零维多项式系统保持重数的零点分解与隔离

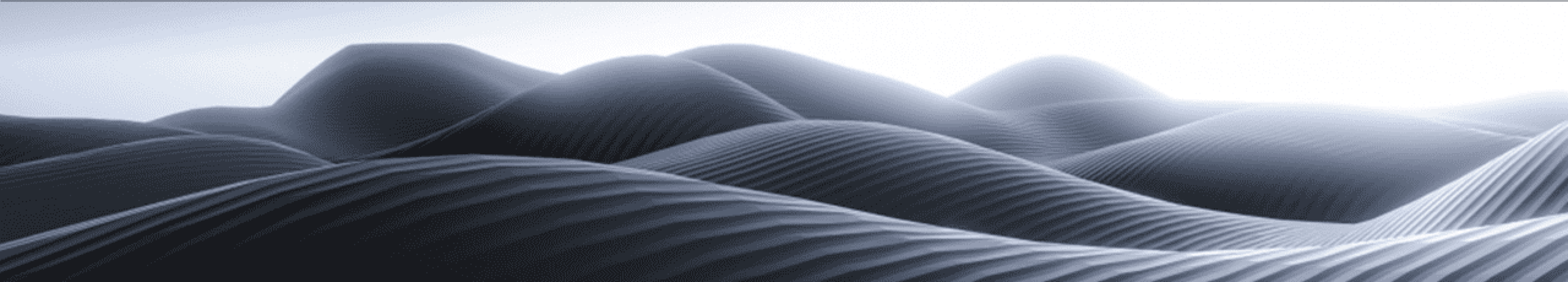
汇报人：

2024-01-14

CATALOGUE

目录

01
引言



研究背景与意义

多项式系统零点问题

多项式系统零点问题是数学和计算机科学领域的一个基本问题，具有广泛的应用背景，如代数几何、优化理论、控制系统等。

重数保持的重要性

在多项式系统的零点问题中，保持重数的零点分解与隔离是一个重要的问题。重数反映了零点在多项式系统中的重要性和稳定性，对于理解和分析多项式系统的性质具有重要意义。

理论与应用价值

研究零维多项式系统保持重数的零点分解与隔离算法，不仅可以丰富和发展多项式系统零点问题的理论，还可以为实际应用提供有效的算法和工具，推动相关领域的发展。

国内外研究现状及发展趋势

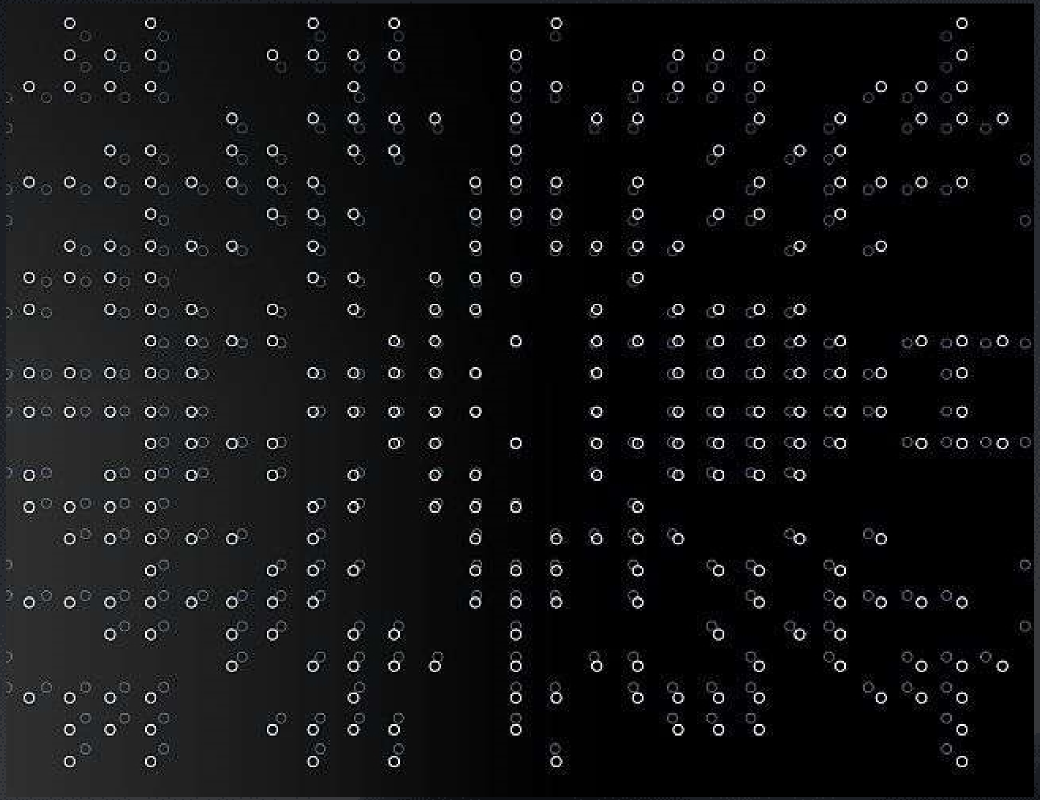
国内外研究现状

目前，国内外学者在多项式系统零点问题的研究方面已经取得了丰硕的成果，包括符号计算、数值计算、代数几何等多个领域的方法和算法。然而，在保持重数的零点分解与隔离方面，现有的算法大多存在效率不高、稳定性差等问题，难以满足实际应用的需求。

发展趋势

随着计算机科学的不断发展和数学理论的不断完善，未来多项式系统零点问题的研究将更加注重高效、稳定和实用的算法设计。同时，随着人工智能、大数据等技术的广泛应用，多项式系统零点问题的应用场景也将不断扩大。

论文主要研究内容及创新点



- 研究内容：本文主要研究零维多项式系统保持重数的零点分解与隔离算法。首先，分析多项式系统的基本性质和零点分布规律；其次，设计高效、稳定的保持重数的零点分解算法；最后，通过实例验证算法的有效性和实用性。

