

高中数学选修 2-1 测试题全套及答案

一、选择题(本大题共 12 小题,每题 5 分,共 60 分.在每题给出的四个选项中,只有一项是符合题目规定的)

1. 给出命题:“若 $x^2 + y^2 = 0$,则 $x=y=0$ ”, 在它的逆命题、否命题、逆否命题中, 真命题的个数是()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 若命题 $p \vee q$ 与命题 $\neg p$ 都是真命题, 则 ()

A. 命题 p 不一定是假命题 B. 命题 q 一定是真命题
C. 命题 q 不一定是真命题 D. 命题 p 与命题 q 的真假相似

3. 设 $x \in \mathbb{Z}$, 集合 A 是奇数集,集合 B 是偶数集. 若命题 $p: \forall x \in A, 2x \in B$, 则 ()

A. $\neg p: \forall x \in A, 2x \notin B$ B. $\neg p: \forall x \notin A, 2x \notin B$
C. $\neg p: \exists x_0 \notin A, 2x_0 \in B$ D. $\neg p: \exists x_0 \in A, 2x_0 \notin B$

4. 命题“若 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f(-x)$ 是奇函数”的否命题是 ()

A. 若 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(-x)$ 是偶函数 B. 若 $f(x)$ 不是奇函数, 则 $f(-x)$ 不是奇函数
C. 若 $f(-x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数 D. 若 $f(-x)$ 不是奇函数, 则 $f(x)$ 不是奇函数

5. 设 U 为全集, A, B 是集合, 则“存在集合 C 使得 $A \subseteq C, B \subseteq C, C$ 是“ $A \cap B = \emptyset$ ”的

C. $\triangle ABC$ 中, $A > B$ 的充要条件是 $\sin A > \sin B$

D. 对任意 $\varphi \in \mathbf{R}$, 函数 $y = \sin(2x + \varphi)$ 都不是偶函数

10. 下面四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分不必要的条件是 ()

A. $a > b + 1$ B. $a > b - 1$ C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$

11. 已知 A: $|x - 1| < 3$, B: $(x + 2)(x + a) < 0$, 若 A 是 B 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(4, +\infty)$ B. $[4, +\infty)$ C. $(-\infty, 4]$ D. $(-\infty, -4)$

12. 已知命题 p: 不等式 $(x - 1)(x - 2) > 0$ 的解集为 A, 命题 q: 不等式 $x^2 + (a - 1)x - a > 0$ 的解集为 B, 若 p 是 q 的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $(-2, -1]$ B. $[-2, -1]$
C. $[-3, 1]$ D. $[-2, +\infty)$

二、填空题(本大题共 6 小题, 每题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中横线上)

13. 若有关 x 的不等式 $|x - m| < 2$ 成立的充分不必要条件是 $2 \leq x \leq 3$, 则实数 m 的取值范围是 _____.

14. 若命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, ax^2 - ax - 2 \leq 0$ ”是真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

15. 有关 x 的方程 $x^2 - (2a - 1)x + a^2 - 2 = 0$ 至少有一种非负实根的充要条件的 a 的取值范围是 _____.

16. 给出下列四个说法:

①一种命题的逆命题为真, 则它的逆否命题一定为真;

②命题“设 $a, b \in \mathbb{R}$, 若 $a+b \neq 6$, 则 $a \neq 3$ 或 $b \neq 3$ ”是一种假命题

③“ $x > 2$ ”是“错误!未定义书签。 <错误!未定义书签。 ”的充足不必要条件

④一种命题的否命题为真, 则它的逆命题一定为真.

其中说法不对的的序号是_____.

17. 已知命题 $p: \forall x \in [1, 2]$ 均有 $x^2 \geq a$. 命题 $q: \exists x \in \mathbb{R}$, 使得 $x^2 + 2ax + 2 - a = 0$ 成立,

若命题 $p \wedge q$ 是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

18. 假如甲是乙的必要不充分条件, 乙是丙的充要条件, 丙是丁的必要不充分条件, 则丁是

甲的_____条件.

