2023-2024学年福建省莆田仙游一中高二（上）期末数学试卷

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．“$\lambda=-1$”是“直线l_1：$x+\lambda y+9=0$与l_2：$(\lambda-2)x+3y+3\lambda=0$平行”的（　　）

A．充要条件　　　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　　　D．既不充分也不必要条件

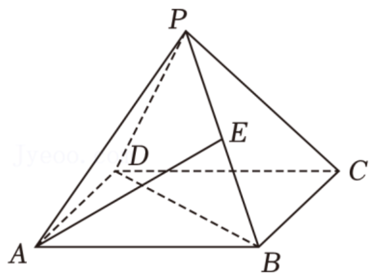
2．已知向量$\overrightarrow{OA}=(1,1,2)$，$\overrightarrow{OB}=(-1,0,2)$，$\overrightarrow{OC}=(2,1,\lambda)$，若$O$，$A$，$B$，$C$共面，则$\overrightarrow{OC}$在$\overrightarrow{OB}$上的投影向量的模为（　　）

A．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

3．已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_6<0$，$a_4+a_9>0$，则使得不等式$S_n<0$成立的最大的n的值为（　　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．12

4．如图所示的四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，且各棱长均相等，E是PB的中点，则异面直线AE与BD所成角的余弦值为（　　）



A．1　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{6}}{6}$

5．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=1$，$a_{n+2}=\begin{cases}a_n+2，n为奇数\\2a_n，n为偶数\end{cases}$，则$\{a_n\}$的前20项和$S_{20}=$（　　）

A．621　　B．622　　C．1133　　D．1134

6．定义在$(0,\frac{\pi}{2})$上的函数$f(x)$，$f'(x)$是它的导函数，且恒有$f'(x)>f(x)\cdot\tan x$成立．则（　　）

A．$\sqrt{3}f(\frac{\pi}{6})<f(\frac{\pi}{3})$　　　　B．$\sqrt{3}f(1)<2\cos1\cdot f(\frac{\pi}{6})$

C．$\sqrt{6}f(\frac{\pi}{6})>2f(\frac{\pi}{4})$　　　　D．$\sqrt{2}f(\frac{\pi}{4})>f(\frac{\pi}{3})$

7．已知抛物线C：$y^2=4x$，直线l：$x=ky+m$（$m>0$）交抛物线C于A，B两点，与x轴交于点P，与抛物线C的准线交于D，若$\frac{|PA|}{|PD|}=\frac{|PD|}{|PB|}$，则$k$的取值范围是（　　）

A. $k \geqslant 1$　　B. $k \geqslant 1$ 或 $k \leqslant -1$

C. $0 < k \leqslant 1$　　D. $k \geq \frac{3}{4}$或$k \leq -\frac{3}{4}$

8．若关于 x 的不等式 $ax(e^{ax}+2) \geqslant (x+2)\ln x$ 对任意的 $x \in (0，+\infty)$ 恒成立，则 a 的最小值为（　　）

A. $\frac{1}{e^2}$　　B. $\frac{1}{e}$　　C. $\frac{2}{e^2}$　　D. $\frac{2}{e}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+2$，则（　　）

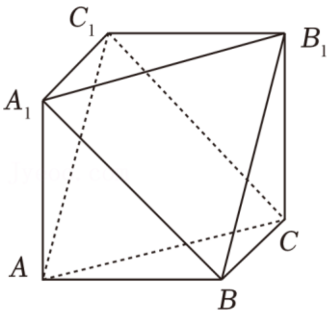
A．曲线 $y=f(x)$ 在点（0，2）处的切线方程为 $2x-y+2=0$

B．$f(x)$ 有两个极值点

C．$\forall a \in (-2，2)$，都能使方程 $f(x)=a$ 有三个实数根

D．曲线 $y=f(x)$ 是中心对称图形

10．如图，在几何体 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 A_1ACB_1 是矩形，$\triangle ACB \cong \triangle A_1B_1C_1$，且平面 ACB∥平面 $A_1B_1C_1$，$AA_1 \perp AB$，$AB=BC=AA_1=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=1$，则下列结论正确的是（　　）



