

第01讲 集合(精讲+精练)

目录

第一部分：思维导图（总览全局）

第二部分：知识点精准记忆

第三部分：课前自我评估测试

第四部分：典型例题剖析

高频考点一：集合的基本概念

高频考点二：集合的基本关系

高频考点三：集合的运算

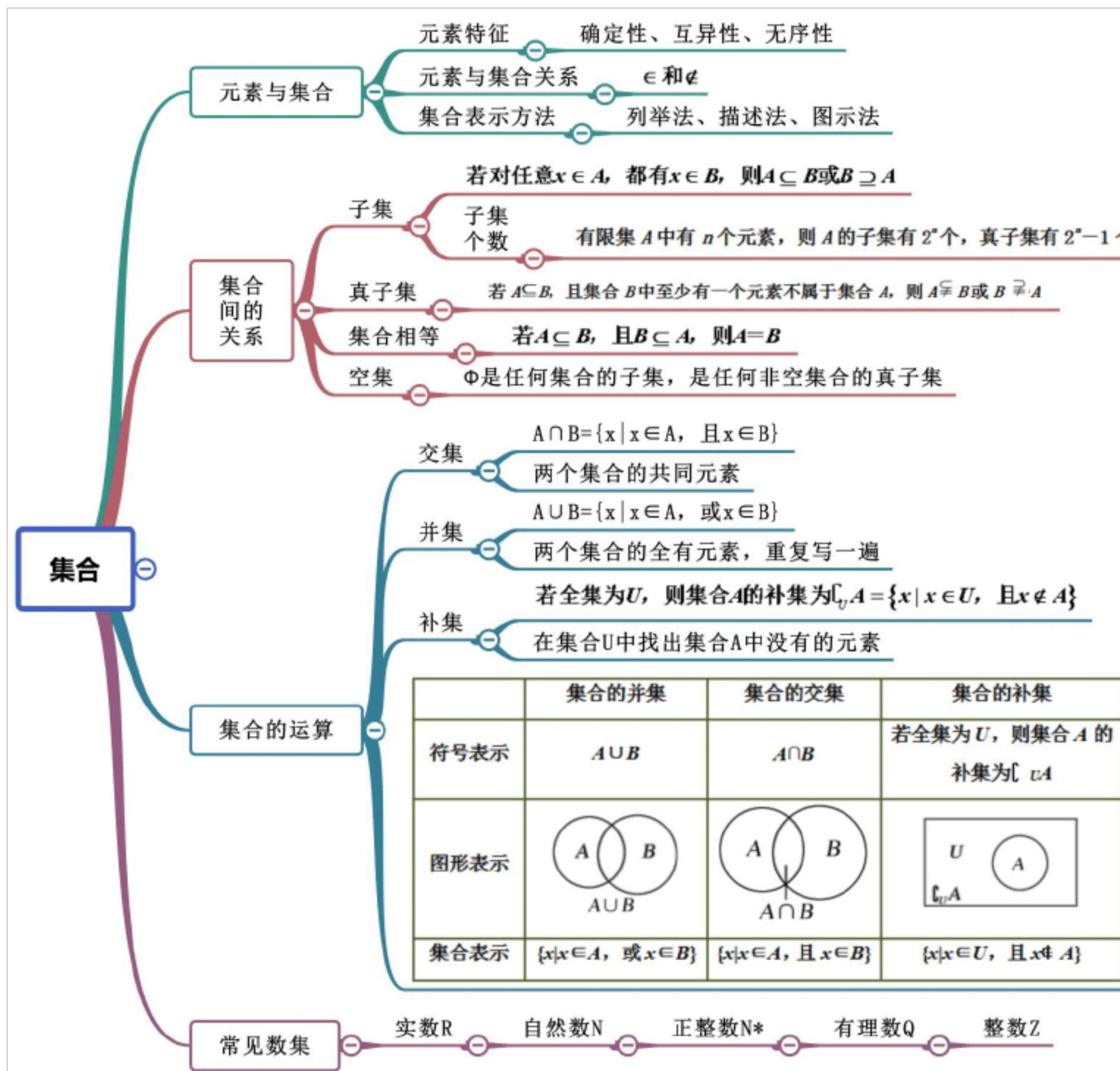
高频考点四：venn图的应用

高频考点五：集合新定义问题

第五部分：高考真题感悟

第六部分：集合(精练)