三、解答题(本大题共 6 小题, 共 60 分. 解答应写出文字阐明、证明过程或演算环节)

19. (10 分) 已知命题 p : 若 $ac \geq 0$, 则二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 没有实根.

(1) 写出命题 p 的否命题;

(2) 判断命题 p 的否命题的真假, 并证明你的结论.

20. (10 分) 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0\}$, $B = \{x | x < 0\}$, 若命题“ $A \cap B = \emptyset$ ”是假命题, 求实数 m 的取值范围.

21. (10分) 已知 $P = \{x \mid x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$, $S = \{x \mid 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$.

(1) 与是否存在实数 m , 使 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的充要条件, 若存在, 求出 m 的范围; 若不存在, 请阐明理由.

(2) 与是否存在实数 m , 使 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的必要条件, 若存在, 求出 m 的范围; 若不存在, 请阐明理由.

22. (10分) 已知 $c > 0$, 且 $c \neq 1$, 设命题 p : 函数 $y = c^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递减; 命题 q : 函数 $f(x) = x^2 - 2cx + 1$ 在 $[-1, 1]$ 上为增函数, 若命题 $p \wedge q$ 为假, 命题 $p \vee q$ 为真, 求实数 c 的取值范围.

23. (10分) 已知命题 p : 方程 $2x^2 + ax - a^2 = 0$ 在 $[-1, 1]$ 上有解; 命题 q : 只有一种实数 x_0 满足不等式 $x_0^2 + 2ax_0 + 2a \leq 0$, 若命题 $p \vee q$ 是假命题, 求 a 的取值范围.

24. (10分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 数列 $\{2^{n-1}\}$ 是公比为 2 的等比数列.

证明: 数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件是 $a_1 = 3$.

参考答案

一、选择题

1. D 2. B 3. D 4. B 5. C 6. D 7. C 8. B 9. D 10. A 11. D

12. A

提醒:

1. 逆命题为:若 $x=y=0$,则 $x^2+y^2=0$, 是真命题.

否命题为: 若 $x^2+y^2 \neq 0$,则 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$, 是真命题.

逆否命题为:若 $x \neq 0$ 或 $y \neq 0$,则 $x^2+y^2 \neq 0$,是真命题.

2. “ $\neg p$ ”为真命题,则命题 p 为假, 又 p 或 q 为真, 则 q 为真, 故选 B.

3. 由命题的否认的定义及全称命题的否认特称命题可得.命题 p 是全称命题: $\forall x \in A$,

$2x \in B$, 则 $\neg p$ 是特称命题: $\exists x_0 \in A, 2x_0 \notin B$. 故选 D.

4. 原命题的否命题是既否认题设又否认结论,故“若 $f(x)$ 是奇函数,则 $f(-x)$ 是奇函数”的

否命题是 B 选项.

5

①当 $A \subseteq C, B \subseteq C^c$, 且 $B \cap C = \emptyset$, 则 $A \cap B = \emptyset$, 反之当 $A \cap B = \emptyset$, 必有 $A \subseteq C, B \subseteq C^c$.

②当 $A = C, B \subseteq C^c$, 且 $B \cap C = \emptyset$, 则 $A \cap B = \emptyset$, 反之, 若 $A \cap B = \emptyset$, 则 $A \cap C = \emptyset$,

$B = C^c$, 所以 $A \subseteq C, B \subseteq C^c$.

③当 $A = B = \emptyset$, 则 $A \cap B = \emptyset$; 反之, $A \cap B = \emptyset$, 学科网 $A \subseteq C, B \subseteq C^c$.

综上所述,“存在集合 C 使得 $A \subseteq C, B \subseteq C^c$ 是 “ $A \cap B = \emptyset$ ” 的充要条件.

6. 原命题显然为真,原命题的逆命题为“若 $\triangle ABC$ 的三内角成等差数列, 则 $\triangle ABC$ 有一内角

为错误!”, 它是真命题.

7. $(x-a)[x-(a+2)] \leq 0 \Rightarrow a \leq x \leq a+2$, 由集合的包括关系知: 错误! $\Rightarrow a \in [-1, 0]$.

