

## 2023 届高考数学 · 备战热身卷 5

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，有一项符合题目要求。）

1.（2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习）已知集合

$$A = \{x | -3 \leq -2x + 1 < 5\}, \quad B = \left\{x \mid y = \ln(x+1) + \frac{1}{x}\right\}, \quad \text{则 } A \cap B = ( \quad )$$

- A.  $(-1, 2)$                       B.  $(-1, 2]$                       C.  $(-1, 0) \cup (0, 2]$   
D.  $(-1, 0) \cup (0, 2)$

2.（2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习）已知复数  $z$  满足条件

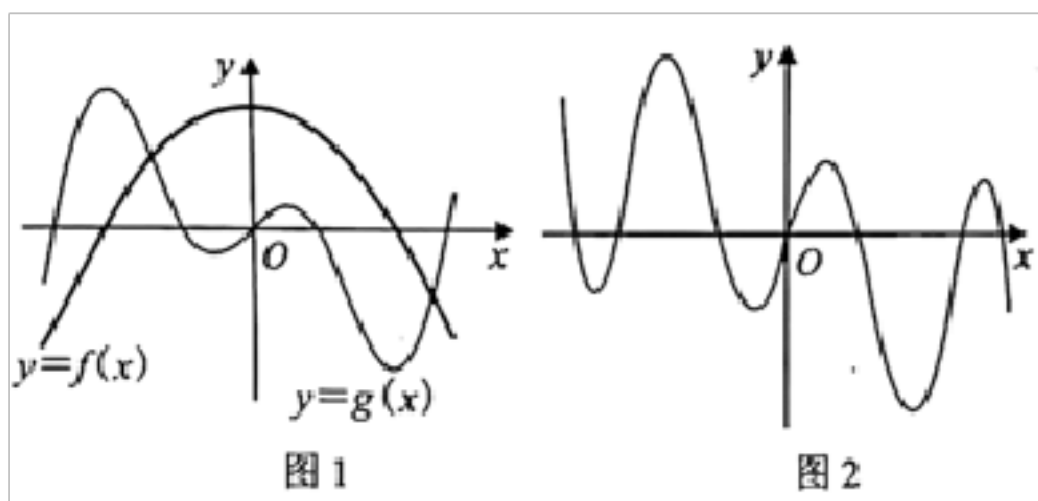
$$z \cdot \bar{z} + z = 6 + 2i, \quad \text{则 } |z| = ( \quad )$$

- A.  $\sqrt{5}$                       B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $\sqrt{5}$  或  $2\sqrt{2}$                       D.  $\sqrt{5}$  或  $\sqrt{6}$

3.（2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习）已知函数  $f(x)$  与  $g(x)$  的部分

图象如图 1（粗线为  $f(x)$  部分图象，细线为  $g(x)$  部分图象）所示，

则图 2 可能是下列哪个函数的部分图象（      ）



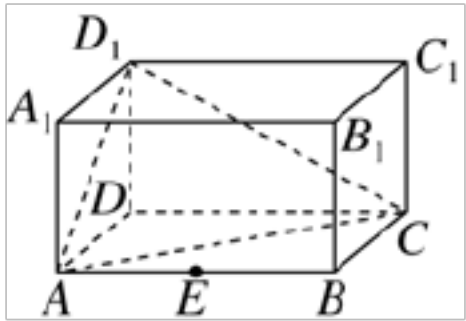
- A.  $y = f(g(x))$                       B.  $y = f(x)g(x)$                       C.  $y = g(f(x))$   
D.  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$

4.（2022·陕西·西安市长安区第十二中学高一阶段练习）设  $S_n$  为

等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，且  $a_1 = -2018$ ,  $\frac{S_{2018}}{2018} - \frac{S_{2016}}{2016} = 2$ , 则  $a_2 = ( \quad )$