第一部分：思维导图总览全局



第二部分：知识点精准记忆

1、元素与集合

- (1) 集合中元素的三个特性：确定性、互异性、无序性.
- (2) 元素与集合的关系：属于 或 不属于，数学符号分别记为： \in 和 \notin .
- (3) 集合的表示方法：列举法、描述法、韦恩图（venn图）.
- (4) 常见数集和数学符号

数集	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	\mathbb{N}	\mathbb{N}^+ 或 \mathbb{N}	\mathbb{Z}	\mathbb{Q}	\mathbb{R}

说明：

① 确定性：给定的集合，它的元素必须是确定的；也就是说，给定一个集合，那么任何一个元素在不在这个集合中就确定了. 给定集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，可知 $1 \in A$ ，在该集合中， $6 \notin A$ ，不在该集合中；

② 互异性：一个给定集合中的元素是互不相同的；也就是说，集合中的元素是不重复出现的.

集合 $A = \{a, b, c\}$ 应满足 $a \neq b \neq c$.

③ 无序性：组成集合的元素间没有顺序之分。集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 和 $B = \{1, 3, 5, 2, 4\}$ 是同一个集合.

④ 列举法

把集合的元素一一列举出来，并用花括号“ $\{ \}$ ”括起来表示集合的方法叫做列举法.

⑤ 描述法

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法.

具体方法是：在花括号内先写上表示这个集合元素的一般符号及取值（或变化）范围，再画一条竖线，在竖线后写出这个集合中元素所具有的共同特征.

2、集合间的基本关系

(1) 子集 (subset)：一般地，对于两个集合 A 、 B ，如果集合 A 中任意一个元素都是集合 B 中的元素，我们就说这两个集合有包含关系，称集合 A 为集合 B 的子集，记作 $A \subseteq B$ (或 $B \supseteq A$)，读作“ A 包含于 B ” (或“ B 包含 A ”).

(2) 真子集 (proper subset)：如果集合 $A \subseteq B$ ，但存在元素 $x \in B$ ，且 $x \notin A$ ，我们称集合 A 是集合 B 的真子集，记作 $A \subset B$ (或 $B \supset A$). 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”.

(3) 相等：如果集合 A 是集合 B 的子集 ($A \subseteq B$)，且集合 B 是集合 A 的子集 ($B \subseteq A$)，此时，集合 A 与集合 B 中的元素是一样的，因此，集合 A 与集合 B 相等，记作 $A = B$.

(4) 空集的性质：我们把不含任何元素的集合叫做空集，记作 \emptyset ； \emptyset 是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

3、集合的基本运算

(1) 交集：一般地，由属于集合A且属于集合B的所有元素组成的集合，称为A与B的交集，记作 $A \cap B$ ，即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且} x \in B\}$ 。

(2) 并集：一般地，由所有属于集合A或属于集合B的元素组成的集合，称为A与B的并集，记作 $A \cup B$ ，即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或} x \in B\}$ 。

(3) 补集：对于一个集合A，由全集U中不属于集合A的所有元素组成的集合称为集合A相对于全集U的补集，简称为集合A的补集，记作 $C_U A$ ，即 $C_U A = \{x | x \in U, \text{且} x \notin A\}$ 。

4、集合的运算性质

$$(1) A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B = B \cap A.$$

$$(2) A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A.$$

$$(3) A \cap (C_U A) = \emptyset, A \cup (C_U A) = U, C_U (C_U A) = A.$$

5、高频考点结论

(1) 若有限集A中有 n 个元素，则A的子集有 2^n 个，真子集有 $2^n - 1$ 个，非空子集有 $2^n - 1$ 个，非空真子集有 $2^n - 2$ 个。

(2) 空集是任何集合A的子集，是任何非空集合B的真子集。

$$(3) A \cap B = A \cap B, A \cap A = A, B \cap B = B, C_U C_U A = A.$$

$$(4) C_U (A \cap B) = (C_U A) \cup (C_U B), C_U (A \cup B) = (C_U A) \cap (C_U B).$$

第三部分：课前自我评估测试

一、判断题

1. (2022 江西 贵溪市实验中学高二期末) 集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 的子集共有8个 ()

【答案】错误

集合 $A = \{a, b, c, d\}$ 的子集共有 $2^4 = 16$ 个，

故答案为：错误

2. (2021 江西 贵溪市实验中学高二阶段练习) 集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 和 $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ 表示同一个集合 ()

【答案】 \checkmark

由集合相等的定义可知，集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 和 $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ 表示同一集合。

故答案为： \checkmark 。

3. (2021 江西 贵溪市实验中学高三阶段练习) 满足条件 $M \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2\}$ 的集合M的个数是2个。()

【答案】正确

因 $M = \{1, 2, 3\}$, 则 $M = \{2, 3\}$ 或 $M = \{1, 2, 3\}$,

所以的集合 M 的个数是 2 个.