8. 由于当 $a \cdot b > 0$ 时, a 与 b 的夹角为锐角或零度角, 因此命题 p 是假命题; 命题 q 是假命题, 例如 $f(x) = \text{错误!}$ 综上所述可知, “ p 或 q ”是假命题.

9. 对于 A, 当 $\alpha = \beta = 0$ 时, $\tan(\alpha + \beta) = 0 = \tan \alpha + \tan \beta$, 因此选项 A 是真命题; 对于 B, 注意到 $\lg 2x + \lg x + 1 = \text{错误!} + \text{错误!} \geq \text{错误!} > 0$, 因此选项 B 是真命题; 对于 C, 在 $\triangle ABC$ 中, $A > B \Leftrightarrow a > b \Leftrightarrow 2R \sin A > 2R \sin B \Leftrightarrow \sin A > \sin B$ (其中 R 是 $\triangle ABC$ 的外接圆半径), 因此选项 C 是真命题; 对于 D, 注意到当 $\varphi = \text{错误!}$ 时, $y = \sin(2x + \varphi) = \cos 2x$ 是偶函数, 因此选项 D 是假命题.

10. $a > b + 1 \Rightarrow a - b > 1 > 0 \Rightarrow a > b$, 但 $a = 2, b = 1$ 满足 $a > b$, 但 $a = b + 1$, 故 A 项对的. 对于 B, $a > b - 1$ 不能推出 $a > b$, 排除 B; 而 $a^2 > b^2$ 不能推出 $a > b$, 如 $a = -2, b = 1$, $(-2)^2 > 1^2$, 但 $-2 < 1$, 故 C 项错误; $a > b \Leftrightarrow a^3 > b^3$, 它们互为充要条件, 排除 D.

11. 由题知 $|x-1| < 3 \Leftrightarrow -2 < x < 4$, 当 $a < 2$ 时, $(x+2)(x+a) < 0 \Leftrightarrow -2 < x < -a$, 若 A 是 B 的充足不必要条件, 则有 $A \subseteq B$ 且 $B \neq A$, 故有 $-a > 4$, 即 $a < -4$; 当 $a = 2$ 时, $B = \emptyset$, 显然不成立; 当 $a > 2$ 时, $(x+2)(x+a) < 0 \Leftrightarrow -a < x < -2$, 不也许有 $A \subseteq B$, 故 $a \in (-\infty, -4)$.

12. 不等式 $(x-1)(x-2) > 0$, 解得 $x > 2$ 或 $x < 1$, 因此 A 为 $(-\infty, 1) \cup (2, +\infty)$. 不等式 $x^2 + (a-1)x - a > 0$ 可以化为 $(x-1)(x+a) > 0$, 当 $-a \leq 1$ 时, 解得 $x > 1$ 或 $x < -a$, 即 B 为 $(-\infty, -a) \cup (1, +\infty)$, 此时 $a = -1$; 当 $-a > 1$ 时, 不等式 $(x-1)(x+a) > 0$ 的解集是 $(-\infty, 1) \cup (-a, +\infty)$, 此时 $-a < 2$, 即 $-2 < a < -1$. 综合知 $-2 < a \leq -1$.

二、填空题

13. (1, 4) 14. $[-8, 0]$ 15. 错误!未定义书签。 16. ①② 17. $(-\infty, -2] \cup \{1\}$

18. 充足不必要

提醒:

13. 由 $|x-m| < 2$ 得 $-2 < x-m < 2$, 即 $m-2 < x < m+2$. 依题意有集合 $\{x | 2 \leq x \leq 3\}$ 是 $\{x | m-2 < x < m+2\}$ 的真子集, 于是有错误!, 由此解得 $1 < m < 4$, 即实数 m 的取值范围是 $(1, 4)$.

14. 由题意知, x 为任意实数时, 均有 $ax^2 - ax - 2 \leq 0$ 恒成立.

当 $a=0$ 时, $-2 \leq 0$ 成立.

当 $a \neq 0$ 时, 由错误!得 $-8 \leq a < 0$,

因此 $-8 \leq a \leq 0$.

