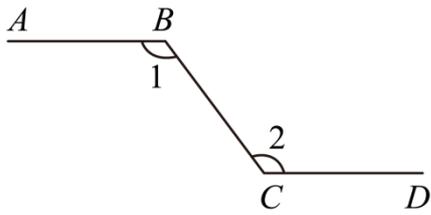
【详解】根据三视图的概念，可知选项 A 中的图形是左视图，选项 C 中的图形是主视图，选项 D 中的图形是俯视图，

故选 A.

【点睛】本题主要考查了简单几何体的三视图，理解三视图的定义，熟练掌握三视图的画法是解题的关键.

4. 如图，某人沿路线  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  行走， $AB$  与  $CD$  方向相同， $\angle 1 = 128^\circ$ ，则

$\angle 2 = ( )$



- A.  $52^\circ$                       B.  $118^\circ$                       C.  $128^\circ$                       D.  $138^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】证明  $AB \parallel CD$ ，利用平行线的性质即可得到答案.

【详解】解：∵  $AB$  与  $CD$  方向相同，

∴  $AB \parallel CD$ ，

∴  $\angle 1 = \angle 2$ ，

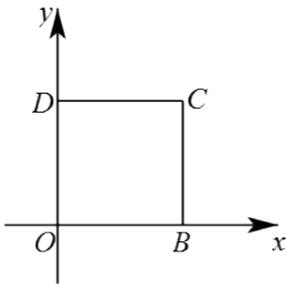
∵  $\angle 1 = 128^\circ$ ，

∴  $\angle 2 = 128^\circ$ .

故选：C.

【点睛】本题主要考查平行线的判定与性质，掌握平行线的性质是解题的关键.

5. 如图，边长为3的正方形  $OBCD$  两边与坐标轴正半轴重合，点  $C$  的坐标是 (     )



- A.  $(3,-3)$                       B.  $(-3,3)$                       C.  $(3,3)$                       D.

$(-3,-3)$

【答案】C

【解析】

【分析】根据正方形的性质，结合坐标的意义即可求解.

【详解】解：∵ 边长为3的正方形  $OBCD$  两边与坐标轴正半轴重合，

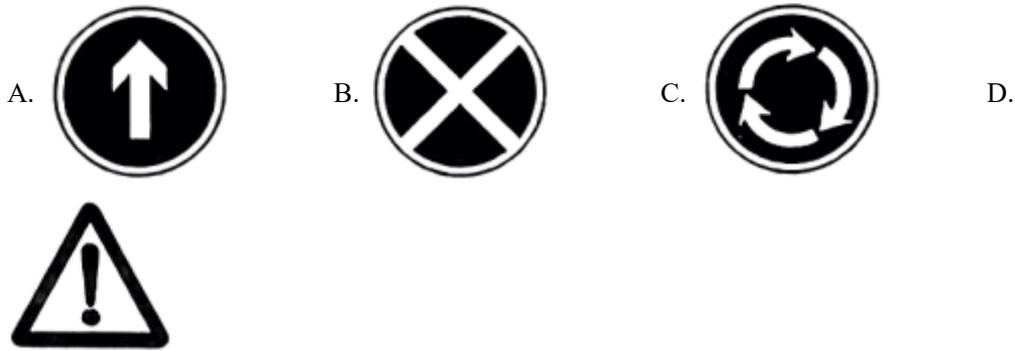
∴  $OB = BC = 3$

∴  $C(3,3)$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查了坐标与图形，熟练掌握正方形的性质，数形结合是解题的关键.

6. 下列交通标志图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是（ ）



【答案】B

【解析】

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的定义：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；中心对称图形的定义：把一个图形绕着某一个点旋转 $180^\circ$ ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心，进行逐一判断即可.

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 A 选项不合题意；

B、既是轴对称图形又是中心对称图形，故 B 选项符合题意；

C、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故 C 选项不合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 选项不合题意.

故选：B.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形，解题的关键在于能够熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义.

