# 北京市知春里中学2024届高考全国统考预测密卷（1）数学试题试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

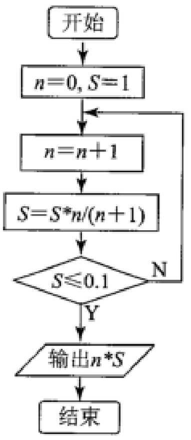
2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

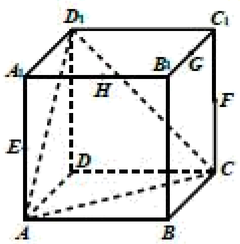
一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是（　　）




A．1．1　　B．1　　C．2．9　　D．2．8

2．如图，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$E$，$F$，$G$，$H$ 分别为棱 $AA_1$、$CC_1$、$B_1C_1$、$A_1B_1$ 的中点，则下列各直线中，不与平面 $ACD_1$ 平行的是（　　）

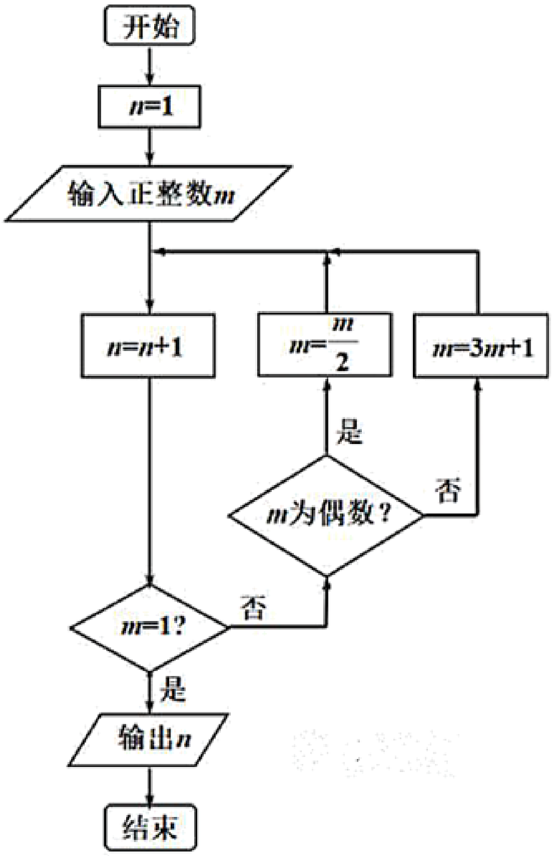



A．直线 $EF$　　B．直线 $GH$　　C．直线 $EH$　　D．直线 $A_1B$

3．已知 $p:|x+1|>2$，$q:x>a$，且 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的充分不必要条件，则 $a$ 的取值范围是（　　）

A．$a\le 1$　　B．$a\le -3$　　C．$a\ge -1$　　D．$a\ge 1$

4．20世纪产生了著名的“$3x+1$”猜想：任给一个正整数 $x$，如果 $x$ 是偶数，就将它减半；如果 $x$ 是奇数，则将它乘3加1，不断重复这样的运算，经过有限步后，一定可以得到1.如图是验证“$3x+1$”猜想的一个程序框图，若输入正整数 $m$ 的值为40，则输出的 $n$ 的值是（　　）




**A**．8　　**B**．9　　**C**．10　　**D**．11

5．已知等差数列$\{a_n\}$的前$n$项和为$S_n$，若$S_8=16$，$a_6=1$，则数列$\{a_n\}$的公差为（　　）

**A**．$\frac{3}{2}$　　**B**．$-\frac{3}{2}$　　**C**．$\frac{2}{3}$　　**D**．$-\frac{2}{3}$

6．已知点$P$是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0,c=\sqrt{a^2+b^2})$上一点，若点$P$到双曲线$C$的两条渐近线的距离之积为$\frac{1}{4}c^2$，则双曲线$C$的离心率为（　　）