A．AC_1∥BB_1　　B．异面直线 BB_1、C_1C 所成的角为$\frac{\pi}{3}$

C．几何体 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为$\frac{1}{2}$　　D．平面 A_1BB_1 与平面 AC_1C 间的距离为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

11．已知圆 O：$x^2+y^2=4$，下列说法正确的是（　　）

A．过点 P（1，1）作直线与圆 O 交于 A，B 两点，则$|AB|$范围为$[2\sqrt{2}，4]$

B．过直线 l：$x+y-4=0$ 上任意一点 Q 作圆 O 的切线，切点分别为 C，D，则直线 CD 必过定点（1，1）

C．圆 O 与圆 C：$(x-3)^2+(y-4)^2=r^2$（$r>0$）有且仅有两条公切线，则实数 r 的取值范围为（3，5）

D．圆 O 上有 4 个点到直线l：$x-\sqrt{3}y+1=0$的距离等于 1

12．已知椭圆C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$的左、右两个焦点分别为 F_1，F_2，短轴的上、下两个端点分别为 B_1，B_2，点

P 是椭圆上异于顶点的动点，则（　　）

A．存在点 P 使得 $\angle F_1PF_2=90°$

B．若 $sin\angle F_1PF_2=\frac{\sqrt{5}}{3}$，则 $|OP|=\frac{\sqrt{85}}{5}$

C．过 F_1 且垂直于 B_1F_2 的直线与 C 交于 M、N 两点，则△B_1MN 的周长为 8

D．$\angle F_1PF_2$ 的角平分线与 x 轴相交于点 G，$|GB_1|+|GB_2|$ 的取值范围是 $(2\sqrt{3}，4)$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知从点（﹣5，3）发出的光线，经 x 轴反射后，反射光线恰好平分圆：$x^2+y^2-2x-2y-3=0$ 的圆周，则反射光线所在的直线方程为__________．

14．数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且满足 $a_1=2$，$a_{n+1}=1-\frac{1}{a_n}(n\in N^*)$，则 $S_{2023}=$__________．

15．双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的左，右焦点 F_1、F_2，过点 F_2 的直线 l_1 交双曲线的右支于 A、B 两点，且 $|F_1F_2|=|F_1B|$，$\overrightarrow{AF_2}=2\overrightarrow{F_2B}$，则双曲线的渐近线为__________．

16．已知关于 x 的不等式 $2e^x-2xlnx-m>0$ 在 $(\frac{1}{2}，+\infty)$ 上恒成立，则实数 m 的取值范围是__________．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17．（10 分）已知数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1+\frac{a_2}{2}+\frac{a_3}{3}+\cdots+\frac{a_{n-1}}{n-1}+\frac{a_n}{n}=n$．

（1）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $b_n=\frac{1}{(n+2)a_n}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n．若对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，不等式 $T_n<\lambda^2+\lambda$ 恒成立，求实数 λ 的取值范围．

18．（12 分）已知 $f(x)=x^3+ax$，$g(x)=2x^2+b$，它们的图象在 $x=1$ 处有相同的切线．

（1）求 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的解析式；

（2）若 $F(x)=f(x)-mg(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2}，3]$ 上存在单调递增，求 m 的取值范围．

19．（12 分）如图 1，△ABC 是边长为 6 的等边三角形，点 D，E 分别在线段 AC，AB 上，$AE=2$，$AD=4$，沿 DE 将△ADE 折起到△PDE 的位置，使得 $PB=2\sqrt{5}$，如图 2．

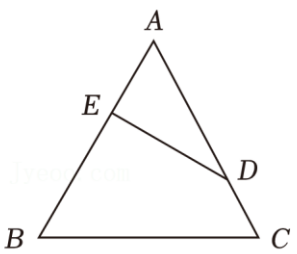


图1

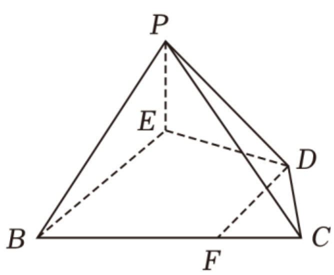


图2

（Ⅰ）求证：平面 $PDE\perp$ 平面 $BCDE$；

（Ⅱ）若点 F 在线段 BC 上，且直线 DF 与平面 PCD 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{21}}{7}$，求 BF.