7. 下列说法正确的是（ ）

A. 甲、乙两人 10 次测试成绩的方差分别是  $S_{甲}^2 = 4, S_{乙}^2 = 14$ ，则乙的成绩更稳定

B. 某奖券的中奖率为  $\frac{1}{100}$ ，买 100 张奖券，一定会中奖 1 次

C. 要了解神舟飞船零件质量情况，适合采用抽样调查

D.  $x = 3$  是不等式  $2(x-1) > 3$  的解，这是一个必然事件

【答案】D

【解析】

【分析】根据方差的意义，概率的意义，抽样调查与普查，不等式的解与必然事件的定义逐项分析判断

【详解】解：A. 甲、乙两人 10 次测试成绩的方差分别是  $S_{甲}^2 = 4, S_{乙}^2 = 14$ ，则甲的成绩更稳定，故该选项不正确，不符合题意；

B. 某奖券的中奖率为  $\frac{1}{100}$ ，买 100 张奖券，可能会中奖 1 次，故该选项不正确，不符合题意；

意；

C. 要了解神舟飞船零件质量情况，适合采用全面调查

D. 解：  $2(x-1) > 3$ ，

$2x > 5$ ，

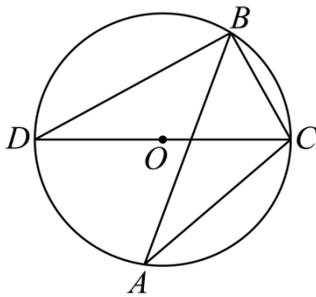
解得：  $x > \frac{5}{2}$ ，

$\therefore x = 3$  是不等式  $2(x-1) > 3$  的解，这是一个必然事件，故该选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了方差的意义，概率的意义，抽样调查与普查，不等式的解与必然事件的定义，熟练掌握以上知识是解题的关键.

8. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $CD$  是  $\odot O$  的直径，连接  $BD$ ， $\angle DCA = 41^\circ$ ，则  $\angle ABC$  的度数是 ( )



A.  $41^\circ$

B.  $45^\circ$

C.  $49^\circ$

D.  $59^\circ$

【答案】C

【解析】

【分析】由  $CD$  是  $\odot O$  的直径，得出  $\angle DBC = 90^\circ$ ，进而根据同弧所对的圆周角相等，得出  $\angle ABD = \angle ACD = 41^\circ$ ，进而即可求解.

【详解】解：  $\because CD$  是  $\odot O$  的直径，

$\therefore \angle DBC = 90^\circ$ ，

$\because \widehat{AD} = \widehat{AD}$ ，

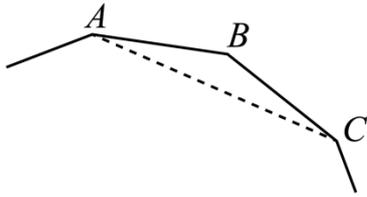
$\therefore \angle ABD = \angle ACD = 41^\circ$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle DBC - \angle DBA = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查了圆周角定理的推论，熟练掌握圆周角定理是解题的关键.

9. 第 29 届自贡国际恐龙灯会“辉煌新时代”主题灯组上有一幅不完整的正多边形图案，小华量得图中一边与对角线的夹角  $\angle ACB = 15^\circ$ ，算出这个正多边形的边数是 ( )



A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理以及正多边形的性质，得出  $\angle B = 150^\circ$ ，然后可得每一个外角为  $30^\circ$ ，进而即可求解.

【详解】解：依题意， $AB = BC$ ， $\angle ACB = 15^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 15^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle ACB - \angle BAC = 150^\circ$$

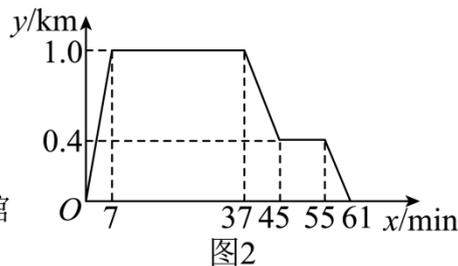
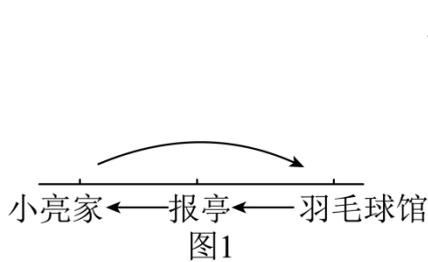
$$\therefore \text{这个正多边形的一个外角为 } 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ,$$

所以这个多边形的边数为  $\frac{360}{30} = 12$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，正多边形的性质，正多边形的外角与边数的关系，熟练掌握正多边形的外角和等于  $360^\circ$  是解题的关键.