**A**．$\sqrt{2}$　　**B**．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　**C**．$\sqrt{3}$　　**D**．2

7．“幻方”最早记载于我国公元前500年的春秋时期《大戴礼》中．“$n$阶幻方$\left(n\geq 3,n\in \mathbf{N}^*\right)$”是由前$n^2$个正整数组成的—个$n$阶方阵，其各行各列及两条对角线所含的$n$个数之和（简称幻和）相等，例如“3阶幻方”的幻和为15（如图所示）．则“5阶幻方”的幻和为（ ）

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

**A**．75　　**B**．65　　**C**．55　　**D**．45

8．下列判断错误的是(　　)

A．若随机变量$\xi$服从正态分布$N\left(1,\sigma^2\right),P\left(\xi\le 4\right)=0.78$，则$P\left(\xi\le -2\right)=0.22$

B．已知直线$l\perp$平面$\alpha$，直线$m//$平面$\beta$，则“$\alpha//\beta$”是“$l\perp m$”的充分不必要条件

C．若随机变量$\xi$服从二项分布：　$\xi$：$B\left(4,\frac{1}{4}\right)$，　则$E\left(\xi\right)=1$

D．$am>bm$是$a>b$的充分不必要条件

9．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的焦距是虚轴长的2倍，则双曲线的渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\frac{1}{2}x$　　D．$y=\pm 2x$

10．已知集合$A=\{1,2,3,4,5,6\}$的所有三个元素的子集记为$B_1,B_2,B_3\dots,B_n,n\in N^*$．记$b_i$为集合$B_i$中的最大元素，则$b_1+b_2+b_3+\dots+b_n=$（　　）

A．45　　B．105　　C．150　　D．210

11．已知$x$，$y$满足约束条件$\begin{cases}x-y\ge 0\\x+y\le 2\\y\ge 0\end{cases}$，则$z=2x+y$的最大值为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

12．已知抛物线$C:y^2=2px(p>0)$的焦点为$F$，过点$F$的直线$l$与抛物线$C$交于$A$，$B$两点（设点$A$位于第一象限），过点$A$，$B$分别作抛物线$C$的准线的垂线，垂足分别为点$A_1$，$B_1$，抛物线$C$的准线交$x$轴于点$K$，若$\frac{|A_1K|}{|B_1K|}=2$，则直线$l$的斜率为

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{3}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．函数$y=\cos\left(2x+\phi\right)\left(-\pi\le\phi\le\pi\right)$的图象向右平移$\frac{\pi}{2}$个单位后，与函数$y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$的图象重合，则$\phi=$_____.

14．若函数$f\left(x\right)=\sin\omega x+\sqrt{3}\cos\omega x$　($x\in\boldsymbol{R}$，$\omega>0$)满足$f\left(\alpha\right)=0$，$f\left(\beta\right)=2$，且$|\alpha-\beta|$的最小值等于$\frac{\pi}{2}$，则$\omega$的值为___________.

15．在平面直角坐标系$xOy$中，曲线$C:xy=\sqrt{3}$上任意一点$P$到直线$l:x+\sqrt{3}y=0$的距离的最小值为________.

16．$(x+2y)(x-y)^5$ 展开式中 $x^3y^3$ 的系数为________________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）在直角坐标系 $xOy$ 中，直线 $l$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=-3+\dfrac{t}{2} \\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases}$.（$t$ 为参数）.以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho^2-4p\cos\theta+3=0$.

（1）求 $l$ 的普通方程及 $C$ 的直角坐标方程；

（2）求曲线 $C$ 上的点 $P$ 到 $l$ 距离的取值范围.

18.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$ 与 **x** 轴负半轴交于 $A\left(-2,0\right)$，离心率 $e=\dfrac{1}{2}$.

