



数 学 文 化





第1章 古代西方数学与欧式几何



章节目录录

1.1 原始文明中的数学

1.2 几何学的诞生与经验数学


1.3 古希腊数学与数学演绎法、数学抽象法

1.4 欧几里得《几何原本》及其文化意义

1.1 原始文明中的数学


中国、环地中海国家包括土耳其与北非的近东是人类文明的发祥地。






由于即使在最原始的人类社会，也必须对生活必需品进行以物易物的交换，所以就必须进行计算。从而在原始文明中，也已经迈出了数学上最初的几步。

由于利用手指和脚趾能使计算的过程变得容易，因此，对原始人像小孩一样利用自己的全部手指和脚趾去数东西也就不足为奇了。带这种记数法的痕迹已融会在今天的语言中，如“digit”一词，不仅有数字1, 2, 3, …的含义，也有手指和脚趾的意义。手指的利用，无疑地解释了今天记数系统中采用十进位的原因。







在原始文明中已经发明了表示数的特殊记号。特别是，原始人已经知道3只羊、3个苹果有很大的共性，即数量3。这样，数字就被看作是一种抽象的思想——**数与特殊实物无关**。这一点，在思想史上具有重要的意义。




原始文明也发明了基本的算术四则运算：加、减、乘、除。

从对现代落后种族的一项研究中，我们知道，原始部落的牧民在出售牲畜时，总是一只只单独的分开来卖。如果选择用羊的数目乘以每只羊的售价的方法，就会把牧民搞糊涂，以致于怀疑被欺骗了。所以，把握四则运算并不是一件简单的事情。







在原始文明中，基本的几何概念来源于对物质实体所形成图形的观察。例如角的概念，很可能最初就来自于对肘和腿等形成的角的观察。在许多语言中，表示角的边的词与表示腿的词相同。如我国就将直角三角形的两边称为“勾”与“股”。



