

第十二章 概率、随机变量及其分布

§12.2 古典概型





基础知识 自主学习

题型分类 深度剖析

课时作业



基础知识 自主学习



1.基本事件特点

- (1)任何两个基本事件是互斥；
- (2)任何事件(除不可能事件)都能够表示成基本事件和.

2.古典概型

含有以下两个特点概率模型称为古典概率模型，简称古典概型.

- (1)试验中全部可能出现基本事件只有有限个；
- (2)每个基本事件出现可能性相等.



3.假如一次试验中可能出现结果有 n 个，而且全部结果出现可能性都相等，那么每一个基本事件概率都是 $\frac{1}{n}$ ；假如某个事件 A 包含结果有 m 个，那么事件 A 概率 $P(A)=\frac{m}{n}$

4.古典概型概率公式

$$P(A)=\frac{A\text{包含的基本事件的个数}}{\text{基本事件的总数}}.$$



题组一 思索辨析

1.判断以下结论是否正确(请在括号中打“√”或“×”)

(1)“在适宜条件下，种下一粒种子观察它是否发芽”属于古典概型，其基本事件是“发芽”与“不发芽”。(×)

(2)掷一枚硬币两次，出现“两个正面”“一正一反”“两个反面”，这三个结果是等可能事件。(×)

(3)从市场上出售标准为 500 ± 5 g袋装食盐中任取一袋测其重量，属于古典概型。() ×



(4)有3个兴趣小组，甲、乙两位同学各自参加其中一个小组，每位同学参加各个小组可能性相同，则这两位同学参加同一个兴趣小组概率为 $\frac{1}{3}$ 。(✓)

(5)从1,2,3,4,5中任取出两个不一样数，其和为5概率是0.2。(✓)

(6)在古典概型中，假如事件 A 中基本事件组成集合 A ，且集合 A 中元素个数为 n ，全部基本事件组成集合 I ，且集合 I 中元素个数为 m ，则事件

A 概率为 $\frac{n}{m}$ (✓)



题组二 教材改编

2.[P127例3]一个盒子里装有标号为1,2,3,4,4张卡片，随机地抽取2张，则取出2张卡片上数字之和为奇数概率是

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

解析 抽取两张卡片基本事件有：(1,2)，(1,3)，(1,4)，(2,3)，(2,4)，(3,4)，共6种，和为奇数事件有：(1,2)，(1,4)，(2,3)，(3,4)，共4种。

∴所求概率为 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.



3.[P145A组T5]袋中装有6个白球，5个黄球，4个红球，从中任取一球，则取到白球概率为

A. $\frac{2}{5}$

B. $\frac{4}{15}$

C. $\frac{3}{5}$

D. $\frac{2}{3}$

解析 从袋中任取一球，有15种取法，其中取到白球的取法有6种，

则所求概率为 $P = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$.



4.[P134A组T6] 已知5件产品中有2件次品，其余为合格品.现从这5件产品中任取2件，恰有一件次品概率为0.6

解析 从5件产品中任取2件共有 $C_5^2=10$ (种)取法，恰有一件次品的取法有 $C_2^1C_3^1=6$ (种)，所以恰有一件次品的概率为 $\frac{6}{10}=0.6$.



题组三 易错自纠

5.将2本不一样数学书和1本语文书在书架上随机排成一行，则2本数学书相邻概率为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

解析 设两本不一样数学书为 a_1, a_2 ，1本语文书为 b ，则在书架上摆放方法有 $a_1a_2b, a_1ba_2, a_2a_1b, a_2ba_1, ba_1a_2, ba_2a_1$ ，共6种，其中数学书相邻有4种.

因此2本数学书相邻的概率 $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.



6.(·合肥检测)已知函数 $f(x)=2x^2-4ax+2b^2$, 若 $a \in \{4,6,8\}$,
 $b \in \{3,5,7\}$, 则该函数有两个零点概率为 $\underline{\frac{2}{3}}$

解析 要使函数 $f(x)=2x^2-4ax+2b^2$ 有两个零点, 即方程 $x^2-2ax+b^2=0$ 有两个实根, 则 $\Delta=4a^2-4b^2>0$, 又 $a \in \{4,6,8\}$, $b \in \{3,5,7\}$, 即 $a>b$, 而 a, b 的取法共有 $3 \times 3=9$ (种), 其中满足 $a>b$ 的取法有(4,3), (6,3), (6,5), (8,3), (8,5), (8,7), 共 6 种, 所以所求的概率为 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$.