（1）求椭圆 **C** 的方程；

（2）设直线 $l:y=kx+m$ 与椭圆 **C** 交于 $M\left(x_1,y_1\right),N\left(x_2,y_2\right)$ 两点，连接 ***AM,AN*** 并延长交直线 ***x*=4** 于 $\boldsymbol{E\left(x_3,y_3\right),F\left(x_4,y_4\right)}$ 两点，若 $\dfrac{1}{y_1}+\dfrac{1}{y_2}=\dfrac{1}{y_3}+\dfrac{1}{y_4}$，直线 ***MN*** 是否恒过定点，如果是，请求出定点坐标，如果不是，请说明理由.

19.（12 分）已知点 $P(1,\dfrac{3}{2}),\vec{a}=(x-1,y),\vec{b}=(x+1,y)$，且 $|\vec{a}|+|\vec{b}|=4$，满足条件的 $Q(x,y)$ 点的轨迹为曲线 $C$.

（1）求曲线 $C$ 的方程；

（2）是否存在过点 $(0,-1)$ 的直线 $l$，直线 $l$ 与曲线 $C$ 相交于 $A,B$ 两点，直线 $PA,PB$ 与 $y$ 轴分别交于 $M,N$ 两点，使得 $|PM|=|PN|$？若存在，求出直线 $l$ 的方程；若不存在，请说明理由.

20.（12 分）已知函数 $f(x)=16-|2x-1|$.

（1）解不等式 $f(x)\le|x+2|$；

（2）若函数 $y=f(x)-a$ 存在零点，求 $a$ 的求值范围.

21.（12 分）高铁和航空的飞速发展不仅方便了人们的出行,更带动了我国经济的巨大发展.据统 计,在 **2018** 年这一年内从 $A$ 市到 $B$ 市乘坐高铁或飞机出行的成年人约为 $50$ 万人次.为了 解乘客出行的满意度,现从中随机抽取 $100$ 人次作为样本,得到下表(单位:人次):

| 满意度 | 老年人 | | 中年人 | | 青年人 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 乘坐高铁 | 乘坐飞机 | 乘坐高铁 | 乘坐飞机 | 乘坐高铁 | 乘坐飞机 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **10 分(满意)** | **12** | **1** | **20** | **2** | **20** | **1** |
| **5 分(一般)** | **2** | **3** | **6** | **2** | **4** | **9** |
| **0 分(不满意)** | **1** | **0** | **6** | **3** | **4** | **4** |

**（1）在样本中任取1个,求这个出行人恰好不是青年人的概率;**

**（2）在 2018 年从 $A$ 市到 $B$ 市乘坐高铁的所有成年人中,随机选取 2 人次,记其中老年人出行的人次为 $X$ .以频率作为概率,求 $X$ 的分布列和数学期望;**

**（3）如果甲将要从 $A$ 市出发到 $B$ 市,那么根据表格中的数据,你建议甲是乘坐高铁还是飞机？并说明理由.**

22.（10 分）在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C_1$ 上的任意一点 $M$ 到直线 $y=-1$ 的距离比 $M$ 点到点 $F(0,2)$ 的距离小 **1.**

**（1）求动点 $M$ 的轨迹 $C_1$ 的方程；**

**（2）若点 $P$ 是圆 $C_2$:$(x-2)^2+(y+2)^2=1$ 上一动点，过点 $P$ 作曲线 $C_1$ 的两条切线，切点分别为 $A$、$B$，求直线 $AB$ 斜率的取值范围.**

## 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**C**

**【解析】**

**根据程序框图的模拟过程，写出每执行一次的运行结果，属于基础题.**

**【详解】**

初始值 $n=0$，$S=1$

第一次循环：$n=1$，$S=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$；

第二次循环：$n=2$，$S=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$；

第三次循环：$n=3$，$S=\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$；

第四次循环：$n=4$，$S=\frac{1}{4}\times\frac{4}{5}=\frac{1}{5}$；

第五次循环：$n=5$，$S=\frac{1}{5}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$；

第六次循环：$n=6$，$S=\frac{1}{6}\times\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$；

第七次循环：$n=7$，$S=\frac{1}{7}\times\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$；

第九次循环：$n=8$，$S=\frac{1}{8}\times\frac{8}{9}=\frac{1}{9}$；

第十次循环：$\boldsymbol{n=9}$，$S=\frac{1}{9}\times\frac{9}{10}=\frac{1}{10}\le 0.1$；

所以输出$S=9\times\frac{1}{10}=0.9$.