15. 设方程的两根分别为 x_1, x_2 , 当有一种非负实根时, $x_1 x_2 = a^2 - 2 \leq 0$, 即 $-\sqrt{2} \leq a \leq$ 错误!; 当有两个非负实根时, 错误! \Leftrightarrow 错误! 即错误!未定义书签。 $\leq a \leq$ 错误!. 综上, 得-错误! $\leq a \leq$ 错误!未定义书签。

16. ①逆命题与逆否命题之间不存在必然的真假关系, 故①错误; ②此命题的逆否命题为“设 $a, b \in \mathbb{R}$, 若 $a=3$ 且 $b=3$, 则 $a+b=6$ ”, 此命题为真命题, 因此原命题也是真命题, ②错误; ③错误!未定义书签。 $<$ 错误!, 则错误!未定义书签。 -错误!未定义书签。 $=$ 错误!未定义书签。 < 0 , 解得 $x < 0$ 或 $x > 2$, 因此“ $x > 2$ ”是“错误!未定义书签。 $<$ 错误!”的充足不必要条件, 故③对的; ④否命题和逆命题是互为逆否命题,

真假性相似，故④对的.

17. 若 p 是真命题, 即 $a \leq (x^2)_{\min}, x \in [1, 2]$, 因此 $a \leq 1$ 若 q 是真命题, 即 $x^2 + 2ax + 2 - a = 0$ 有解, 则 $\Delta = 4a^2 - 4(2 - a) \geq 0$, 即 $a \geq 1$ 或 $a \leq -2$. 命题“ p 且 q ”是真命题, 则 p 是真命题, q 也是真命题, 故有 $a \leq -2$ 或 $a = 1$.

三、解答题

19. 解: (1) 命题 p 的否命题为: 若 $ac < 0$, 则二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有实根.

(2) 命题 p 的否命题是真命题. 证明如下:

因为 $ac < 0$, 所以 $-ac > 0$, 所以 $\Delta = b^2 - 4ac > 0$,

因此二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有实根.

故该命题是真命题.

20. 解: 由于“ $A \cap B = \emptyset$ ”是假命题, 因此 $A \cap B \neq \emptyset$.

设全集 $U = \{m \mid \Delta = (-4m)^2 - 4(2m + 6) \geq 0\}$,

则 $U = \{m \mid m \leq -1 \text{ 或 } m \geq \frac{3}{2}\}$.

假设方程 $x^2 - 4mx + 2m + 6 = 0$ 的两根 x_1, x_2 均非负, 则有

错误! \Rightarrow 错误! 未定义书签。 $\Rightarrow m \geq$ 错误! 未定义书签。 .

又集合 $\{m \mid m \geq$ 错误! $\}$ 有关全集 U 的补集是 $\{m \mid m \leq -1\}$,

因此实数 m 的取值范围是 $\{m \mid m \leq -1\}$.

21.解: (1) 不存在. 由 $x^2 - 8x - 20 \leq 0$ 得 $-2 \leq x \leq 10$,

因此 $P = \{x \mid -2 \leq x \leq 10\}$,

由于 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的充要条件, 因此 $P = S$,

因此错误!因此错误!未定义书签。

这样的 m 不存在.

(2)存在.

由题意 $x \in P$ 是 $x \in S$ 的必要条件, 则 $S \subseteq P$.

因此错误!未定义书签。因此 $m \leq 3$.

又 $1+m \geq 1-m$, 因此 $m \geq 0$.

综上, 可知 $0 \leq m \leq 3$ 时, $x \in P$ 是 $x \in S$ 的必要条件.

22.解: 由于函数 $y = c^x$ 在 \mathbf{R} 上单调递减, 因此 $0 < c < 1$.

即 $p: 0 < c < 1$, 由于 $c > 0$ 且 $c \neq 1$, 因此 $\neg p: c > 1$.

又由于 $f(x) = x^2 - 2cx + 1$ 在错误!上为增函数, 因此 $c \leq$ 错误!. 即 $q: 0 < c \leq$ 错误!, 由于 $c > 0$ 且 $c \neq 1$,

因此 $\neg q: c >$ 错误!未定义书签。且 $c \neq 1$.

