

专题 13 公式法（知识梳理）

知识点梳理

一、公式法——平方差公式

两个数的平方差等于这两个数的和与这两个数的差的积，即：

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

要点：（1）逆用乘法公式将特殊的多项式分解因式。

（2）平方差公式的特点：左边是两个数（整式）的平方，且符号相反，右边是两个数（整式）的和与这两个数（整式）的差的积。

（3）套用公式时要注意字母 a 和 b 的广泛意义， a 、 b 可以是字母，也可以是单项式或多项式。

二、因式分解步骤

（1）如果多项式的各项有公因式，先提取公因式；

（2）如果各项没有公因式那就尝试用公式法；

（3）如用上述方法也不能分解，那么就得选择分组或其它方法来分解（以后会学到）。

三、因式分解注意事项

（1）因式分解的对象是多项式；

（2）最终把多项式化成乘积形式；

（3）结果要彻底，即分解到不能再分解为止。

四、公式法——完全平方公式

两个数的平方和加上（减去）这两个数的积的 2 倍，等于这两个数的和（差）的平方。

$$\text{即 } a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2, \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2.$$

形如 $a^2 + 2ab + b^2$ ， $a^2 - 2ab + b^2$ 的式子叫做完全平方式。

要点：（1）逆用乘法公式将特殊的三项式分解因式；

（2）完全平方公式的特点：左边是二次三项式，是这两数的平方和加（或减）这两数之积的 2 倍。右边是两数的和（或差）的平方。

（3）完全平方公式有两个，二者不能互相代替，注意二者的使用条件。

（4）套用公式时要注意字母 a 和 b 的广泛意义， a 、 b 可以是字母，也可以是单项式或多项式。

五、因式分解步骤

（1）如果多项式的各项有公因式，先提取公因式；

（2）如果各项没有公因式那就尝试用公式法；

（3）如用上述方法也不能分解，那么就得选择分组或其它方法来分解（以后会学到）。

六、因式分解注意事项

（1）因式分解的对象是多项式；

（2）最终把多项式化成乘积形式；

（3）结果要彻底，即分解到不能再分解为止。

七、十字相乘法

利用十字交叉线来分解系数，把二次三项式分解因式的方法叫做十字相乘法。

对于二次三项式 $x^2 + bx + c$ ，若存在 $\begin{cases} pq = c \\ p + q = b \end{cases}$ ，则 $x^2 + bx + c = (x + p)(x + q)$

要点：（1）在对 $x^2 + bx + c$ 分解因式时，要先从常数项 c 的正、负入手，若 $c > 0$ ，则 p 、 q 同号（若 $c < 0$ ，则 p 、 q 异号），然后依据一次项系数 b 的正负再确定 p 、 q 的符号

（2）若 $x^2 + bx + c$ 中的 b 、 c 为整数时，要先将 c 分解成两个整数的积（要考虑到分解的各种可能），然后看这两个整数之和能否等于 b ，直到凑对为止。

八、首项系数不为 1 的十字相乘法

在二次三项式 $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中，如果二次项系数 a 可以分解成两个因数之积，即 $a = a_1a_2$ ，常数项 c 可以分解成两个因数之积，即 $c = c_1c_2$ ，把 a_1 ， a_2 ， c_1 ， c_2 排列如下：

$$\begin{array}{cc} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \\ \hline a_1c_2 + a_2c_1 \end{array}$$

按斜线交叉相乘，再相加，得到 $a_1c_2 + a_2c_1$ ，若它正好等于二次三项式 $ax^2 + bx + c$ 的一次项系数 b ，

即 $a_1c_2 + a_2c_1 = b$ ，那么二次三项式就可以分解为两个因式 $a_1x + c_1$ 与 $a_2x + c_2$ 之积，即 $ax^2 + bx + c = (a_1x + c_1)(a_2x + c_2)$ 。

要点：（1）分解思路为“看两端，凑中间”