题型分类 深度剖析



1. 以下试验中，古典概型个数为

- ① 向上抛一枚质地不均匀硬币，观察正面向上概率；
- ② 向正方形 $ABCD$ 内，任意抛掷一点 P ，点 P 恰与点 C 重合；
- ③ 从1,2,3,4四个数中，任取两个数，求所取两数之一是2概率；
- ④ 在线段 $[0, 5]$ 上任取一点，求此点小于2概率.

A.0 **B.1** C.2 D.3

解析 ①中，硬币质地不均匀，不是等可能事件，所以不是古典概型；

②④基本事件都不是有限个，不是古典概型；

③符合古典概型特点，是古典概型.



2.(·沈阳模拟)有两个正四面体玩具，其四个面上分别标有数字1,2,3,4，下面做投掷这两个正四面体玩具试验：用 (x, y) 表示结果，其中 x 表示第1个正四面体玩具出现点数， y 表示第2个正四面体玩具出现点数.试写出：
(1)试验基本事件；

解 这个试验基本事件为

$(1,1), (1,2), (1,3), (1,4),$
 $(2,1), (2,2), (2,3), (2,4),$
 $(3,1), (3,2), (3,3), (3,4),$
 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4).$



(2)事件“出现点数之和大于3”包含基本事件;

解 事件“出现点数之和大于3”包含基本事件为

$(1,3)$, $(1,4)$, $(2,2)$, $(2,3)$, $(2,4)$, $(3,1)$, $(3,2)$, $(3,3)$,
 $(3,4)$, $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$.

(3)事件“出现点数相等”包含基本事件.

解 事件“出现点数相等”包含基本事件为

$(1,1)$, $(2,2)$, $(3,3)$, $(4,4)$.



3.袋中有大小相同5个白球，3个黑球和3个红球，每球有一个区分于其它球编号，从中摸出一个球.

(1)有多少种不一样摸法？假如把每个球编号看作一个基本事件建立概率模型，该模型是不是古典概型？

解 因为共有11个球，且每个球有不一样编号，故共有11种不一样摸法.

又因为全部球大小相同，所以每个球被摸中可能性相等，故以球编号为基本事件概率模型为古典概型.



(2)若按球颜色为划分基本事件依据，有多少个基本事件？以这些基本事件建立概率模型，该模型是不是古典概型？



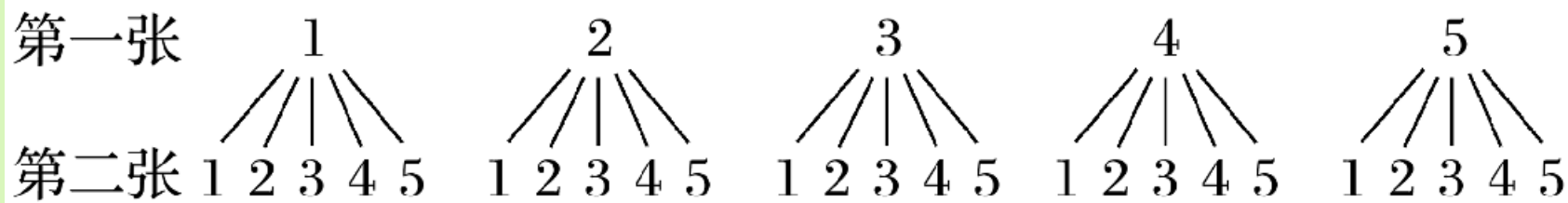
一个试验是否为古典概型，在于这个试验是否含有古典概型两个特点——有限性和等可能性，只有同时具备这两个特点概型才是古典概型。



典例 (1)(·全国 II)从分别写有1,2,3,4,5的5张卡片中随机抽取1张,放回后再随机抽取1张,则抽得第一张卡片上数大于第二张卡片上数概率为

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{3}{10}$ **D. $\frac{2}{5}$**

解析 从5张卡片中随机抽取1张,放回后再随机抽取1张情况如图:



基本事件总数为 25, 第一张卡片上的数大于第二张卡片上的数的事件数

为 10, \therefore 所求概率 $P = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}$.