又由于“ p 或 q ”为真, “ p 且 q ”为假,

因此 p 真 q 假或 p 假 q 真.

①当 p 真, q 假时, $\{c \mid 0 < c < 1\} \cap$ 错误!未定义书签。= 错误!未定义书签。.

②当 p 假, q 真时, $\{c \mid c > 1\} \cap \text{错误!未定义书签。} = \square$.

综上所述,实数 c 的取值范围是错误!

23.解:由 $2x^2+ax-a^2=0$ 得 $(2x-a)(x+a)=0$,

因此 $x=\text{错误!未定义书签。}$ 或 $x=-a$,

因此当命题 p 为真命题时错误!未定义书签。 ≤ 1 或 $|-a| \leq 1$, 因此 $|a| \leq 2$.

又“只有一种实数 x_0 满足不等式 $x\text{错误!未定义书签。}+2ax_0+2a \leq 0$ ”,

即抛物线 $y=x^2+2ax+2a$ 与 x 轴只有一种交点,

因此 $\Delta=4a^2-8a=0$, 因此 $a=0$ 或 $a=2$.

因此当命题 q 为真命题时, $a=0$ 或 $a=2$.

因此命题“ p 或 q ”为真命题时, $|a| \leq 2$.

由于命题“ p 或 q ”为假命题, 因此 $a > 2$ 或 $a < -2$.

即 a 的取值范围为 $\{a \mid a > 2 \text{ 或 } a < -2\}$.

24.证明: 由于数列 $\{\text{错误!未定义书签。}\}$ 是公比为 2 的等比数列, 因此 $\sqrt{S_n+1}=\text{错误!未定义书签。} \cdot 2^{n-1}$, 即 $S_n+1=(a_1+1) \cdot 4^{n-1}$.

由于 $a_n=\text{错误!未定义书签。}$

因此 $a_n=\text{错误!未定义书签。}$ 显然, 当 $n \geq 2$ 时, $\text{错误!未定义书签。}=4$.

①充足性: 当 $a_1=3$ 时, $\text{错误!未定义书签。}=4$, 因此对 $n \in \mathbf{N}^*$, 均有 $\text{错误!未定义书签。}=4$, 即数列 $\{a_n\}$ 是等比数列.

②必要性：由于 $\{a_n\}$ 是等比数列，因此错误!未定义书签。 $=4$,

即 $f(3(a_1+1), a_1) = 4$ ，解得 $a_1 = 3$.

综上，数列 $\{a_n\}$ 成等比数列的充要条件是 $a_1 = 3$.

第二章 圆锥曲线与方程 测试题

一、选择题(本大题共 12 小题，每题 5 分，共 60 分. 在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目规定的)

1. 假如抛物线的顶点在原点，对称轴为 x 轴,焦点在直线 $3x - 4y - 12 = 0$ 上，那么抛物线的方程是()

- A. $y^2 = -16x$ B. $y^2 = 12x$ C. $y^2 = 16x$ D. $y^2 = -12x$

2. 设 F_1, F_2 分别是双曲线 $x^2 - \text{错误!未定义书签} = 1$ 的左、右焦点. 若点 P 在双曲线上,且 $|PF_1| = 5$,则 $|PF_2| =$ ()

- A. 5 B. 3 C. 7 D. 3 或 7

3. 已知椭圆错误!+错误!=1, F_1, F_2 分别为其左、右焦点，椭圆上一点 M 到 F_1 的距离是 2, N 是 MF_1 的中点,则 $|ON|$ 的长为()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

4. “ $2 < m < 6$ ”是“方程错误!+错误!=1 表达椭圆”的 ()

A. 充足不必要条件

B. 必要不充足条件

C. 充要条件

D. 既不充足也不必要条件

5. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦距为 4, 一焦点是抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点, 则双曲线的离心率 e 等于()

A. 2

B. 错误!未定义书签。

C. 错误!

D. 错

错误!未定义书签。

6. 已知点 $A(3, 4)$, F 是抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点, M 是抛物线上的动点, 当 $|AM| + |MF|$ 最小时, M 点坐标是()

A. $(0, 0)$

B. $(3, 2)$ 错误!未定义书签。

C. $(3, -2)$ 错误!

D. $(2,$

4)

7. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\frac{5}{4}$, 则椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率为()

A. $\frac{1}{4}$

B. 错误!

C. 错误!

D. 错误!未定义

书签。

8. 设 F_1, F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{24} = 1$ 的两个焦点, P 是双曲线上的一点, 且 $3|PF_1| = 4|PF_2|$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于()

A. $4\sqrt{2}$

B. $8\sqrt{3}$

C. 24

D. 48

9. 已知点 $A(1, 2)$ 是抛物线 $C: y^2 = 2px$ 与直线 $l: y = k(x + 1)$ 的一种交点, 则抛物线 C 的焦点到直线 l 的距离是()

- A. 错误!未定义书签。 B. 错误!未定义书签。 C. 错误!未定义书签。

D. 2 错误!未定义书签。

10. 若点 O 和点 F 分别为椭圆 **错误!未定义书签。** $\frac{y^2}{3} = 1$ 的中心和左焦点, 点 P 为椭圆上的任意一点, 则 **错误!未定义书签。** 错误!的最大值为 ()

- A. 6 B. 3 C. 2 D. 8

11. 已知以 $F_1(-2, 0), F_2(2, 0)$ 为焦点的椭圆与直线 $x + \text{错误!未定义书签。}$ $y + 4 = 0$ 有且仅有一种交点, 则椭圆的长轴长为()

- A. 3 错误! B. 2 错误!未定义书签。 C. 2 错误!

D. 错误!未定义书签。

12. 双曲线 **错误!未定义书签。** $\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的切线交双曲线的左、右支分别于点 B, C , 且 $|BC| = |CF_2|$, 则双曲线的渐近线方程为()

- A. $y = \pm 3x$ B. $y = \pm 2\sqrt{2}x$ C. $y = \pm(1 + \sqrt{3})x$ D. $y = \pm(\sqrt{3} - 1)x$

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中横线上)

13. 抛物线 $y = 4x^2$ 的焦点到准线的距离是_____.

14. 中心在原点,焦点在 x 轴上,若长轴长为 18, 且两个焦点恰好将长轴三等分,则此椭圆的方程是_____.

15. 若点 P 在曲线 $C_1: \sqrt{(x-2)^2 + y^2} - \sqrt{(x+2)^2 + y^2} = 1$ 上,点 Q 在曲线 $C_2: (x-5)^2 + y^2 = 1$ 上, 点 R 在曲线 $C_3: (x+5)^2 + y^2 = 1$ 上, 则 $|PQ| - |PR|$ 的最大值是_____.

16. 已知点 P 是抛物线 $y^2 = 2x$ 上的动点,点 P 到准线的距离为 d , 且点 P 在 y 轴上的射影是 M , 点 $A(\sqrt{7}, 2)$, 则 $|PA| + |PM|$ 的最小值是_____.

17. 已知 F_1 为椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 的左焦点,直线 $l: y = x - 1$ 与椭圆 C 交于 A, B 两点, 则 $|F_1A| + |F_1B|$ 的值为_____.

18. 过抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点作斜率为 $\sqrt{3}$ 的直线与该抛物线交于 A, B 两点, A, B 在 y 轴上的正射影分别为 D, C , 若梯形 $ABCD$ 的面积为 $10\sqrt{3}$, 则 $p =$ _____.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 60 分. 解答应写出文字阐明、证明过程或演算环节)

19. (10 分) 已知双曲线的渐近线方程为 $y = \pm \frac{4}{3}x$, 并且焦点都在圆 $x^2 + y^2 = 10$ 上, 求双曲线方程.

20. (10 分) 已知点 $P(3, 4)$ 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的一点, F_1, F_2 是椭圆的左、右焦点, 若 $PF_1 \perp PF_2$, 试求:

(1) 椭圆的方程; (2) $\triangle PF_1F_2$ 的面积.

21. (10 分) 抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 有一种内接直角三角形, 直角顶点是原点, 一条直角边所在直线方程为 $y = 2x$, 斜边长为 $5\sqrt{13}$, 求此抛物线方程.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/488054055026006026>