20．（12 分）已知正项数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，且满足_____.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）已知$b_n=\frac{n}{a_n}$，设数列$\{b_n\}$的前 n 项和为 T_n，当 $n\in\mathbf{N}^*$时，$(cosn\pi)\lambda<T_n+\frac{n}{2^{n-1}}$，求实数 λ 的范围.

条件：①$a_{n+1}^2=a_na_{n+2}$，且 $2a_2$，a_3+2，a_4 成等差数列；②$S_{n+1}-2S_n=1(n\in N^*)$；③（$S_{n+1}+1$）a_n=（S_n+1）a_{n+1}．请从这三个条件中任选一个，并将其序号填写在答题卡对应位置，并完成解答.

21．（12 分）在椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）中，其所有外切矩形的顶点在一个定圆 Γ：$x^2+y^2=a^2+b^2$ 上，称此圆为椭圆的蒙日圆．椭圆 C 过$A(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$，$B(-\frac{\sqrt{6}}{3},\frac{\sqrt{6}}{3})$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）过椭圆 C 的蒙日圆上一点 M，作椭圆的一条切线，与蒙日圆交于另一点 N，若 k_{OM}，k_{ON} 存在．证明：$k_{OM}\cdot k_{ON}$ 为定值.

22．（12 分）函数$f(x)=alnx+\frac{1}{2}x^2-(a+1)x+\frac{3}{2}(a>0)$.

（1）求函数 f（x）的单调区间；

（2）当 $a=1$ 时，若 f（x_1）$+f$（x_2）$=0$，求证：$x_1+x_2\geqslant 2$.

2023-2024学年福建省莆田仙游一中高二（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．“$\lambda=-1$”是“直线 l_1：$x+\lambda y+9=0$ 与 l_2：$(\lambda-2)x+3y+3\lambda=0$ 平行”的（　　）

A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

解：若直线 l_1：$x+\lambda y+9=0$ 与 l_2：$(\lambda-2)x+3y+3\lambda=0$ 平行，

则 $\lambda(\lambda-2)=3$，解得 $\lambda=3$ 或 $\lambda=-1$，

当 $\lambda=3$ 时，直线 l_1 与 l_2 重合，舍去，

故直线 l_1：$x+\lambda y+9=0$ 与 l_2：$(\lambda-2)x+3y+3\lambda=0$ 平行时，$\lambda=-1$，

即“$\lambda=-1$”是“直线 l_1：$x+\lambda y+9=0$ 与 l_2：$(\lambda-2)x+3y+3\lambda=0$ 平行”的充要条件．

故选：A．

2．已知向量$\overrightarrow{OA}=(1，1，2)$，$\overrightarrow{OB}=(-1，0，2)$，$\overrightarrow{OC}=(2，1，\lambda)$，若 O，A，B，C 共面，则$\overrightarrow{OC}$在$\overrightarrow{OB}$上的投影向量的模为（　　）

A．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

解：因为 O，A，B，C 共面，

所以存在实数 x，y，使得$\overrightarrow{OC}=x\overrightarrow{OA}+y\overrightarrow{OB}$，

所以 $(2，1，\lambda)=(x-y，x，2x+2y)$，即 $x-y=2$，$x=1$，$\lambda=2x+2y$，

解得 $x=1$，$y=-1$，$\lambda=0$，则$\overrightarrow{OC}=(2，1，0)$，

所以$\overrightarrow{OC}$在$\overrightarrow{OB}$上的投影向量的模为$\frac{|\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}|}{|\overrightarrow{OB}|}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：A．