故答案为: 正确

4. (2021 江西 贵溪市实验中学高三阶段练习) 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - x = 0\}$, 则

$1 \in M$. ()

【答案】正确

因为 $M = \{x \mid x^2 - x = 0\} = \{0, 1\}$

所以 $1 \in M$

5. (2021 江西 贵溪市实验中学高二阶段练习) 满足条件 $M \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数

是 3 ()

【答案】错误

因集合 M 满足 $M \cap \{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$, 于是得 $M = \{2, 3\}$ 或 $M = \{1, 2, 3\}$, 即符合条件的集合 M 有

2 个, 所以原命题是错误的. 故答案为: 错误

二、单选题

1. (2022 广东 茂名 高一期末) 已知集合 $A = \{x \mid y = x^2 - 1\}$, 集合 $B = \{y \mid y = x^2 - 1\}$, 则 $A \cap B$

()

A. \emptyset

B. $\{x \mid x = 1\}$

C. $\{x \mid x = -1\}$

D. \mathbb{R}

【答案】B

由题意, 集合 $A = \mathbb{R}$, $B = \{y \mid y = 1\}$, $\therefore A \cap B = \{x \mid x = 1\}$.

故选: B.

2. (2021 广东 佛山一中高一阶段练习) 已知集合 $A = \{2, 5, 3a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 9, 1 - a, 4\}$,

若 $A \cap B = \{4\}$, 则实数 a 的取值的集合为 ()

A. $\{1, 2, 2\}$

B. $\{1, 2\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{1\}$

【答案】D

集合 $A = \{2, 5, 3a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 9, 1 - a, 4\}$,

又 $A \cap B = \{4\} \therefore 3a - 1 = 4$ 或 $a^2 = 4$, 解得 $a = 1$ 或 $a = 2$ 或 $a = -2$,

当 $a = 1$ 时, $A = \{2, 5, 4, 1\}$, $B = \{6, 9, 0, 4\}$, $A \cap B = \{4\}$, 符合题意;

当 $a = 2$ 时, $A = \{2, 5, 7, 4\}$, $B = \{7, 9, 1, 4\}$, $A \cap B = \{7, 4\}$, 不符合题意;

当 $a = -2$ 时, $A = \{2, 5, 5, 4\}$, $B = \{3, 9, 3, 4\}$, 不满足集合元素的互异性, 不符合题意.

$\setminus a=1$ ，则实数 a 的取值的集合为 $\{1\}$ 。

故选：D.

3. (2022 河南平顶山 高三阶段练习 (文)) 已知集合 $A = \{x \mid x < 1\}$ ， $B = \{x \mid x^2 - x - 6 < 0\}$ ，

则 $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B =$ ()

A. $\{x \mid 1 < x < 3\}$ B. $\{x \mid 1 < x < 2\}$ C. $\{x \mid x < 3\}$ D. $\{x \mid x < 2\}$

【答案】C

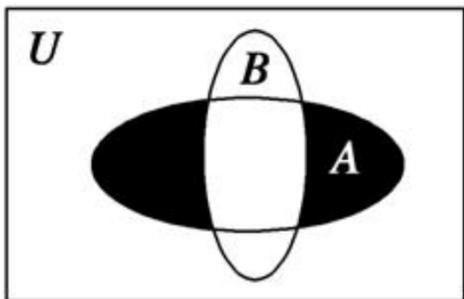
二次不等式求出集合 B ，进而求出 $\complement_{\mathbb{R}} B$ ， $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B = \{x \mid x < 3\}$ 。

【详解】

由题意可得： $B = \{x \mid -2 < x < 3\}$ ，则 $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x \mid x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$ ，故 $A \cap \complement_{\mathbb{R}} B = \{x \mid x < 3\}$ 。

故选：C

4. (2022 湖南沅陵县第一中学高二开学考试) 如图所示，阴影部分表示的集合是 ()



A. $(\complement_U B) \cap A$ B. $(\complement_U A) \cap B$ C. $\complement_U (A \cap B)$ D. $\complement_U (A \cup B)$

【答案】A

由图可知阴影部分属于 A ，不属于 B ，

故阴影部分为 $(\complement_U B) \cap A$ ，

故选：A.