10. 如图 1，小亮家、报亭、羽毛球馆在一条直线上. 小亮从家跑步到羽毛球馆打羽毛球，再去报亭看报，最后散步回家. 小亮离家距离  $y$  与时间  $x$  之间的关系如图 2 所示. 下列结论错误的是 ( )



A. 小亮从家到羽毛球馆用了 7 分钟  
钟走 75 米

B. 小亮从羽毛球馆到报亭平均每分

C. 报亭到小亮家的距离是 400 米

D. 小亮打羽毛球的时间是 37 分钟

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数图象，逐项分析判断即可求解.

【详解】解：A. 从函数图象可得出，小亮从家到羽毛球馆用了 7 分钟，故该选项正确，不符合题意；

$$B. \frac{1000-400}{45-37}=75 \text{ (米/分钟)},$$

即小亮从羽毛球馆到报亭平均每分钟走 75 米，故该选项正确，不符合题意；

C. 从函数图象可得出，报亭到小亮家的距离是 400 米，故该选项正确，不符合题意；

D. 小亮打羽毛球的时间是  $37-7=30$  分钟，故该选项不正确，符合题意；

故选：D.

**【点睛】** 本题考查了函数图象，理解函数图像上点的坐标的实际意义，数形结合是解题的关键.

11. 经过  $A(2-3b, m)$ ,  $B(4b+c-1, m)$  两点的抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2c$  ( $x$  为自变量) 与  $x$  轴有交点，则线段  $AB$  长为 ( )

A. 10

B. 12

C. 13

D. 15

**【答案】** B

**【解析】**

**【分析】** 根据题意，求得对称轴，进而得出  $c = b - 1$ ，求得抛物线解析式，根据抛物线与  $x$  轴有交点得出  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，进而得出  $b = 2$ ，则  $c = 1$ ，求得  $A, B$  的横坐标，即可求解.

**【详解】** 解：∵ 抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2c$  的对称轴为直线

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} = b$$

∵ 抛物线经过  $A(2-3b, m)$ ,  $B(4b+c-1, m)$  两点

$$\therefore \frac{2-3b+4b+c-1}{2} = b,$$

即  $c = b - 1$ ,

$$\therefore \text{原方程为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2b - 2,$$

∵ 抛物线与  $x$  轴有交点，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0,$$

$$\text{即 } b^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-b^2 + 2b - 2) \geq 0,$$

$$\text{即 } b^2 - 4b + 4 \leq 0, \text{ 即 } (b-2)^2 \leq 0,$$

$$\therefore b = 2, \quad c = b - 1 = 2 - 1 = 1,$$

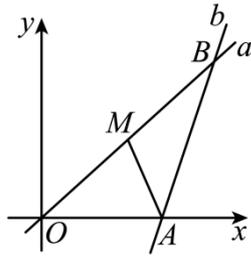
$$\therefore 2 - 3b = 2 - 6 = -4, 4b + c - 1 = 8 + 1 - 1 = 8,$$

$$\therefore AB = 4b + c - 1 - (2 - 3b) = 8 - (-4) = 12,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了二次函数的对称性，与  $x$  轴交点问题，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

12. 如图，分别经过原点  $O$  和点  $A(4,0)$  的动直线  $a$ ， $b$  夹角  $\angle OBA = 30^\circ$ ，点  $M$  是  $OB$  中点，连接  $AM$ ，则  $\sin \angle OAM$  的最大值是（ ）



A.  $\frac{3 + \sqrt{6}}{6}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C.  $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D.  $\frac{5}{6}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知条件， $\angle OBA = 30^\circ$ ，得出  $B$  的轨迹是圆，取点  $D(8,0)$ ，则  $AM$  是  $\triangle OBD$  的中位线，则求得  $\angle ODB$  的正弦的最大值即可求解，当  $BD$  与  $\odot C$  相切时， $\angle ODB$  最大，则正弦值最大，据此即可求解.