3．已知等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$a_6<0$，$a_4+a_9>0$，则使得不等式 $S_n<0$ 成立的最大的 n 的值为（　　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．12

解：根据题意，数列$\{a_n\}$是等差数列，设其公差为 d，

由等差数列的性质，可得 $a_6+a_7=a_4+a_9>0$，

又 $a_6<0$，所以 $a_7>0$，公差 $d=a_7-a_6>0$，

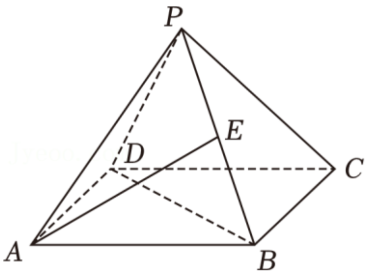
因此$\{S_n\}$中，当$n\leqslant 6$时$\{S_n\}$递减，S_6是最小值，从$n=6$开始，$\{S_n\}$递增，

又$S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6<0$，$S_{12}=\frac{12(a_1+a_{12})}{2}=6(a_6+a_7)>0$，

所以使得$S_n<0$的最大的n为11，

故选：C.

4．如图所示的四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，且各棱长均相等，E是PB的中点，则异面直线AE与BD所成角的余弦值为（　　）



A．1　　　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　D．$\frac{\sqrt{6}}{6}$

解：令四棱锥$P-ABCD$的各条棱长均为2，则$BD=2\sqrt{2}$，由E是PB的中点，得$AE=\sqrt{3}$，

显然$\vec{AB}$，$\vec{AD}$，$\vec{AP}$不共面，$\vec{BD}=\vec{AD}-\vec{AB}$，$\vec{AE}=\frac{1}{2}(\vec{AB}+\vec{AP})$，又$\angle BAD=90°$，$\angle PAD=\angle PAB=60°$，

$\vec{BD}\cdot\vec{AE}=\frac{1}{2}(\vec{AD}-\vec{AB})\cdot(\vec{AB}+\vec{AP})=\frac{1}{2}(\vec{AD}\cdot\vec{AB}+\vec{AD}\cdot\vec{AP}-\vec{AB}^2-\vec{AB}\cdot\vec{AP})$

$=\frac{1}{2}(2\times 2\times cos60°-2^2-2\times 2\times cos60°)=-2$，

因此$\cos<\vec{BD}，\vec{AE}>=\frac{\vec{BD}\cdot\vec{AE}}{|\vec{BD}||\vec{AE}|}=\frac{-2}{2\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=-\frac{\sqrt{6}}{6}$，

所以则异面直线AE与BD所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$.

故选：D.

5．在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$a_2=1$，$a_{n+2}=\begin{cases}a_n+2，n为奇数\\2a_n，n为偶数\end{cases}$，则$\{a_n\}$的前20项和$S_{20}=$（　　）

A．621　　　　B．622　　　　C．1133　　　　D．1134

解：设$b_n=a_{2n-1}$，$c_n=a_{2n}$，则$b_1=a_1=2$，$c_1=a_2=1$.

由已知可得，$a_{2n+1}-a_{2n-1}=2$，即$b_{n+1}-b_n=2$，

所以$\{b_n\}$为以2为首项，2为公差的等差数列，$b_n=2+2(n-1)=2n$.

$a_{2n+2}=2a_{2n}$，即$c_{n+1}=2c_n$，

所以$\{c_n\}$为以1为首项，2为公比的等比数列，$c_n=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$.

所以，$\{a_n\}$的前20项和$S_{20}=(b_1+b_2+\cdots+b_{10})+(c_1+c_2+\cdots+c_{10})$

$=$（2+4+⋯+20）+（1+2+⋯+2^9）$=\frac{10\times(2+20)}{2}+\frac{1\times(1-2^{10})}{1-2}=1133$.