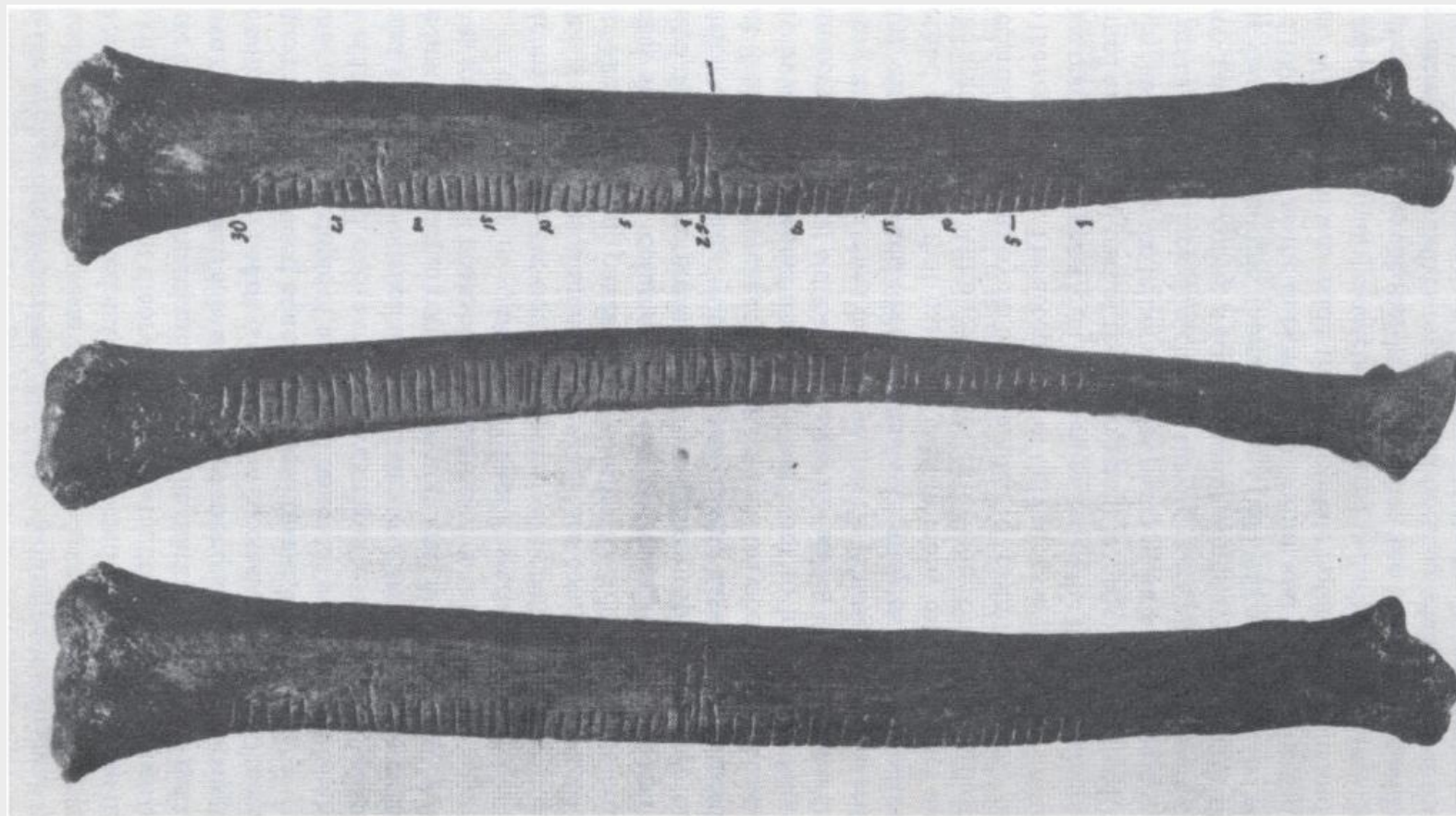
在孕育了现代文化和数学的近东文明中最主要的是埃及和巴比伦文明。在其最早期的记载中，我们发现了高度发达的记数系统（数系）、代数学与非常简单的几何学。对于从1到9的数字，埃及人曾用过这样简单的记号来表示：|，||，等。对于10，他们曾用记号 \cap 表示。如20就记为 $\cap \cap |$ 。中国在宋代使用的数字如下：|，||，|||， \times ， \dots ，而0表示0，如10记为 | 0。



位值制很重要。采用10进制（以10 为基底），10个符号就足以表示无论多大的数。印度人发明了今天称为阿拉伯数字的数字符号和10进制。古巴比伦人引入的进制是60进制。所以希腊人、欧洲人直到16世纪都将这套记数系统运用于所有的数学计算与天文学计算中。而且直到今天还用于角度和时钟上。



捷克摩拉维亚狼骨（约三万年前）



古巴比伦的“记事泥板”中关于“**整勾股数**”的记载”

(约公元前1000年)




(马其顿, 1988年)




(文达, 1982年)

20世纪两河流域约50万块泥版文书出土，其中300多块与数学有关



0是一个非常特殊的数字。中国人可以说是最早发明了类似于今天的数字0的符号。现在的数学史上，**一般认为0是印度人发明的。**

在**古巴比伦和埃及**的文明中，算术已经超出了利用整数和分数的范围。他们**已能够解决一些含有未知量的方程**。实际上，欧几里得体系中的代数知识部分的来源于巴比伦文明。