(2)袋中有形状、大小都相同4个球，其中1个白球，1个红球，2个黄球，从中一次随机摸出2个球，则这2个球颜色不一样概率为 $\frac{5}{6}$.

解析 基本事件共有 $C_4^2=6$ (种)，

设取出两个球颜色不一样为事件 A .

A 包含的基本事件有 $C_2^1C_2^1+C_1^1C_1^1=5$ (种).

故 $P(A)=\frac{5}{6}$.



(3)我国古代“五行”学说认为：“物质分金、木、土、水、火五种属性，金克木、木克土、土克水、水克火、火克金。”将这五种不一样属性物质任意排成一列，设事件 A 表示“排列中属性相克两种物质不相邻”，则事件 A 发生概率为 $\frac{1}{12}$

解析 五种不同属性的物质任意排成一列的所有基本事件数为 $A_5^5=120$ ，满足事件 A “排列中属性相克的两种物质不相邻”的基本事件可以按如下方法进行考虑：从左至右，当第一个位置的属性确定后，例如：金，第二个位置(除去金本身)只能排土或水属性，当第二个位置的属性确定后，其他三个位置的属性也确定，故共有 $C_5^1 C_2^1=10$ (种)可能，所以事件 A 出现的概率为 $\frac{10}{120}=\frac{1}{12}$.



引申探究

1. 本例(2)中, 若将4个球改为颜色相同, 标号分别为1,2, 3,4四个小球, 从中一次取两球, 求标号和为奇数概率.

解 基本事件数仍为6. 设标号和为奇数为事件 A , 则 A 包含基本事件为(1,2), (1,4), (2,3), (3,4), 共4种,

$$\text{所以 } P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$



2.本例(2)中, 若将条件改为有放回地取球, 取两次, 求两次取球颜色相同概率.

解 基本事件数为 $C_4^1 C_4^1 = 16$,

颜色相同的事件数为 $C_2^1 C_1^1 + C_2^1 C_2^1 = 6$,

故所求概率 $P = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.



求古典概型概率关键是求试验基本事件总数和事件 A 包含基本事件个数，这就需要正确列出基本事件，基本事件表示方法有列举法、列表法和树状图法，详细应用时可依据需要灵活选择.



跟踪训练 (·山东)某旅游兴趣者计划从3个亚洲国家 A_1, A_2, A_3 和3个欧洲国家 B_1, B_2, B_3 中选择2个国家去旅游.

(1)若从这6个国家中任选2个,求这2个国家都是亚洲国家概率;

解 由题意知,从6个国家中任选2个国家,其一切可能结果组成基本事件有: $\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_1, B_1\}, \{A_1, B_2\}, \{A_1, B_3\}, \{A_2, A_3\}, \{A_2, B_1\}, \{A_2, B_2\}, \{A_2, B_3\}, \{A_3, B_1\}, \{A_3, B_2\}, \{A_3, B_3\}, \{B_1, B_2\}, \{B_1, B_3\}, \{B_2, B_3\}$, 共15个.

所选两个国家都是亚洲国家事件所包含基本事件有: $\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_2, A_3\}$, 共3个,

则所求事件的概率为 $P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.



(2)若从亚洲国家和欧洲国家中各任选1个, 求这2个国家包含 A_1 但不包含 B_1 概率.

解 从亚洲国家和欧洲国家中各任选1个, 其一切可能结果组成基本事件有: $\{A_1, B_1\}$, $\{A_1, B_2\}$, $\{A_1, B_3\}$, $\{A_2, B_1\}$, $\{A_2, B_2\}$, $\{A_2, B_3\}$, $\{A_3, B_1\}$, $\{A_3, B_2\}$, $\{A_3, B_3\}$, 共9个.

包含 A_1 但不包含 B_1 事件所包含基本事件有:

$\{A_1, B_2\}$, $\{A_1, B_3\}$, 共2个,

则所求事件的概率为 $P = \frac{2}{9}$.



典例 某县共有90个农村淘宝服务网点，随机抽取6个网点统计其元旦期间网购金额(单位：万元)茎叶图如图所表示，其中茎为十位数，叶为个位数.