论文主要研究内容及创新点

01

创新点：本文的创新点主要包括以下几个方面

02

1. 提出了一种新的保持重数的零点分解算法，该算法具有较高的效率和稳定性；

03

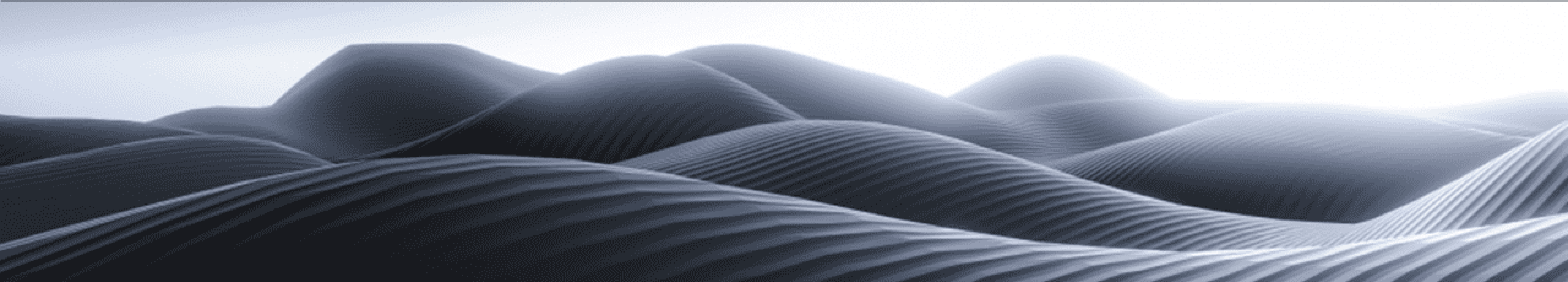
2. 将符号计算与数值计算相结合，提高了算法的适用性和实用性；

04

3. 通过实例验证了算法的有效性和实用性，为实际应用提供了有力的支持。

02

零维多项式系统基本理论



零维多项式系统定义及性质

零维多项式系统定义

零维多项式系统是指由一组多项式方程构成的方程组，其解集在代数闭包上是零维的，即解集只包含有限个点。