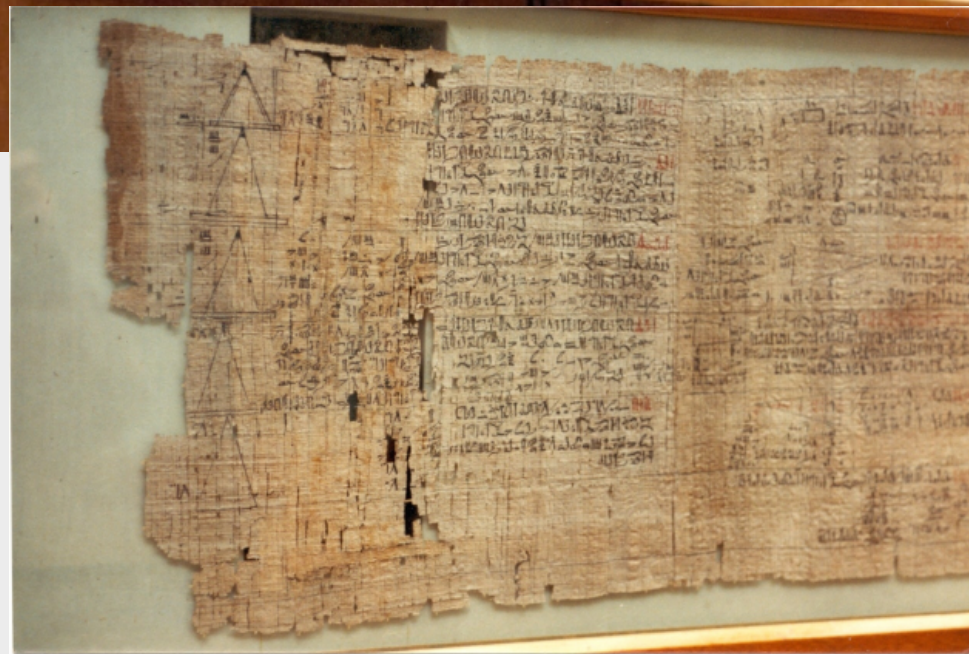


1.2 几何学的诞生与经验数学

1.2.1 古埃及的数学

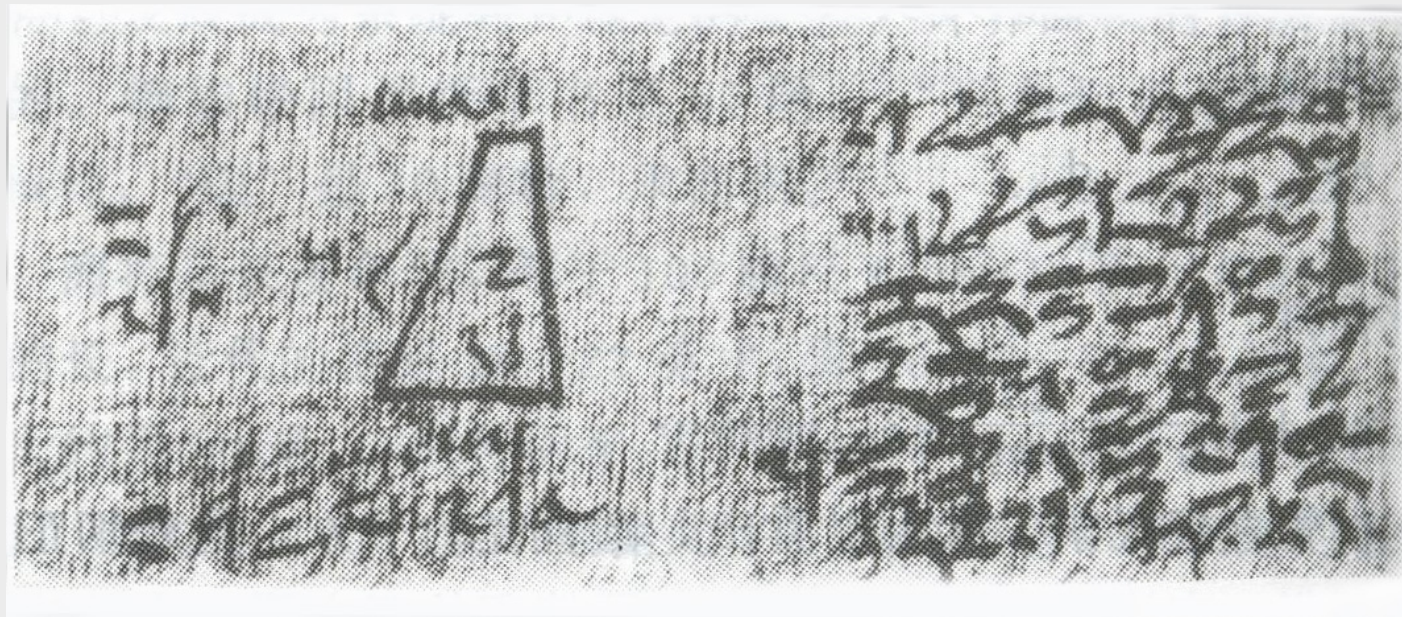
古埃及人在数学方面达到了很高的水平，掌握了多方面的数学知识。古埃及人大约在公元前3500年就已经有了文字。埃及最古老的文字是象形文字，后来演变成一种较简单的书写体，通常叫僧侣文。现今对古埃及数学的认识，主要根据两卷用僧侣文写成的纸草书，一卷藏在伦敦，叫**莱茵德纸草书**；一卷藏在莫斯科，称为**莫斯科纸草书**。据说写这份纸草书是生活在公元前1800年到前1600年的阿摩斯。从纸草书上，人们发现古代的埃及人已学会用数学来管理国家和宗教的事物，确定付给老劳役者的报酬，求谷仓的容积和田地的面积，按土地面积征收地税，等等。