故选：C

【点睛】

本题考查了循环结构的程序框图的读取以及运行结果，属于基础题.

2、C

【解析】

充分利用正方体的几何特征，利用线面平行的判定定理，根据$EF//AC$判断A的正误.根据$GH//A_1C_1, A_1C_1//AC$，判断B的正误.根据$EH//C_1D, C_1D$与$D_1C$相交，判断C的正误.根据$A_1B//D_1C$，判断D的正误.

【详解】

在正方体中，因为$EF//AC$，所以$EF//$平面$ACD_1$，故A正确.

因为$GH//A_1C_1, A_1C_1//AC$，所以$GH//AC$，所以$GH//$平面$ACD_1$ 故B正确.

因为$A_1B//D_1C$，所以$A_1B//$平面$ACD_1$，故D正确.

因为$EH//C_1D, C_1D$与$D_1C$相交，所以$EH$与平面$ACD_1$相交，故C错误.

故选：C

【点睛】

本题主要考查正方体的几何特征，线面平行的判定定理，还考查了推理论证的能力，属中档题.

3、D

【解析】

"$\neg p$是$\neg q$的充分不必要条件"等价于"$q$是$p$的充分不必要条件"，即$q$中变量取值的集合是$p$中变量取值集合的真子集.

【详解】

由题意知：$p:|x+1|>2$可化简为$\{x|x<-3或x>1\}$，$q:x>a$，

所以$q$中变量取值的集合是$p$中变量取值集合的真子集，所以$a\ge 1$.

【点睛】

利用原命题与其逆否命题的等价性，对$\neg p$是$\neg q$的充分不必要条件进行命题转换，使问题易于求解.

4、**C**

【解析】

列出循环的每一步，可得出输出的$n$的值.

【详解】

$n=1$，输入$m=40$，$n=1+1=2$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{40}{2}=20$；

$n=2+1=3$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{20}{2}=10$；

$n=3+1=4$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{10}{2}=5$；

$n=4+1=5$，$m=1$不成立，$m$是偶数不成立，则$m=3\times 5+1=16$；

$n=5+1=6$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{16}{2}=8$；

$n=6+1=7$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{8}{2}=4$；

$n=7+1=8$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{4}{2}=2$；

$n=8+1=9$，$m=1$不成立，$m$是偶数成立，则$m=\frac{2}{2}=1$；

$n=9+1=10$，$m=1$成立，跳出循环，输出$n$的值为$10$.

故选：**C.**

【点睛】

本题考查利用程序框图计算输出结果，考查计算能力，属于基础题.

5、**D**

【解析】

根据等差数列公式直接计算得到答案.

【详解】

依题意，$S_8=\frac{8\left(a_1+a_8\right)}{2}=\frac{8\left(a_3+a_6\right)}{2}=16$，故$a_3+a_6=4$，故$a_3=3$，故$d=\frac{a_6-a_3}{3}=-\frac{2}{3}$，故选：**D.**

【点睛】

本题考查了等差数列的计算，意在考查学生的计算能力.

6、**A**

【解析】

设点$P$的坐标为$(m,n)$，代入椭圆方程可得$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，然后分别求出点$P$到两条渐近线的距离，由距离之积为$\frac{1}{4}c^2$，并结合$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$，可得到$a,b,c$的齐次方程，进而可求出离心率的值.