性质

零维多项式系统具有一些重要的性质，如解的存在性、唯一性和稳定性等。这些性质对于理解和分析多项式系统的零点分解与隔离问题具有重要意义。

零点与重数概念及计算方法

1

零点概念

零点是指多项式函数值为零的点，即多项式方程的根。对于零维多项式系统，零点就是方程组的解。

2

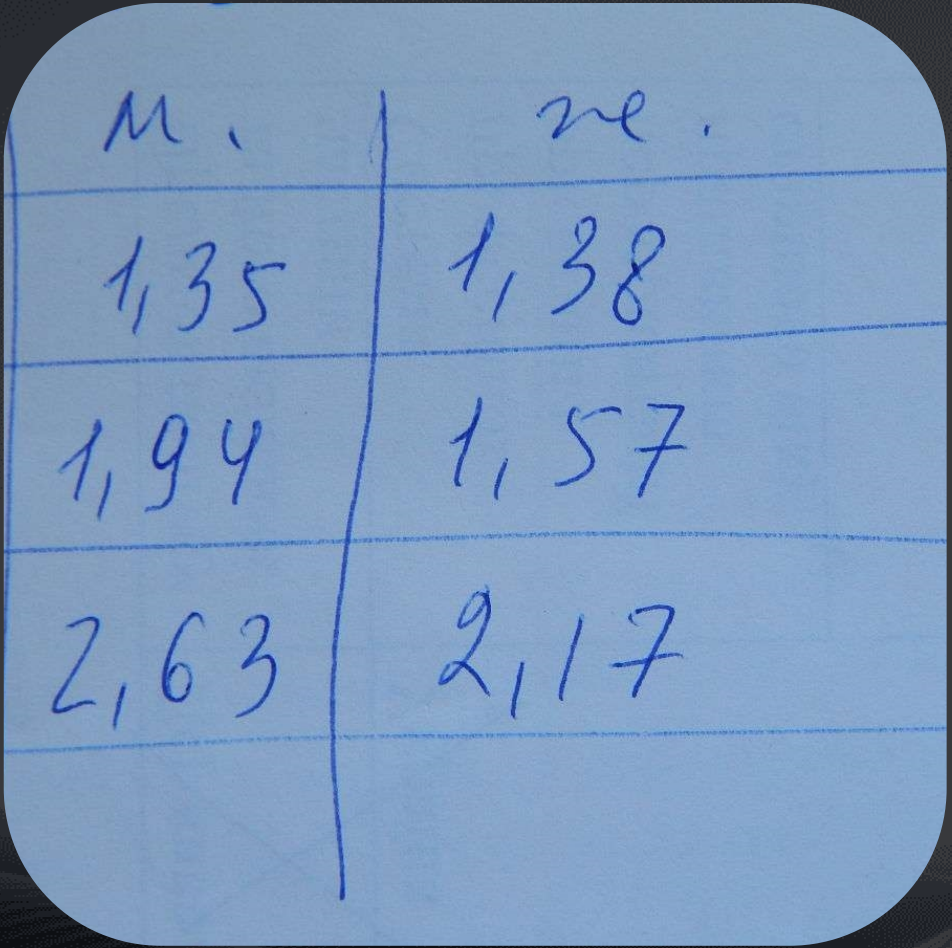
重数概念

重数是指零点在多项式函数中的重复次数，即零点对应的根的个数。重数的计算对于零点分解与隔离问题至关重要。

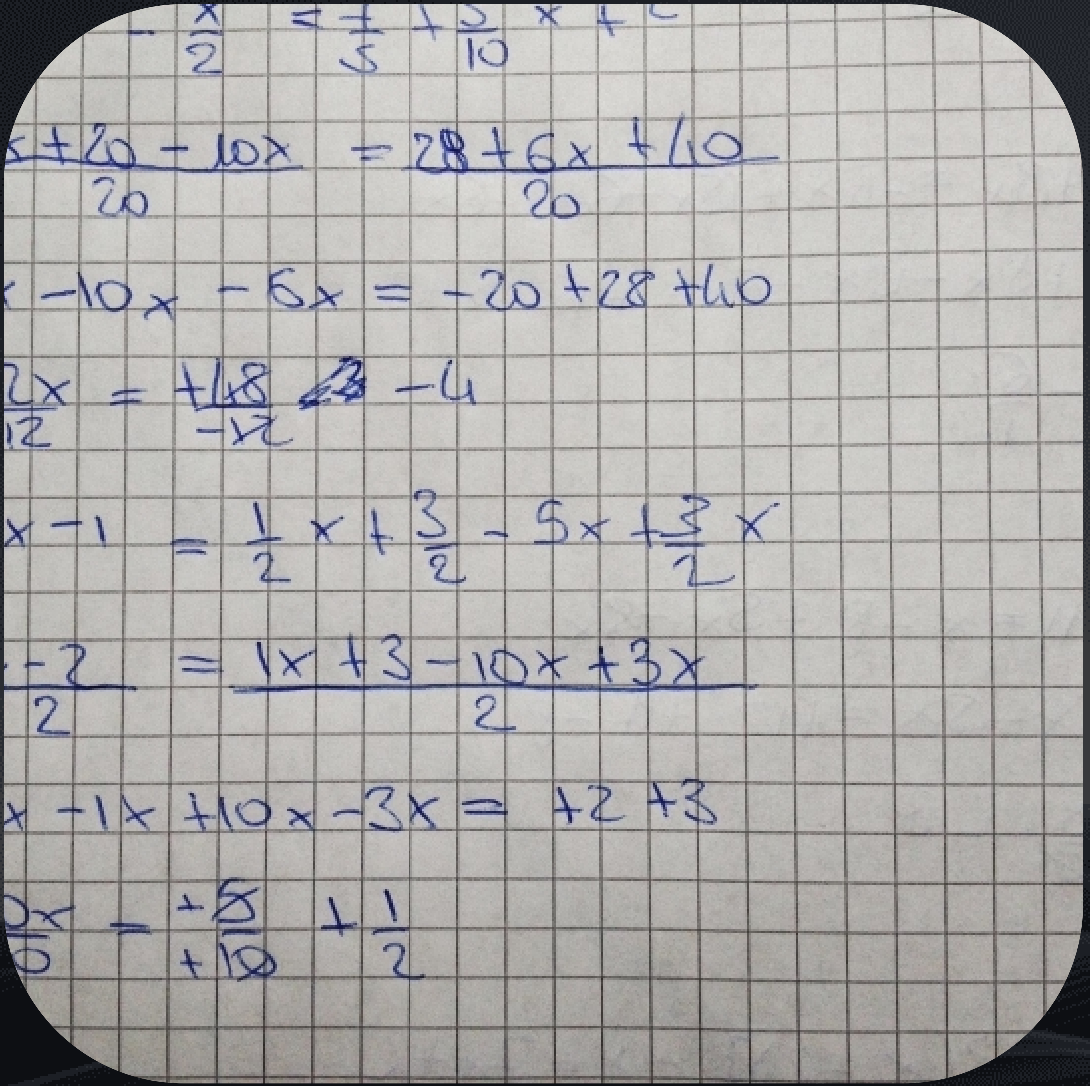