故选：C.

6．定义在（0，$\frac{\pi}{2}$）上的函数 f（x），f'（x）是它的导函数，且恒有 f'（x）＞f（x）•tan$x$ 成立．则（　　）

A．$\sqrt{3}f$（$\frac{\pi}{6}$）＜f（$\frac{\pi}{3}$）　　B．$\sqrt{3}f$（1）＜2cos1•f（$\frac{\pi}{6}$）

C．$\sqrt{6}f$（$\frac{\pi}{6}$）＞$2f$（$\frac{\pi}{4}$）　　D．$\sqrt{2}f$（$\frac{\pi}{4}$）＞f（$\frac{\pi}{3}$）

解：当 x∈（0，$\frac{\pi}{2}$），cos$x$＞0，

则不等式 f'（x）＞f（x）•tan$x$ 等价为 f'（x）＞f（x）•$\frac{sinx}{cosx}$，

即 cosxf'（x）﹣sinxf（x）＞0，

设 g（x）＝f（x）cos$x$，

则 g'（x）＝cosxf'（x）﹣sinxf（x）＞0，

即函数 g（x）在（0，$\frac{\pi}{2}$）单调递增，

则 g（$\frac{\pi}{6}$）＜g（$\frac{\pi}{3}$），g（1）＞g（$\frac{\pi}{6}$），g（$\frac{\pi}{6}$）＜g（$\frac{\pi}{4}$），g（$\frac{\pi}{4}$）＜g（$\frac{\pi}{3}$），

即$\frac{\sqrt{3}}{2}f$（$\frac{\pi}{6}$）＜$\frac{1}{2}f$（$\frac{\pi}{3}$），cos1f（1）＞$\frac{\sqrt{3}}{2}f$（$\frac{\pi}{6}$），

$\frac{\sqrt{3}}{2}f$（$\frac{\pi}{6}$）＜$\frac{\sqrt{2}}{2}f$（$\frac{\pi}{4}$），$\frac{\sqrt{2}}{2}f$（$\frac{\pi}{4}$）＜$\frac{1}{2}f$（$\frac{\pi}{3}$），

则$\sqrt{3}f$（$\frac{\pi}{6}$）＜f（$\frac{\pi}{3}$），故 A 正确．

2cos$f$（1）＞$\sqrt{3}f$（$\frac{\pi}{6}$），故 B 错误．

$\sqrt{6}f$（$\frac{\pi}{6}$）＜$2f$（$\frac{\pi}{4}$），故 C 错误．

$\sqrt{2}f$（$\frac{\pi}{4}$）＜f（$\frac{\pi}{3}$），故 D 错误．

故选：A．

7．已知抛物线 C：y^2＝4x，直线 l：x＝ky+m（m＞0）交抛物线 C 于 A，B 两点，与 x 轴交于点 P，与抛物线 C 的准线交于 D，若$\frac{|PA|}{|PD|}=\frac{|PD|}{|PB|}$，则 k 的取值范围是（　　）

A．k≥1　　B．k≥1 或 k≤﹣1

C．0＜k≤1　　D．$k\geq\frac{3}{4}$或$k\leq-\frac{3}{4}$

解：如图所示，设直线 l 的倾斜角为 θ，A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

所以$tan\theta=\frac{1}{k}(k\neq0)$，

联立直线 l 与抛物线 C 的方程$\begin{cases}x=ky+m\\y^2=4x\end{cases}$，消 x 整理得 $y^2-4ky-4m=0$，

所以 $y_1y_2=-4m$，不妨令 $y_1>0$，$y_2<0$，

易知$|PA|=\frac{y_1}{sin\theta}$，$|PB|=\frac{-y_2}{sin\theta}$，$|PD|=\frac{1+m}{cos\theta}$，