这些知识转换成数学语言就是：加减乘除运算，分数运算，一元一次方程和一类相当于二元二次方程组的特殊问题等。纸草书上还有关于等差数列和等比数列的问题。他们还学会了计算矩形、三角形和梯形的面积，长方体、圆柱体、棱台的体积等，与现代计算值相近。并且，他们用公式 $S = \left(\frac{8}{9}d\right)^2$ (d 为直径) 来计算圆面积，相当于取 π 值为3.1605，这是十分了不起的结果。



莱茵德纸草书
(1650 B.C.)

莫斯科纸草书



$$v = \frac{h}{3} (a^2 + ab + b^2)$$

从莫斯科纸草书和莱茵德纸草书中可知古埃及人已采用10进制的象形符号。数目的写法，从1到10，以及100, 1 000, 10 000, 100 000, 1 000 000均有不同的象形文符号，唯独没有表示0的符号。数字1用一竖表示，许多竖则表示个位数；一段绳子表示10；1卷绳子表示100；池塘里的荷花表示1 000；手指表示10 000；用蝌蚪代表100 000，因为蝌蚪能大量繁殖，取其众之意；举起双手的人表示巨大或永恒，代表1 000 000。与众不同的长度单位是古埃及数学形式的显著特色。这些单位是指、掌、脚掌和肘，古埃及数学家在这些单位之间规定了一定的相互关系。1至1 000 000之间的数，是根据排在一起的上述基本数学符号相加的原则组成。

古埃及的数学基本上是采用十进制的。在**算术的四则运算**中，古埃及人**实际上只是通过加法来完成的**，减法是倒数，乘法则是化成加迭法步骤来进行运算的。在做乘法时，只是把乘数和被乘数一次次地相加，直到约数为止。以 13×23 为例，其运算式如下：

$$\begin{array}{r} / \quad 1 \quad 23 \\ \quad \quad 2 \quad 46 \\ / \quad 4 \quad 92 \\ / \quad 8 \quad 184 \end{array}$$

把左列的乘数从1开始加位下去，直到把乘数加到13为止（把前面标以“/”的数字1, 4, 8加在一起，即 $1+4+8=13$ ），然后把右列相对应的被乘数加在一起 $23+92+184$ ，得到结果为299，即 $13 \times 23=299$ 。

古埃及的数学基本上是采用十进制的。在**算术的四则运算**中，古埃及人**实际上只是通过加法来完成的**，减法是倒数，乘法则是化成加迭法步骤来进行运算的。在做乘法时，只是把乘数和被乘数一次次地相加，直到约数为止。以 13×23 为例，其运算式如下：

$$\begin{array}{r} / \quad 1 \quad 23 \\ \quad \quad 2 \quad 46 \\ / \quad 4 \quad 92 \\ / \quad 8 \quad 184 \end{array}$$