【详解】解：如图所示，以  $OA$  为边向上作等边  $\triangle OAC$ ，过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴于点  $E$ ，则  $OC = OA = AC = 4$ ，

则  $C$  的横坐标为 2，纵坐标为  $CE = OC \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore C(2, 2\sqrt{3}),$$

取点  $D(8,0)$ ，则  $AM$  是  $\triangle OBD$  的中位线，

$$\therefore CD = \sqrt{(8-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OBA = 30^\circ,$$

$\therefore$  点  $B$  在半径为 4 的  $\odot C$  上运动，

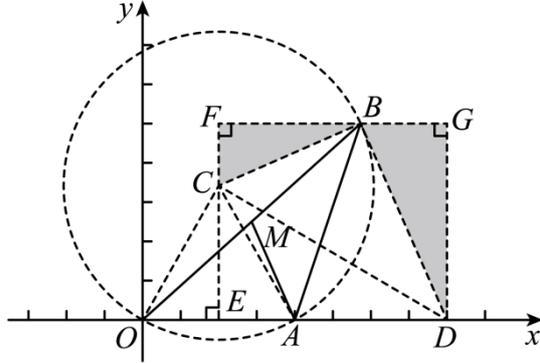
$\therefore AM$  是  $\triangle OBD$  的中位线，

$$\therefore AM \parallel BD,$$

$\therefore \angle OAM = \angle ODB$ ，当  $BD$  与  $\odot C$  相切时， $\angle ODB$  最大，则正弦值最大，

在  $\text{Rt}\triangle BCD$  中,  $BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}$ ,

过点  $B$  作  $FB \parallel x$  轴, 过点  $C$  作  $CF \perp FG$  于点  $F$ , 过点  $D$  作  $DG \perp FG$  于点  $G$ , 则  $\angle F = \angle G$



$\because BD$  与  $\odot C$  相切,

$\therefore BD \perp CB$ ,

$\therefore \angle FBC + \angle FCB = \angle FBC + \angle DBG = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle FCB = \angle DBG$ ,

$\therefore \triangle CFB \sim \triangle BGD$ ,

$$\therefore \frac{CF}{GB} = \frac{FB}{GD} = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

设  $CF = a$ ,  $FB = b$ ,

则  $BG = \sqrt{2}a$ ,  $DG = \sqrt{2}b$

$$\therefore F(2, 2\sqrt{3} + a), G(8, \sqrt{2}b)$$

$$\therefore FG = 8 - 2 = 6, DG = a + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \begin{cases} 2 + b + \sqrt{2}a = 8 \\ a + 2\sqrt{3} = \sqrt{2}b \end{cases}$$

解得:  $b = 2 + \frac{2}{3}\sqrt{6}$

$$\therefore \sin \angle ODB = \sin \angle GBD = \frac{DG}{BD} = \frac{\sqrt{2}b}{4\sqrt{2}} = \frac{3 + \sqrt{6}}{6}$$

故选: A.

**【点睛】** 本题考查了相似三角形的性质与判定, 求正弦, 等边三角形的性质。圆周角定理, 得出点  $B$  的轨迹是解题的关键。

### 第II卷 (非选择题 共 102 分)

**注意事项:** 使用 0.5 毫米黑色逐水签字笔在答题卡上题目所指示区域内作答,

作图题可先用铅笔绘出，确认后再用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描清楚，答在试题卷上无效.

## 二、填空题（共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分）

13. 计算： $7a^2 - 4a^2 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $3a^2$

【解析】

【分析】直接合并同类项即可求解.

【详解】解： $7a^2 - 4a^2 = 3a^2$ .

故答案为： $3a^2$ .

【点睛】此题主要考查合并同类项，熟练掌握运算法则是解题关键.

14. 请写出一个比 $\sqrt{23}$ 小的整数\_\_\_\_\_.

【答案】4（答案不唯一）

【解析】

【分析】根据算术平方根的意义求解.

【详解】解： $\because$ 由 $16 < 23$ 可得： $\sqrt{16} < \sqrt{23}$ ,

即 $4 < \sqrt{23}$ ,

故答案为：4（答案不唯一）.

【点睛】本题考查算术平方根和无理数的估算，熟练掌握基本知识是解题关键.

15. 化简 $\frac{x^2 - 1}{x + 1} =$ \_\_\_\_\_.

【答案】 $x - 1$

【解析】

【分析】将分子用平方差公式展开再化简即可.

【详解】解：原式 $= \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = (x-1)$ ,

故答案为： $(x-1)$ .

【点睛】本题考查了分式的化简，掌握平方差公式和分式化简是关键.

16. 端午节早上，小颖为全家人蒸了 2 个蛋黄粽，3 个鲜肉粽，她从中随机挑选了两个孝敬爷爷奶奶，请问爷爷奶奶吃到同类粽子的概率是\_\_\_\_\_.

【答案】 $\frac{2}{5}$  ##0.4

【解析】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/476213103153010051>