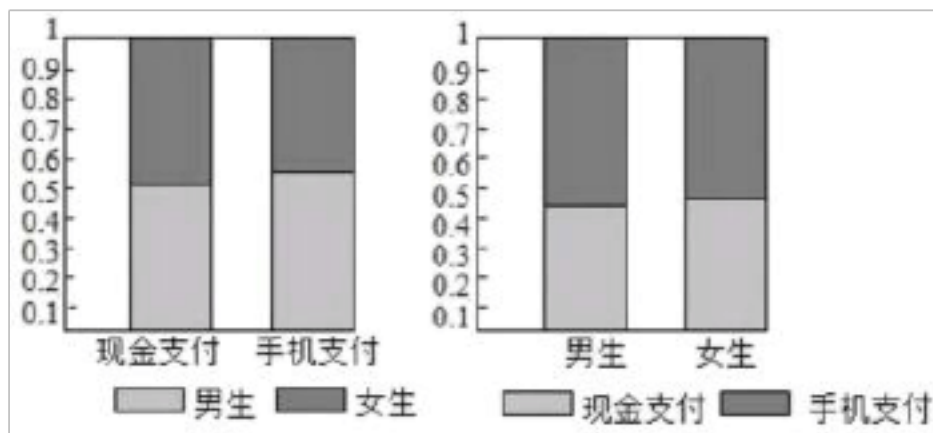
- A.  $-2016$                       B.  $-2018$                       C.  $2018$                       D.  $2016$

5. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 如图, 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AD=AA_1=1$ ,  $AB=2$ , 点  $E$  是棱  $AB$  的中点, 则点  $E$  到平面  $ACD_1$  的距离为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{6}$

6. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 为了解某高校学生使用手机支付和现金支付的情况, 抽取了部分学生作为样本, 统计其喜欢的支付方式, 并制作出如等高条形图:



根据图中的信息, 下列结论中不正确的是 ( )

- A. 样本中多数男生喜欢手机支付      B. 样本中的女生数量少于男生数量
- C. 样本中多数女生喜欢现金支付      D. 样本中喜欢现金支付的数量少于喜欢手机支付的数量

7. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 若双曲线

$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  为  $C$  的左支上任意一点, 直线  $l$  是双曲线的一条渐近线,  $PQ \perp l$ , 垂足为  $Q$ . 当  $|PF_1| + |PQ|$

的最小值为 6 时， $F_1Q$  的中点在双曲线  $C$  上，则  $C$  的方程为 ( )

- A.  $x^2 - y^2 = 2$    B.  $x^2 - y^2 = 4$    C.  $x^2 - \frac{y^2}{16} = 1$    D.  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$

8. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 已知  $f(x) = \begin{cases} |\ln(-x)|, & x < 0 \\ x^2 - 4x + 5, & x \geq 1 \end{cases}$ ,

若方程  $f(x) = m (m \in \mathbf{R})$  有四个不同的实数根  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ，则  $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$  的取值范围是 ( )