把左列的乘数从1开始加位下去，直到把乘数加到13为止（把前面标以“/”的数字1, 4, 8加在一起，即 $1+4+8=13$ ），然后把右列相对应的被乘数加在一起 $23+92+184$ ，得到结果为299，即 $13 \times 23=299$ 。

除法运算是乘法的逆运算，以 $77 \div 7$ 为例，其运算式如下：

$$\begin{array}{r} / \quad 1 \quad 7 \\ / \quad 2 \quad 14 \\ \quad 4 \quad 28 \\ / \quad 8 \quad 56 \end{array}$$

将右列的除数7加倍，在能把除数加到等于被除数77时为止
 $7+14+56$ ，然后在左列相对应的数前标以“/”记号。并把它们加在一起 $1+2+8$ ，得到结果是11，即为商，所以 $77 \div 7=11$ 。这样看来，77除以7就是找出几个7相加等于77。对古埃及人来说，四则运算都可以化为记数形式，这种运算方法虽然比较缓慢，但无需记忆，运算起来还是很简单的。

人们一般认为埃及人在几何方面要超过巴比伦人。一种观点认为，几何学是“尼罗河的恩赐”。希罗多德（Herodotus）曾记述，在公元前14世纪，塞索斯特里斯（Sesostris）王将土地分封给所有的埃及人。如果一年一度的尼罗河泛滥冲毁了某个人的土地，法老就会根据报告派监工来测量冲毁的土地。这样，从埃及的土地测量中，几何学（geometry）——geo意指土地，metron意指测量——就产生并兴盛起来。要注意的是，希罗多德可能正确的指出了几何学在埃及受重视的原因，但事实是在公元前14世纪以前的1000多年前几何学就已经存在了。

埃及金字塔

- 建于约公元前2900年的埃及法老胡夫的金字塔，塔基每边长约230米，
- 塔基的正方程度与水平程度的平均误差不超过万分之一。



在计算体积方面，古埃及人已经知道立方体、柱体等一些简单图形体积计算方法，并指出立方体、直棱柱、圆柱的体积公式为“底面积乘以高”。

古埃及人对分数的记法和计算都比现在复杂得多。埃及人用“单位分数”（分子为1的分数）来表示分数。对一般的分数则拆成“单位分数”表示，例如

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}, \frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}, \frac{3}{8} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

在莱茵德纸草书中发现，古埃及人已经在做一些代数题目。例如，纸草书第26题，用现代语言表达为“一个量与其1/4相加之和是15，求这个量”。这是一个一元一次方程问题。

1.2.2 经验数学

古希腊时代以前的数学，包括古埃及、古巴比伦、古中国与古印度等文明古国，都以经验的积累为主要特征。数学公式由经验日积月累而成。古人通过实践积累了一定的经验，形成了一些初步的数学知识，但还没有上升为系统的理论。古埃及人和古巴比伦人的几何学是经验的法则，或者说是实际技艺。

我们可以肯定地说，古巴比伦人与古埃及人已经积累了相当丰富的几何知识。但是，它们还不是一门有自己的定理和证明的理论科学的几何学。公元前7世纪时几何从埃及传到希腊。在希腊，伟大的唯物主义哲学家泰勒斯、德谟克利特和许多人又将它发展了。毕达哥拉斯和他的门生们对几何学的发展作出了卓越的贡献。

1.3 古希腊数学与数学演绎法、数学抽象法

1.3.1 古希腊数学

在历史上，希腊文化是继承和吸收爱琴海的米诺斯文明、埃及文明和腓尼基文明而形成的后继文明。它吸收了这些文明中的一些数学文化传统，并进而把它发展成为一种以数学来解释世界的独特方式。在这一发展过程中，毕达哥拉斯学派、柏拉图、欧几里得等起到了极其重要的作用。

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/486232133200010142>