（2）二次项系数 a 一般都化为正数，如果是负数，则提出负号，分解括号里面的二次三项式，最后结果不要忘记把提出的负号添上。

九、分组分解法

对于一个多项式的整体，若不能直接运用提公因式法和公式法进行因式分解时，可考虑分步处理的方法，即把这个多项式分成几组，先对各组分别分解因式，然后再对整体作因式分解——分组分解法。即先对题目进行分组，然后再分解因式。

要点： 分组分解法分解因式常用的思路有：

方法	分类	分组方法	特点
分组分解法	四项	二项、二项	①按字母分组②按系数分组 ③符合公式的两项分组
		三项、一项	先完全平方公式后平方差公式
	五项	三项、二项	各组之间有公因式
	六项	三项、三项 二项、二项、二项	各组之间有公因式

		三项、二项、一项	可化为二次三项式
--	--	----------	----------

十、添、拆项法

把多项式的某一项拆开或填补上互为相反数的两项（或几项），使原式适合于提公因式法、公式法或分组分解法进行分解. 要注意，必须在与原多项式相等的原则下进行变形.

添、拆项法分解因式需要一定的技巧性，在仔细观察题目后可先尝试进行添、拆项，在反复尝试中熟练掌握技巧和方法.

专题 13 公式法（八大题型+跟踪训练）

典例与范例

目录:

- 题型 1: 判断是否能用公式法分解因式
- 题型 2: 运用平方差公式分解因式
- 题型 3: 运用完全平方公式分解因式
- 题型 4: 综合运用公式法和提公因式法分解因式
- 题型 5: 十字相乘法
- 题型 6: 分组分解法
- 题型 7: 因式分解在计算中的应用
- 题型 8: 因式分解的其他应用

题型 1: 判断是否能用公式法分解因式

1. 下列多项式中, 不能用公式法进行因式分解的是 ()

A. $a^2 + a - \frac{1}{4}$ B. $-a^2 - b^2 + 2ab$ C. $-a^2 + 25b^2$ D. $4 - 9b^2$

2. 下列多项式不能用公式法因式分解的是 ()

A. $a^2 - 8a + 16$ B. $a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{16}$ C. $-a^2 - 9$ D. $a^2 - 4$

3. 运用公式法将下列各式因式分解, 错误的是 ()

A. $4m^2 - \frac{9}{25}n^2 = \left(2m + \frac{3}{5}n\right)\left(2m - \frac{3}{5}n\right)$ B. $-n^2 + (5m - 2n)^2 = (5m - n)(5m - 3n)$

C. $9x^2 - 3xy + \frac{1}{4}y^2 = \left(3x - \frac{1}{2}y\right)^2$ D. $4m^2 + 50mn + 25n^2 = (2m + 5n)^2$

题型 2: 运用平方差公式分解因式

4. 下列多项式中, 能运用平方差公式分解因式的是 ()

A. $a^2 + b^2$ B. $2a - b^2$ C. $4a^2 - b^2$ D. $-a^2 - b^2$

5. 下列各式能用平方差公式进行因式分解的是 ()

A. $x^2 + 4y^2$ B. $x^2 + 4xy + 4y^2$ C. $x^2 - 4y$ D. $x^2 - 4y^2$

6. 下列多项式中, 可以运用平方差公式进行因式分解的是 ()

A. $2x^2 + y^2$ B. $2x^2 - y$ C. $x^2 - 9y^2$ D. $x^2 + 9y^2$

题型 3: 运用完全平方公式分解因式

7. 下列各式中, 能用完全平方公式进行因式分解的是 ()

A. $x^2 - 1$ B. $x^2 + 2x - 1$ C. $x^2 + x + 1$ D. $4x^2 + 4x + 1$

8. 若分解因式 $x^2 + mx + 25$ 能用完全平方公式分解因式, 则 m 的值为 ()

A. 10 B. -10 C. ± 10 D. ± 5

9. 下列各式: ① $a^2 + 2a + 4$; ② $a^2 + 2a - 1$; ③ $a^2 + 2a + 1$; ④ $-a^2 + 2a + 1$; ⑤ $-a^2 - 2a - 1$;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/477055163004006115>