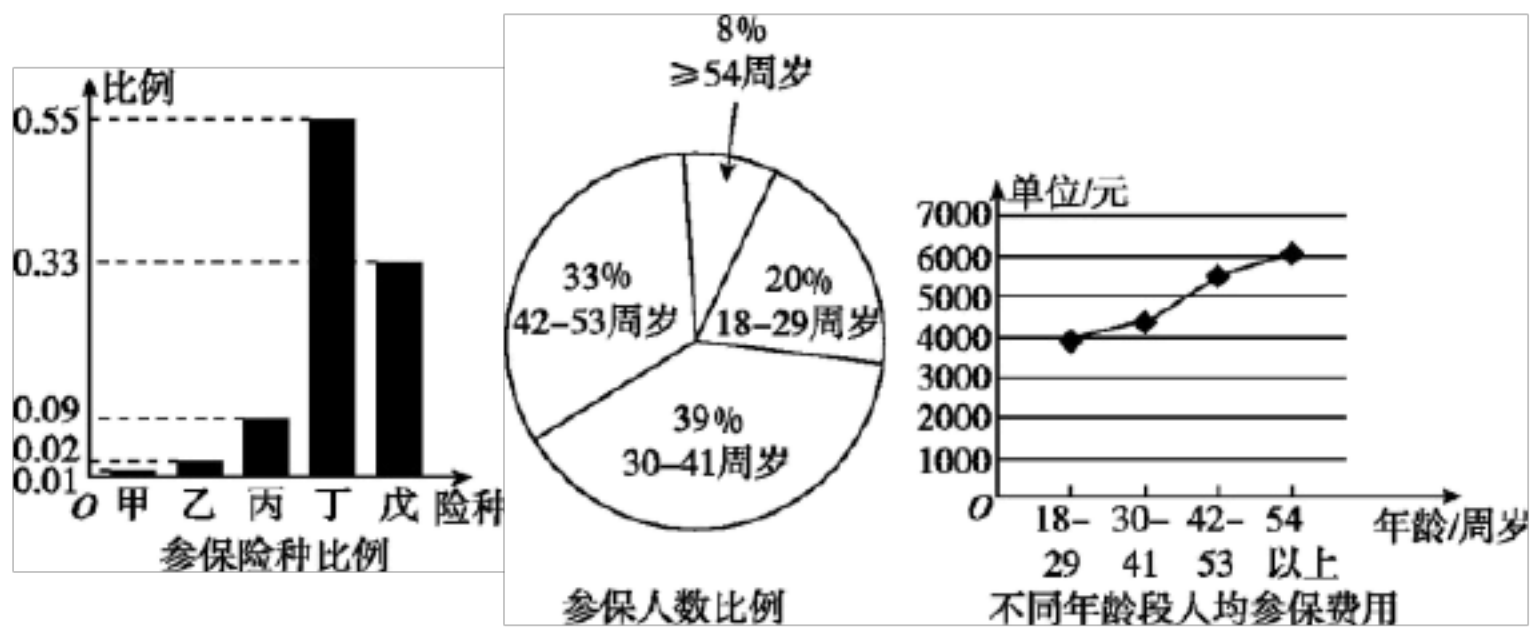
- A. (3, 4)   B. (2, 4)   C. [0, 4)   D. [3, 4)

二、多选题 (本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。)

9. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 方程  $\frac{x^2}{4-k} + \frac{y^2}{k-1} = 1$  表示的曲线为  $C$ ，下列正确的命题是 ( )

- A. 曲线  $C$  可以是圆   B. 若  $1 < k < 4$ ，则曲线  $C$  为椭圆  
C. 若曲线  $C$  为双曲线，则  $k < 1$  或  $k > 4$    D. 若曲线  $C$  表示焦点在  $x$  轴上的椭圆，则  $1 < k < \frac{5}{2}$

10. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 某保险公司为客户定制了 5 个险种：甲，一年期短险；乙，两全保险；丙，理财类保险；丁，定期寿险；戊，重大疾病保险。各种保险按相关约定进行参保与理赔。该保险公司对 5 个险种参保客户进行抽样调查，得出如图所示的统计图，以下四个选项中，说法正确的有 ( )



- A. 54 周岁以上客户人数最多 B. 18-29 周岁客户参保总费用最少  
 C. 丁险种更受客户青睐 D. 30 周岁以上的客户约占参保客户的 80%

11. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 已知  $1 < a < b < e$  ( $e$  为自然对数的底数), 则 ( )

- A.  $ab < ba$  B.  $ba > e_e^{ab}$  C.  $aa > e_e^{ab}$  D.  $ab < e_e^{ab}$

12. (2022·全国·高二课时练习) 有四根长都为 2 的直铁条, 若再选两根长都为  $a$  的直铁条, 使这六根直铁条端点处相连能够焊接成一个对棱相等的三棱锥铁架, 则此三棱锥的体积可能是 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{14}}{12}$  B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  C.  $\frac{16\sqrt{3}}{27}$  D.  $\frac{19\sqrt{3}}{27}$

三、填空题 (本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。)

13. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 已知  $\sin(\pi - \alpha)\cos \beta = \frac{1}{3}$ ,  $\cos \alpha \sin \beta = \sin \frac{29\pi}{6}$ , 则  $\sin(\alpha + \beta) =$  \_\_\_\_\_.

14. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习)  $(1-x)\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^5$  展开式中  $x^{\frac{1}{2}}$  的系数为 \_\_\_\_\_.