【详解】

设点$P$的坐标为$(m,n)$，有$\frac{m^2}{a^2}-\frac{n^2}{b^2}=1$，得$b^2m^2-a^2n^2=a^2b^2$.

双曲线的两条渐近线方程为$bx-ay=0$和$bx+ay=0$，则点$P$到双曲线$C$的两条渐近线的距离之积为

$\frac{|bm-an|}{\sqrt{a^2+b^2}}\times\frac{|bm+an|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|b^2m^2-a^2n^2|}{a^2+b^2}=\frac{a^2b^2}{c^2}$，

所以$\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，则$4a^2(c^2-a^2)=c^4$，即$\left(c^2-2a^2\right)^2=0$，故$c^2-2a^2=0$，即$e^2=\frac{c^2}{a^2}=2$，所以$e=\sqrt{2}$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查双曲线的离心率，构造$a,b,c$的齐次方程是解决本题的关键，属于中档题.

7、**B**

【解析】

计算$1+2+\cdots+25$的和，然后除以$5$，得到“**5**阶幻方”的幻和.

【详解】

依题意“**5**阶幻方”的幻和为$\frac{1+2+\cdots+25}{5}=\frac{\frac{1+25}{2}\times25}{5}=65$，故选**B.**

【点睛】

本小题主要考查合情推理与演绎推理，考查等差数列前$n$项和公式，属于基础题.

8、**D**

【解析】

根据正态分布、空间中点线面的位置关系、充分条件与必要条件的判断、二项分布及不等式的性质等知识，依次对四个选项加以分析判断，进而可求解.

【详解】

对于$A$选项，若随机变量$\xi$服从正态分布$N\left(1,\sigma^2\right),P\left(\xi\le4\right)=0.78$，根据正态分布曲线的对称性，有

$P(\xi \le -2)=P(\xi \ge 4)=1-P(\xi \le 4)=1-0.78=0.22$，故 $A$ 选项正确，不符合题意；

对于 $B$ 选项，已知直线 $l \perp$ 平面 $\alpha$，直线 $m//$ 平面 $\beta$，则当 $\alpha//\beta$ 时一定有 $l \perp m$，充分性成立，而当 $l \perp m$ 时，不一定有 $\alpha//\beta$，故必要性不成立，所以“$\alpha//\beta$”是“$l \perp m$”的充分不必要条件，故 $B$ 选项正确，不符合题意；

对于 $C$ 选项，若随机变量 $\xi$ 服从二项分布： $\xi \sim B\left(4,\frac{1}{4}\right)$， 则 $E(\xi)=np=4\times\frac{1}{4}=1$，故 $C$ 选项正确，不符合题意；

对于 $D$ 选项，$\because am>bm$，仅当 $m>0$ 时有 $a>b$，当 $m<0$ 时， $a>b$ 不成立，故充分性不成立; 若 $a>b$，仅当 $m>0$ 时有 $am>bm$，当 $m<0$ 时， $am>bm$ 不成立，故必要性不成立.

因而 $am>bm$ 是 $a>b$ 的既不充分也不必要条件,故 $D$ 选项不正确，符合题意.

故选：**D**

【点睛】

本题考查正态分布、空间中点线面的位置关系、充分条件与必要条件的判断、二项分布及不等式的性质等知识，考查理解辨析能力与运算求解能力，属于基础题.

9、**A**

【解析】

根据双曲线的焦距是虚轴长的 **2** 倍，可得出 $c=2b$，结合 $c^2=4b^2=a^2+b^2$，得出 $a^2=3b^2$，即可求出双曲线的渐近线方程.

【详解】

解：由双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 可知，焦点在 $x$ 轴上，

则双曲线的渐近线方程为： $y=\pm\frac{b}{a}x$，

由于焦距是虚轴长的 **2** 倍，可得： $c=2b$，

$\therefore c^2=4b^2=a^2+b^2$，

即： $a^2=3b^2$， $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

所以双曲线的渐近线方程为： $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，以及双曲线的渐近线方程.