第四部分：典型例题剖析

高频考点一：集合的基本概念

1. (2020 重庆 一模 (理)) 已知集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x - 8 < 0\}$ ， $B = \{x^2 \mid x \in A\}$ ，则 B 中

元素个数为

A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【答案】A

$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 2x - 8 < 0\} = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 < x < 4\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$ ，

$B = \{x^2 \mid x \in A\} = \{0, 1, 4, 9\}$ ， B 中元素个数为 4 个。

故选:A.

本题考查集合的化简, 注意集合元素的满足的条件, 属于基础题.

2. (2021 上海黄浦 一模) 已知集合 $A = \{x, x^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$, 若 $1 \in A$, 则 $x =$ _____.

【答案】 1

$A = \{x, x^2 \mid x \in \mathbb{R}\}$, $1 \in A$,

则 $x = 1$ 或 $x^2 = 1$,

解得 $x = 1$ 或 $x = -1$,

当 $x = -1$ 时, 集合 A 中有两个相同元素, (舍去),

所以 $x = 1$. 故答案为: 1

3. (2012 全国 一模 (理)) 集合 $\left\{x \in \mathbb{N}^* \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$ 中含有的元素个数为

A. 4 B. 6 C. 8 D. 12

【答案】 B

$x = 1, 2, 3, 4, 6, 12$ 共 6 个. 故选 B

4. (2017 河北 武邑宏达学校模拟预测 (理)) 集合 $A = \{x \mid x^2 - 7x + 0, x \in \mathbb{N}^*\}$, 则

$B = \left\{y \mid \frac{6}{y} \in \mathbb{N}^*, y \in A\right\}$ 中元素的个数为

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】 D

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, 所以集合 B 中的元素个数为 4 个, 故选 D.

考点: 集合的表示

5. (2020 湖南 邵东市第十中学模拟预测 (理)) 已知集合 $A = \{1, 0, 1\}$,

$B = \left\{x, y \mid x \in A, y \in A, \frac{x}{y} \in \mathbb{N}\right\}$, 则集合 B 中所含元素的个数为 ()

A. 3 B. 4 C. 6 D. 9

【答案】 B

因为 $x \in A$, $y \in A$, $\frac{x}{y} \in \mathbb{N}$,

所以满足条件的有序实数对为 $(1, 1)$, $(0, 1)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$.

故选:B.

【点睛】 本题考查集合中元素个数的求法, 属于基础题.

6. (2021 全国 二模 (理)) 定义集合运算: $A \cdot B = \{z \mid z = xy, x \in A, y \in B\}$, 设 $A = \{1, 2\}$,

B $\{1, 2, 3\}$ 则集合 A B 的所有元素之和为 ()

- A. 16 B. 18 C. 14 D. 8

【答案】A

由题设知: $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

\therefore 所有元素之和 $1 + 2 + 3 + 4 + 6 = 16$. 故选: A.

研究集合问题时, 首先要明确构成集合的元素是什么, 即弄清该集合是数集、点集, 还是其他集合, 然后

再看集合的构成元素满足的限制条件是什么, 从而准确把握集合的意义, 再求解时注意把握集合元素的三特性中的“互异性”.

高频考点二: 集合的基本关系

1. (2021 广东肇庆 模拟预测) 已知集合 $P = \{x | x < 3\}$, $Q = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 2\}$, 则 ()
- A. $P \subseteq Q$ B. $Q \subseteq P$ C. $P \cap Q = P$ D. $P \cap Q = Q$

【答案】B

由题意, $Q = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 2\} = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $P = \{x | x < 3\}$

故 $Q \subseteq P$, A 错, B 对

又 $P \cap Q = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \neq P$, $P \cap Q = \{x | x < 3\} \neq Q$, 故 C, D 错

故选: B

2. (2020 山东 模拟预测) 已知集合 $M = \{1, x^2\}$, $N = \{x\}$, 若 $N \subseteq M$, 则 $x = \underline{\quad}$.

【答案】0

若 $x = 1$, 则 $x^2 = 1$, 不符合条件;

若 $x^2 = x$, 则 $x = 0$ 或 $x = 1$ (舍去), 经验证 $x = 0$ 符合条件.

故答案为: 0.