15. (人教 A 版 (2019) 选修第三册名师精选学业水平综合性测

试卷) 学校有  $a$ ,  $b$  两个餐厅, 如果王同学早餐在  $a$  餐厅用餐, 那么他午餐也在  $a$  餐厅用餐的概率是  $\frac{3}{4}$ ; 如果他早餐在  $b$  餐厅用餐, 那么他午餐在  $a$  餐厅用餐的概率是  $\frac{1}{4}$ . 若王同学早餐在  $a$  餐厅用餐的概率是  $\frac{3}{4}$ , 那么他午餐在  $a$  餐厅用餐的概率是\_\_\_\_\_.

16. (2022·广西柳州·三模(理)) 已知对棱相等的四面体被称为“等腰四面体”, 它的四个面是全等的锐角三角形. 在等腰四面体  $A-BCD$  中,  $AB = AC = 3$ ,  $BC = 4$ , 则该四面体的内切球表面积为\_\_\_\_\_.

四、解答题 (本题共 6 小题, 共 70 分. 第 17 题 10 分, 其余每题 12 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. (2021·全国·模拟预测) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A$ ,  $B$ ,  $C$  所对的边分别为  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\angle B$  的平分线与  $AC$  交于点  $D$ .

(1) 若  $c = 2a$ ,  $\triangle ABD$  的面积为 6, 求  $\triangle ABC$  的面积;

(2) 若  $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ ,  $BD = 4$ , 求  $\triangle ABC$  周长的最小值.

18. (2022·陕西周至·一模(理)) 某科研机构为了研究喝酒与糖尿病是否有关, 对该市 30 名成年男性进行了问卷调查, 并得到了如下

列联表，规定“平均每天喝100mL以上的”为常喝.已知在所有的30人中随机抽取1人，患糖尿病的概率为 $\frac{4}{15}$ .

	常喝	不常喝	合计
有糖尿病	6		
无糖尿病		18	
合计			30

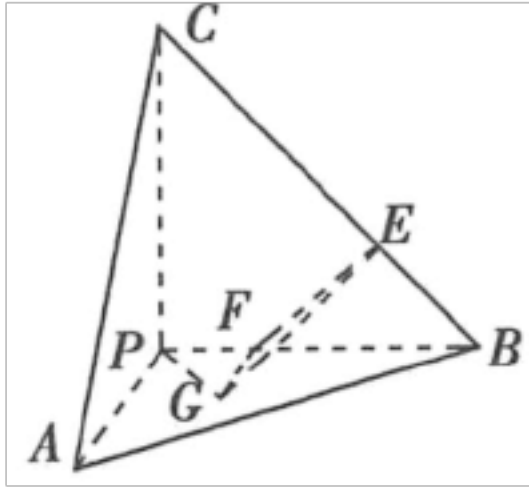
(1)请将上表补充完整，并判断是否有99.5%的把握认为糖尿病与喝酒有关？请说明理由；

(2)已知常喝酒且有糖尿病的6人中恰有两名老年人，其余为中年人，现从常喝酒且有糖尿病的这6人中随机抽取2人，求恰好抽到一名老年人和一名中年人的概率.

参考公式及数据：
$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, \quad n = a+b+c+d.$$

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

19. (2021·广东·广州市第二中学高二期中)如图,在三棱锥  $P-ABC$  中,三条侧棱  $PA, PB, PC$  两两垂直,且  $PA=PB=PC=3$ ,  $G$  是  $\triangle PAB$  的重心,  $E, F$  分别为  $BC, PB$  上的点,且  $BE:EC=PF:FB=1:2$ .



- (1) 求证: 平面  $GEF \perp$  平面  $PBC$ ;
- (2) 求证:  $EG$  是直线  $PG$  与  $BC$  的公垂线;
- (3) 求异面直线  $PG$  与  $BC$  的距离.

20. (2022·全国·模拟预测) 已知数列  $\{a_n\}$  中  $a_1=1, a_n = \sqrt{1+a_{n-1}^2} (n \geq 2)$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $c_n = a_{2n-1}$ , 数列  $\left\{\frac{1}{c_n}\right\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ , 证明:  $a_{2n+1} - 1 < T_n \leq a_{2n-1}$ .