3

计算方法

计算零点和重数的方法有多种，如求导法、牛顿迭代法、二分法等。这些方法各有优缺点，适用于不同类型的问题。



经典零点分解与隔离算法回顾



经典零点分解算法

经典零点分解算法主要包括因式分解法、吴方法和Gröbner基方法等。这些方法通过对方程组进行变换和化简，将原问题转化为更容易求解的形式。

经典零点隔离算法

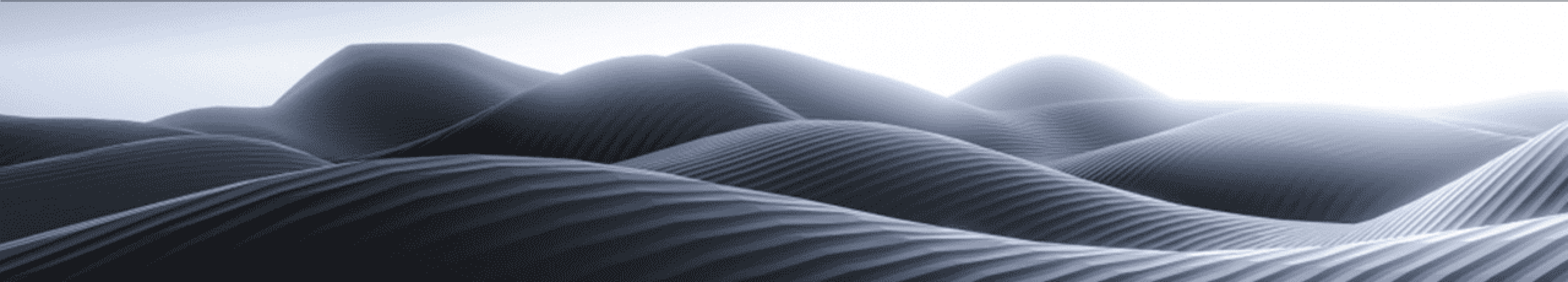
经典零点隔离算法主要包括区间算术法、符号计算法和数值计算法等。这些方法通过构造包含零点的区间或数值逼近零点，实现对零点的隔离和定位。

