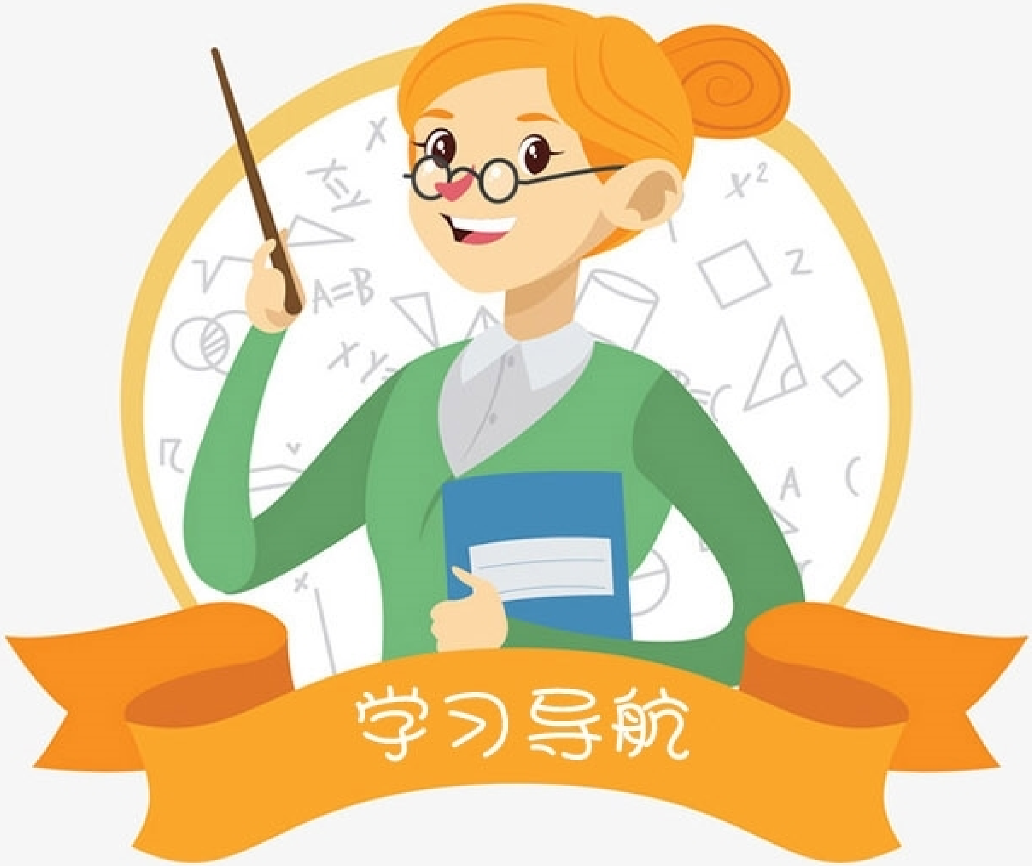
senior high school education

第1课时　余弦定理



预 学 案

共 学 案

预学案

余弦定理❶

文字表述	三角形中任何一边的平方，等于__其他两边平方的和__减去这两边与它们的__夹角的余弦的积__的两倍
公式表达	$a^2=$__$b^2+c^2-2bc\cos A$__，$b^2=$__$a^2+c^2-2ac\cos B$__，$c^2=$__$a^2+b^2-2ab\cos C$__
推论	$\cos A=$__$\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$__，$\cos B=$__$\frac{a^2+c^2-b^2}{2bc}$__，$\cos C=$__$\frac{a^2+b^2-c^2}{2bc}$__

一般地，三角形的三个角A，B，C和它们的对边a，b，c叫做三角形的元素．已知三角形的几个元素求其他元素的过程叫做________．解三角形

答案 返回导航

【即时练习】

1．判断正误(正确的画“√”，错误的画“×”)

(1)勾股定理是余弦定理的特例，余弦定理是勾股定理的推广．(　√　)

(2)余弦定理只适用于锐角三角形．(　×　)

(3)已知三角形的三边求三个内角时，解是唯一的．(　√　)

(4)在△ABC中，若$a^2>b^2+c^2$，则△ABC一定为钝角三角形．(　√　)

答案　返回导航

2．已知在$\triangle ABC$中，$a=1$，$b=2$，$C=\frac{2\pi}{3}$，则$c=$(　　)

A．$\sqrt{2}$　B．$\sqrt{3}$　C．$\sqrt{5}$　D．$\sqrt{7}$

答案：D

解析：由余弦定理可得$c^2=1^2+2^2-2\times1\times2\cdot\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)=7$，所以$c=\sqrt{7}$.

微点拨❶

(1)余弦定理对任意的三角形都成立.

(2)在余弦定理中，每一个等式都包含四个量，因此已知其中三个量，利用方程思想可以求得未知的量.

(3)余弦定理的推论是余弦定理的第二种形式，适用于已知三角形三边来确定三角形的角的问题．用余弦定理的推论还可以根据角的余弦值的符号来判断三角形中的角是锐角还是钝角.

返回导航

共学案

共学案

【学习目标】

(1)了解向量法证明余弦定理的推导过程.

(2)掌握余弦定理及其推论，并能用其解决一些简单的三角形度量问题.

(3)能应用余弦定理判断三角形的形状.

返回导航

【问题探究】 (1)在$\triangle ABC$中，三个角A，B，C所对的边分别是a，b，c，怎样用a，b和C表示c?

(2)在(1)的探究成果中，若$A=90°$，公式会变成什么？你认为勾股定理和余弦定理有什么关系？

题型 1　已知两边及一角解三角形

例1　(1)在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$a=1$，$b=2$，$C=60°$，求c.

(2)在$\triangle ABC$中，已知$AB=\sqrt{2}$，$AC=\sqrt{5}$，$\angle B=45°$，求BC.

解析：(1)由已知$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}=\sqrt{1^2+2^2-2\times 1\times 2\cos 60°}=\sqrt{3}$.

(2)由余弦定理$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos B$，

得$5=2+BC^2-2\sqrt{2}\cdot BC\cos 45°$，

解得$BC=3$(负值舍去).

答案　返回导航

学霸笔记：

已知三角形的两边及一角解三角形的方法

已知三角形的两边及一角解三角形，必须先判断该角是给出两边中一边的对角，还是给出两边的夹角．若是给出两边的夹角，可以由余弦定理求第三边；若是给出两边中一边的对角，可以利用余弦定理建立一元二次方程，解方程求出第三边，此时需根据题意进行检验，需满足大角对大边，两边之和大于第三边．

返回导航

跟踪训练1　(1)在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c.已知$a=2$，$c=\sqrt{5}$，$\cos C=\frac{2}{3}$，则b的取值是(　　)

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\sqrt{2}$

C．$\sqrt{3}$　　D．3

答案：D

解析：由题意$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$，即$5=4+b^2-4b\times\frac{2}{3}$，解得$b=3$($b=-\frac{1}{3}$舍去)，故选D.

解析　答案　返回导航

(2)$\triangle ABC$的内角A，B，C的对边分别为a，b，c，若$b=9$，$a=2c$，$B=\frac{\pi}{3}$，则$\triangle ABC$的周长为__$9\sqrt{3}+9$__.

解析：(2)已知$b=9$，$a=2c$，$B=\frac{\pi}{3}$，由余弦定理得$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$，所以$9^2=4c^2+c^2-2\cdot 2c\cdot c\cdot\cos\frac{\pi}{3}$，即$c^2=27$，$c=3\sqrt{3}$，则$a=6\sqrt{3}$，三角形周长为$a+b+c=9\sqrt{3}+9$.