(1)依据茎叶图计算样本数据平均数；

解 由题意知，样本数据平均数

$$\bar{x} = \frac{4 + 6 + 12 + 12 + 18 + 20}{6} = 12.$$

0	4	6
1	2	2 8
2	0	



(2)若网购金额(单位：万元)大于18服务网点定义为优异服务网点，其余为非优异服务网点，依据茎叶图推断这90个服务网点中优异服务网点个数；

解 样本中优秀服务网点有 2 个，概率为 $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ，由此估计这 90 个服务网点中优秀服务网点有 $90 \times \frac{1}{3} = 30$ (个).



(3)从随机抽取6个服务网点中再任取2个作网购商品调查，求恰有1个网点是优异服务网点概率.



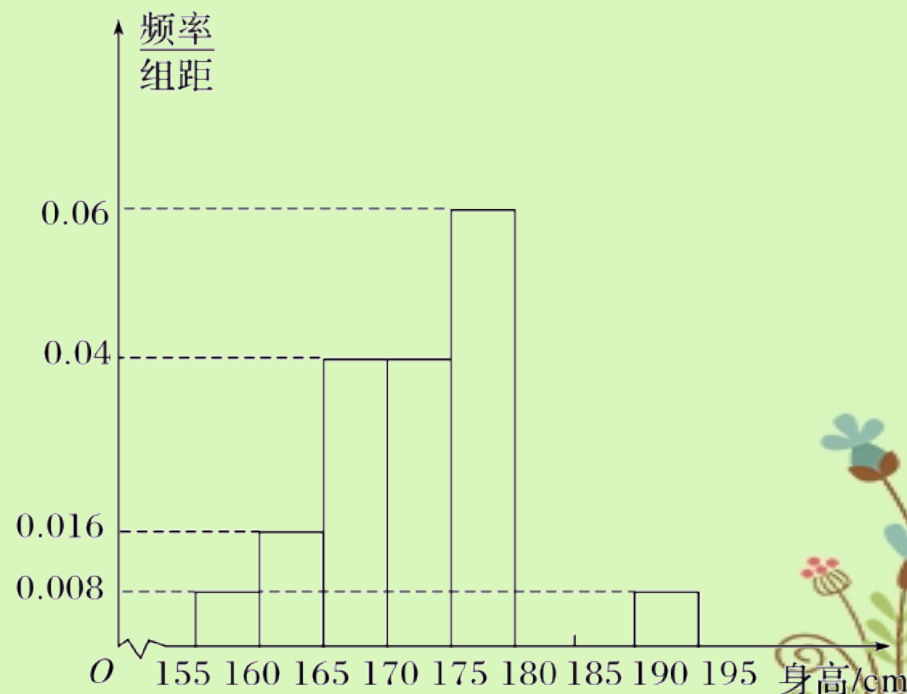
思维升华

相关古典概型与统计结合题型是高考考查概率一个主要题型，已成为高考考查热点，概率与统计结合题，不论是直接描述还是利用概率分布表、频率分布直方图、茎叶图等给出信息，准确从题中提炼信息是解题关键



跟踪训练 从某学校届高三年级共800名男生中随机抽取50名测量身高，被测学生身高全部介于155 cm和195 cm之间，将测量结果按以下方式分成八组：第一组 $[155, 160)$ ，第二组 $[160, 165)$ ， \dots ，第八组 $[190, 195]$ ，如图是按上述分组方法得到频率分布直方图一部分，已知第六组比第七组多1人，第一组和第八组人数相同。

(1)求第六组、第七组频率并补充完整频率分布直方图；



(2)若从身高属于第六组和第八组全部男生中随机抽取两名，记他们身高分别为 x, y ，求 $|x-y| \leq 5$ 概率.

解 由(1)知身高在 $[180, 185)$ 内男生有四名，设为 a, b, c, d ，身高在 $[190, 195]$ 男生有两名，设为 A, B .

若 $x, y \in [180, 185)$ ，有 ab, ac, ad, bc, bd, cd 共6种情况；

若 $x, y \in [190, 195]$ ，只有 AB 1种情况；

若 x, y 分别在 $[180, 185)$ ， $[190, 195]$ 内，有 $aA, bA, cA, dA, aB, bB, cB, dB$ 共8种情况，

所以基本事件总数为 $6+8+1=15$ ，

事件 $|x-y| \leq 5$ 包含基本事件个数为 $6+1=7$ ，

故所求概率为 $\frac{7}{15}$.



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/477115155153006066>