21. (2022·全国·模拟预测) 已知  $F_1, F_2$  是双曲线

$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 且双曲线  $C$  过点  $P\left(\frac{\sqrt{15}}{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ ,

$$\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = 0.$$

(1) 求双曲线  $C$  的方程;

(2) 已知过点  $(0, -1)$  的直线  $l$  交双曲线  $C$  左、右两支于  $M, N$  两点, 交双曲线  $C$  的渐近线于  $P, Q$  (点  $Q$  位于  $y$  轴的右侧) 两点, 求  $\frac{MP}{PQ} + \frac{QN}{PQ}$  的取值范围.



22. (2022·新疆·一模(文))已知实数  $a > 0$ , 设函数  $f(x) = e^{x+a} - \frac{1}{2}e^{2ax}$ ,

$f'(x)$  是函数  $f(x)$  的导函数.

(1) 当  $a=1$  时, 求函数  $f(x)$  的单调区间;

(2) 证明:  $f'(x)$  存在唯一零点, 并求零点的最大值.

## 2023 届高考数学 · 备战热身卷 5

一、单选题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的选项中，有一项符合题目要求。）

1.（2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习）已知集合

$$A = \{x | -3 \leq -2x + 1 < 5\}, \quad B = \left\{x \mid y = \ln(x+1) + \frac{1}{x}\right\}, \quad \text{则 } A \cap B = (\quad)$$

- A.  $(-1, 2)$       B.  $(-1, 2]$       C.  $(-1, 0) \cup (0, 2]$   
D.  $(-1, 0) \cup (0, 2)$

**【答案】C**

**【详解】**由  $-3 \leq -2x + 1 < 5$  得：  $-2 < x \leq 2$ ，  $\therefore A = (-2, 2]$ ；

由  $\begin{cases} x+1 > 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$  得：  $x > -1$  且  $x \neq 0$ ，  $\therefore B = (-1, 0) \cup (0, +\infty)$ ；  $\therefore A \cap B = (-1, 0) \cup (0, 2]$ .

2.（2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习）已知复数  $z$  满足条件

$$z \cdot \bar{z} + z = 6 + 2i, \quad \text{则 } |z| = (\quad)$$

- A.  $\sqrt{5}$       B.  $2\sqrt{2}$       C.  $\sqrt{5}$  或  $2\sqrt{2}$       D.  $\sqrt{5}$  或  $\sqrt{6}$

**【答案】C**

**【详解】**设  $z = x + yi$  ( $x, y \in \mathbb{R}$ )，则  $\bar{z} = x - yi$ ，所以，  $z\bar{z} = x^2 + y^2$ ，

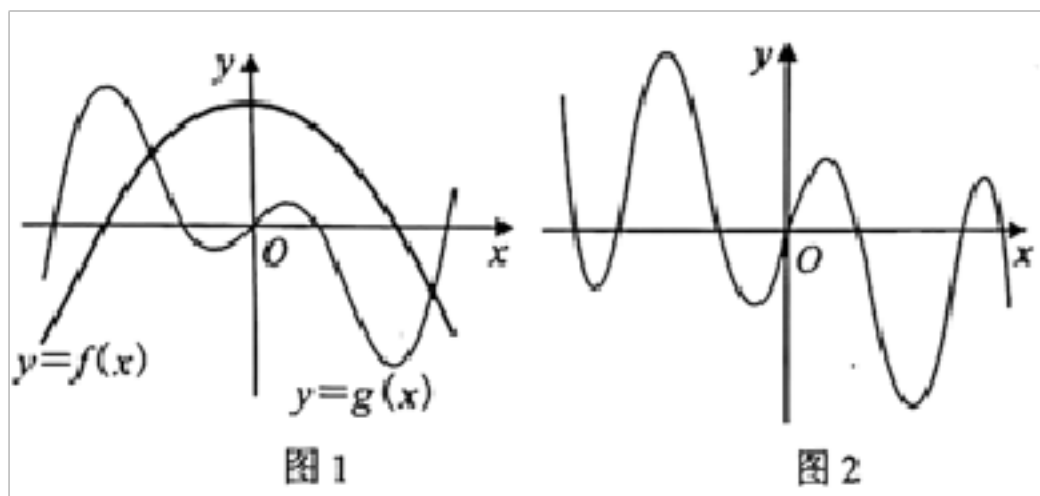
所以，  $z \cdot \bar{z} + z = (x^2 + y^2 + x) + yi = 6 + 2i$ ，则  $\begin{cases} x^2 + y^2 + x = 6 \\ y = 2 \end{cases}$ ，解得  $\begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$  或