3. (2020 江苏省如皋中学二模) 设 $M = \{m, 2\}$, $N = \{m - 2, 2m\}$, 且 $M = N$, 则实数 m 的值是_____.

【答案】0;

因为 $M = \{m, 2\}$, $N = \{m - 2, 2m\}$, 且 $M = N$, 所以 $\begin{cases} m - 2 = m + 2 \\ 2m = 2 \end{cases}$, 解得 $m = 0$,

故答案为: 0.

【点睛】 本题主要考查集合的基本运算, 利用集合相等求解 m 的值是解题关键, 属于基础题.

4. (2021 辽宁 东北育才学校一模) 所有满足 $a \in M \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的集合 M 的个数为_____;

【答案】7

满足 $a \in M \subseteq \{a, b, c, d\}$ 的集合 M 有 $\{a\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{a, d\}$, $\{a, b, c\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, 共 7

要使 $A \subseteq B$ ，只需 $\begin{cases} 2a-1 \leq 3 \\ a-1 \leq 5 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a-1 \leq 3 \\ 2a-1 \leq 5 \end{cases}$ ，

解得 $a \leq 2$ 或 $a \leq 4$ ，

综上所述 a 的取值范围为 $a \leq 2$ 或 $a \leq 4$ 。

【点睛】 本题考查根据集合的基本关系求参数，属于基础题。

重点考查结论：

(1) 若有限集 A 中有 n 个元素，则 A 的子集有 2^n 个，真子集有 $2^n - 1$ 个，非空子集有 $2^n - 1$ 个，非空真子集有 $2^n - 2$ 个。

(2) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A \Leftrightarrow A \cap B = B \Leftrightarrow C_U B \subseteq C_U A$ 。

(3) 若 $A \cap B = \emptyset$ 注意要讨论 ① $A = \emptyset$ ② $A \neq \emptyset$

高频考点三：集合的运算

1. (2022 甘肃陇南 模拟预测 (理)) 已知集合 $A = \{x \mid 3x - 2 \leq 1\}$ ， $B = \{x \mid x^2 - x - 6 \leq 0\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

A. $\{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$

B. $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$

C. $\{x \mid 2 \leq x \leq 1\}$

D. $\{x \mid 3 \leq x \leq 1\}$

【答案】 A

$A = \{x \mid 3x - 2 \leq 1\} = \{x \mid 3x \leq 3\} = \{x \mid x \leq 1\}$

$B = \{x \mid x^2 - x - 6 \leq 0\} = \{x \mid (x - 2)(x + 3) \leq 0\} = \{x \mid -3 \leq x \leq 2\}$

所以 $A \cap B = \{x \mid 1 \leq x \leq 3\}$ ，

故选：A

2. (2022 北京丰台 一模) 已知集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x \mid 2 \leq x \leq 1\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

A. $\{x \mid 1 \leq x \leq 1\}$

B. $\{x \mid 1 \leq x \leq 1\}$

C. $\{x \mid 2 \leq x \leq 2\}$

D. $\{x \mid 2 \leq x \leq 2\}$

【答案】 D

\because 集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ ， $B = \{x \mid 2 \leq x \leq 1\}$ ，

$\therefore A \cap B = \{x \mid 2 \leq x \leq 2\}$ 。

故选：D。

3. (2022 河南 模拟预测 (理)) 已知集合 $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ ， $B = \{x \mid x - 1 \leq 4\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

A. $\{3, 4\}$

B. $\{1, 4\}$

C. $\{1, 3\}$

D. $\{3\}$

【答案】C

解：由 $x^2 - 4 = 0$ ，即 $(x-2)(x+2) = 0$ ，解得 $x = 2$ 或 $x = -2$ ，即 $B = \{x \mid x^2 - 4 = 0\} = \{x \mid x = 2 \text{ 或 } x = -2\}$ ，所以 $\delta_{\mathbb{R}} B = \{2, -2\}$ ，又 $A = \{x \mid 1 < x < 4\}$ ，所以 $A \cap \delta_{\mathbb{R}} B = \{2, -2\}$ ；

故选：C

4. (2022 全国 模拟预测 (理)) 设全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x \mid \frac{x-1}{x-2} > 0\}$ ，集合 $B = \{x \mid \ln x > 1\}$ ，

则 $A \cap B$ 是 ()

A. $(0, 2)$

B. $(2, e)$

C. $(0, 2)$

D. $(1, e)$

【答案】C

$\frac{x-1}{x-2} > 0$ ，解得： $1 < x < 2$ ，故集合 $A = (1, 2)$ ， $\ln x > 1$ ，解得： $x > e$ ，集合 $B = (e, +\infty)$ ，

则 $A \cap B = \emptyset$ ，

故选：C.