算法比较

各种经典算法在适用范围、计算效率和精度等方面存在差异。在实际应用中，需要根据问题的具体特点和要求选择合适的算法。

03

保持重数的零点分解方法



基于结式矩阵的分解方法

结式矩阵构造

通过多项式系数构造结式矩阵，该矩阵的行列式值能够反映多项式的零点信息。

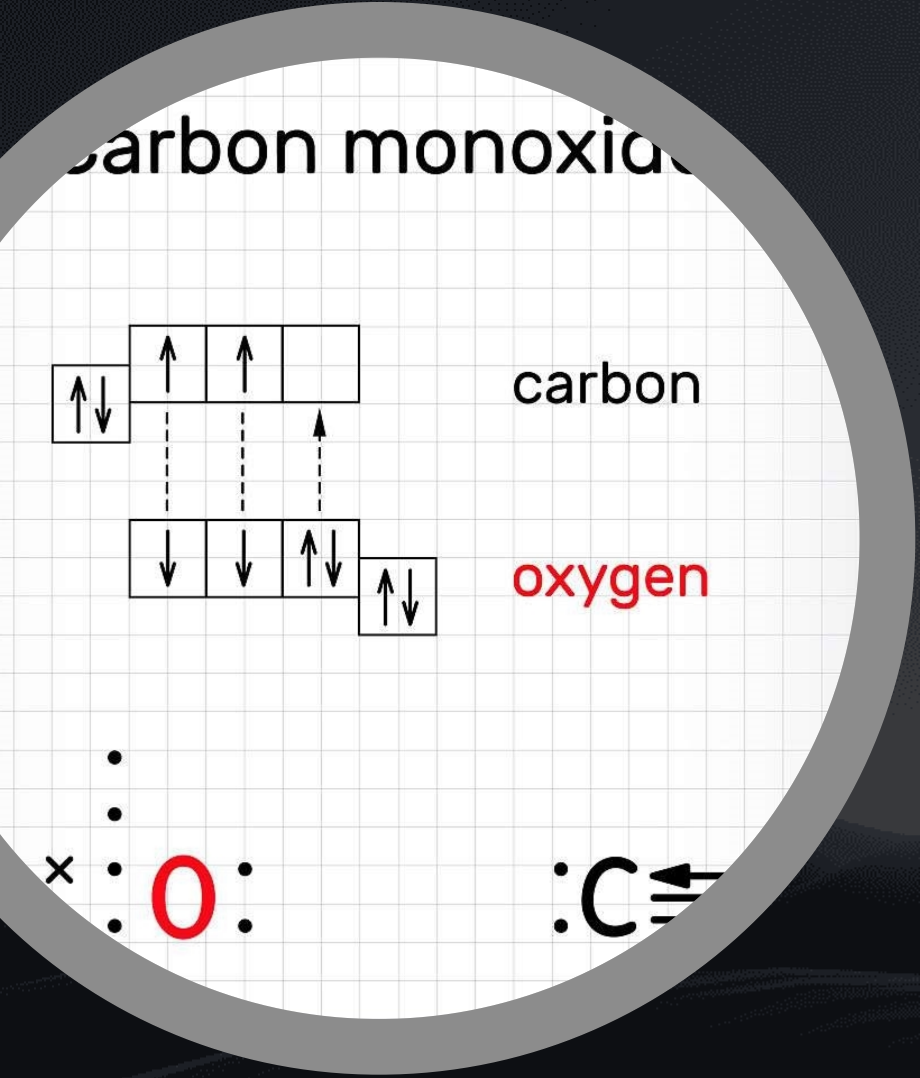
零点重数判定

利用结式矩阵的性质，判断多项式零点的重数，从而保持重数进行零点分解。

分解算法设计

基于结式矩阵的零点分解算法，实现对多项式系统的零点分解，同时保持零点的重数信息。

基于Grobner基的分解方法



01

Grobner基理论

Grobner基是多项式环中的一组基，具有良好的性质，可以用于多项式系统的零点分解。

02

零点重数保持

在Grobner基的计算过程中，通过特定的策略保持零点的重数信息。

03

分解算法实现

利用Grobner基的性质，设计相应的零点分解算法，实现对多项式系统的保持重数的零点分解。