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases},$$

故  $z = -2 + 2i$  或  $z = 1 + 2i$ ，因此，  $|z| = 2\sqrt{2}$  或  $\sqrt{5}$ .

3.（2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习）已知函数  $f(x)$  与  $g(x)$  的部分图象如图 1（粗线为  $f(x)$  部分图象，细线为  $g(x)$  部分图象）所示，

则图 2 可能是下列哪个函数的部分图象 ( )



A.  $y = f(g(x))$

B.  $y = f(x)g(x)$

C.  $y = g(f(x))$

D.  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$

**【答案】 B**

**【详解】** 由图 1 可知  $f(x)$  为偶函数，  $g(x)$  为奇函数，

A 选项，  $f(g(-x)) = f(-g(x)) = f(g(x))$ ， 所以  $y = f(g(x))$  是偶函数， 不符合图 2. A 错.

C 选项，  $g(f(-x)) = g(f(x))$ ， 所以  $y = g(f(x))$  是偶函数， 不符合图 2. C 错.

D 选项，  $g(0) = 0$ ， 所以  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  的定义域不包括 0， 不符合图 2. D 错.

B 选项，  $f(-x)g(-x) = -f(x)g(x)$ ， 所以  $y = f(x)g(x)$  是奇函数， 符合图 2， 所以 B 符合.

4. (2022·陕西·西安市长安区第十二中学高一阶段练习) 设  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， 且  $a_1 = -2018$ ，  $\frac{S_{2018}}{2018} - \frac{S_{2016}}{2016} = 2$ ， 则  $a_2 = ( )$

A. -2 016

B. -2 018

C. 2 018

D. 2 016

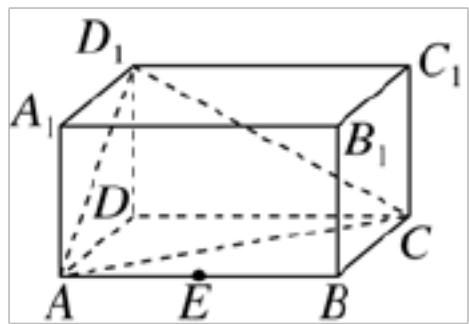
**【答案】 A**

【详解】因为  $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和，所以  $\{\frac{S_n}{n}\}$  为等差数列，且首项为  $-2018$ 。

又因为  $\frac{S_{2018}}{2018} - \frac{S_{2016}}{2016} = 2$ ，所以公差为  $1$ ，所以  $\frac{S_2}{2} = -2018 + 1 = -2017$ 。

所以  $S_2 = a_1 + a_2 = -2017 \times 2$ 。即  $a_2 = -2016$ 。

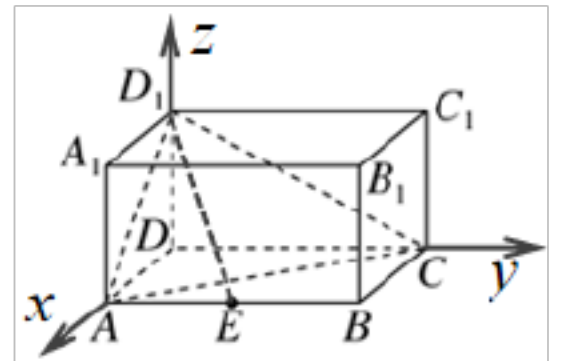
5. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 如图，在长方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中， $AD = AA_1 = 1$ ， $AB = 2$ ，点  $E$  是棱  $AB$  的中点，则点  $E$  到平面  $ACD_1$  的距离为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{6}$