5. (2022 江西赣州 一模 (理)) 设集合 $A = \{1, 0, n\}$ ， $B = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in A\}$. 若 $A \cap B = A$ ，

则实数 n 的值为 ()

A. 1

B. 0

C. 1

D. 2

【答案】C

依据集合元素互异性可知， $n \neq 0, n \neq 1$ ，排除选项 AB；

当 $n = 1$ 时， $A = \{1, 0, 1\}$ ， $B = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in A\} = \{1, 1, 0\}$ ，

满足 $A \cap B = A$. 选项 C 判断正确；

当 $n = 2$ 时， $A = \{1, 0, 2\}$ ， $B = \{x \mid x = a + b, a \in A, b \in A\} = \{2, 0, 1, 4\}$ ，

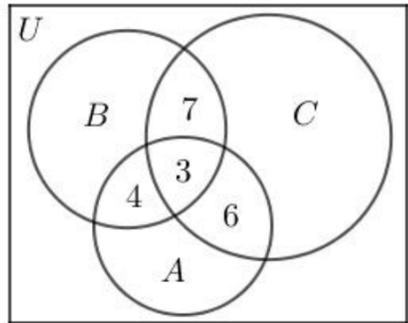
$A \cap B = \{0\} \neq A$. 选项 D 判断错误.

故选：C

6. (2021 江西 模拟预测) 2021 年是中国共产党成立 100 周年，电影频道推出“经典频传：看电影，学党史”系列短视频，传扬中国共产党的伟大精神，为广大青年群体带来精神感召. 现有《青春之歌》《建党伟业》《开国大典》三支短视频，某大学社团有 50 人，观看了《青春之歌》的有 21 人，观看了《建党伟业》的有 23 人，观看了《开国大典》的有 26 人. 其中，只观看了《青春之歌》和《建党伟业》的有 4 人，只观看了《建党伟业》和《开国大典》的有 7 人，只观看了《青春之歌》和《开国大典》的有 6 人，三支短视频全观看了的有 3 人，则没有观看任何一支短视频的人数为_____.

【答案】3

把大学社团 50 人形成的集合记为全集 U ，观看了《青春之歌》《建党伟业》《开国大典》三支短视频的人形成的集合分别记为 A ， B ， C ，依题意，作出韦恩图，如图，



观察韦恩图：因观看了《青春之歌》的有 21 人，则只看了《青春之歌》的有 $21 - 4 - 6 - 3 = 8$ (人)，
因观看了《建党伟业》的有 23 人，则只看了《建党伟业》的有 $23 - 4 - 7 - 3 = 9$ (人)，
因观看了《开国大典》的有 26 人，则只看了《开国大典》的有 $26 - 6 - 7 - 3 = 10$ (人)，
因此，至少看了一支短视频的有 $3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 47$ (人)，
所以没有观看任何一支短视频的人数为 $50 - 47 = 3$ 。

故答案为：3

7. (2021 上海模拟预测) 已知集合 $U = \{x \mid x^2 - 8x + 9 = 0, x \in \mathbb{Z}\}$,

$A = \{y \mid y = \sqrt{x^2 - 8x + 9}, y \in \mathbb{Z}\}$, 则 $\complement_U A =$ _____.

【答案】{1, 6, 7, 8, 9}

由题意， $x^2 - 8x + 9 = (x - 9)(x - 1) = 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 9$ ，又 $x \in \mathbb{Z}$

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

又 $y = \sqrt{x^2 - 8x + 9} = \sqrt{(x - 4)^2 - 7}$

由于 $0 \leq (x - 4)^2 - 7 \leq 25 - 7 = 18$ ，又 $y \in \mathbb{Z}$

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

故 $\complement_U A = \{1, 6, 7, 8, 9\}$

故答案为：{1, 6, 7, 8, 9}

集合运算的常用方法

①若集合中的元素是离散的，常用 Venn 图求解；

②若集合中的元素是连续的实数，则用数轴表示，此时要注意端点的情况。

高频考点四：venn图的应用

1. (2022 贵州贵阳一模(理)) 若全集 U 和集合 A ， B 的关系如图所示，则图中阴影部分表示的集合为 ()

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/495022102334012004>