【答案】C

【详解】如图，以  $D$  为坐标原点， $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DD_1}$ ，分别为  $x$  轴， $y$  轴、 $z$  轴正方向建立空间直角坐标系，则  $D_1(0,0,1), E(1,1,0), A(1,0,0), C(0,2,0)$ 。



从而  $\overrightarrow{DE} = (1,1,-1), \overrightarrow{AC} = (-1,2,0), \overrightarrow{AD_1} = (-1,0,1)$ 。

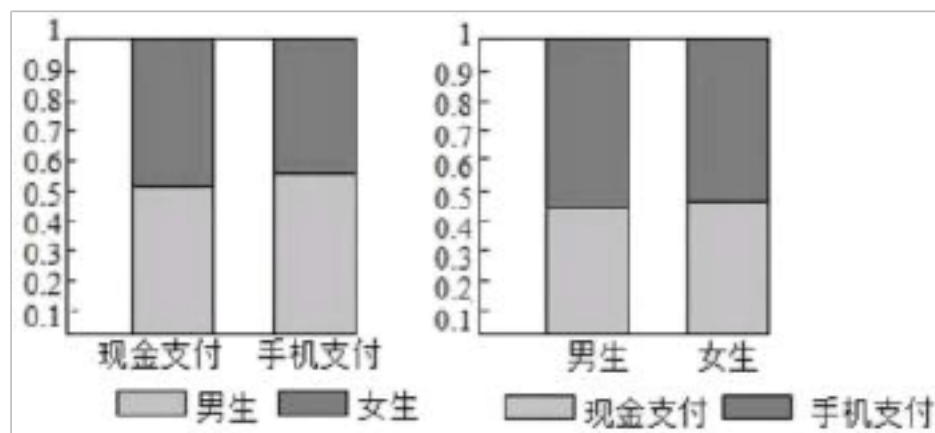
设平面  $ACD_1$  的法向量为  $\vec{n} = (a,b,c)$ ，则  $\begin{cases} \vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \\ \vec{n} \cdot \overrightarrow{AD_1} = 0 \end{cases}$ ，即  $\begin{cases} -a + 2b = 0 \\ -a + c = 0 \end{cases}$ ，得

$$\begin{cases} a = 2b \\ a = c \end{cases}$$

令  $a = 2$ ，则  $\vec{n} = (2,1,2)$ ，所以点  $E$  到平面  $ACD_1$  的距离为

$$h = \frac{|\overrightarrow{DE} \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|} = \frac{2+1-2}{3} = \frac{1}{3}$$

6. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 为了解某高校学生使用手机支付和现金支付的情况, 抽取了部分学生作为样本, 统计其喜欢的支付方式, 并制作出如等高条形图:



根据图中的信息, 下列结论中不正确的是 ( )

- A. 样本中多数男生喜欢手机支付
- B. 样本中的女生数量少于男生数量
- C. 样本中多数女生喜欢现金支付
- D. 样本中喜欢现金支付的数量少于喜欢手机支付的数量

**【答案】C**

**【详解】**对于 A, 由右图可知, 样本中多数男生喜欢手机支付, A 对;  
 对于 B, 由左图可知, 样本中的男生数量多于女生数量, B 对;  
 对于 C, 由右图可知, 样本中多数女生喜欢手机支付, C 错;  
 对于 D, 由右图可知, 样本中喜欢现金支付的数量少于喜欢手机支付的数量, D 对.

7. (2022·湖南·雅礼中学高三阶段练习) 若双曲线

$$C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

的左右焦点分别为  $F_1, F_2$ , 点  $P$  为  $C$  的左支上任意一点, 直线  $l$  是双曲线的一条渐近线,  $PQ \perp l$ , 垂足为  $Q$ . 当  $|PF_1| + |PQ|$

取最小值时,  $|PF_2|$  的值为  $\frac{5}{2}a$ .

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/495001331114011124>