由$\frac{|PA|}{|PD|}=\frac{|PD|}{|PB|}$，可得$|PD|^2=|PA||PB|$，

所以$(\frac{1+m}{cos\theta})^2=\frac{-y_1y_2}{sin^2\theta}=\frac{4m}{sin^2\theta}$，

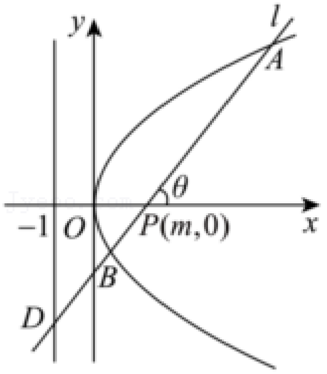
所以$\frac{m^2+2m+1}{4m}=\frac{cos^2\theta}{sin^2\theta}=\frac{1}{tan^2\theta}=k^2$，

所以$k^2=\frac{m}{4}+\frac{1}{4m}+\frac{1}{2}\geq 2\sqrt{\frac{m}{4}\cdot\frac{1}{4m}}+\frac{1}{2}=1$，

当且仅当$\frac{m}{4}=\frac{1}{4m}$，即 $m=1$ 时等号成立，

所以 $k\geqslant 1$ 或 $k\leqslant -1$．

故选：B．



8．若关于 x 的不等式 ax（$e^{ax}+2$）$\geqslant$（$x+2$）lnx 对任意的 $x\in$（0，$+\infty$）恒成立，则 a 的最小值为（　　）

A．$\frac{1}{e^2}$　　B．$\frac{1}{e}$　　C．$\frac{2}{e^2}$　　D．$\frac{2}{e}$

解：令 f（x）＝（$x+2$）lnx，则$f'(x)=lnx+\frac{x+2}{x}=\frac{2}{x}+lnx+1$，

令$g(x)=\frac{2}{x}+lnx+1$，则$g'(x)=\frac{2}{-x^2}+\frac{1}{x}=\frac{x-2}{x^2}$，

解方程 g'（x）＝0，可得 $x=2$，

当 $0<x<2$ 时，g'（x）<0，所以 g（x）在（0，2）上单调递减；

当 $x>2$ 时，g'（x）>0，所以 g（x）在（2，$+\infty$）上单调递增．

所以，g（x）在 $x=2$ 处取得唯一极小值，也是最小值 g（2）$=ln2+2>0$，

所以，g（x）>0 在（0，$+\infty$）上恒成立，即 f'（x）>0 在（0，$+\infty$）上恒成立．

所以，f（x）在（0，$+\infty$）上单调递增．

由已知 ax（$e^{ax}+2$）$\geqslant$（$x+2$）lnx 可知，f（e^{ax}）$\geqslant f$（x）对任意的 $x\in$（0，$+\infty$）恒成立，

所以，$e^{ax}\geqslant x$ 对任意的 $x\in$（0，+∞）恒成立．

两边同时取对数可得，$ax\geqslant lnx$ 对任意的 $x\in$（0，+∞）恒成立，

所以，有$a\geq\frac{lnx}{x}$对任意的 $x\in$（0，+∞）恒成立，只需$a\geq(\frac{lnx}{x})_{max}$即可．

令$h(x)=\frac{lnx}{x}$，$x\in$（0，+∞），则$h'(x)=\frac{1-lnx}{x^2}$，

由$h'(x)=\frac{1-lnx}{x^2}=0$，可得 $x=e$，

当 $0<x<e$ 时，$h'(x)>0$，所以 $h(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增；

当 $x>e$ 时，$h'(x)<0$，所以 $h(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上单调递减．

所以，$h(x)=\frac{lnx}{x}$在 $x=e$ 处取得唯一极大值，也是最大值$h(e)=\frac{lne}{e}=\frac{1}{e}$.

由$a\geq(\frac{lnx}{x})_{max}$，可得$a\geq\frac{1}{e}$，即 a 的最小值是$\frac{1}{e}$.

故选：B．

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+2$，则（　　）

A．曲线 $y=f(x)$ 在点（0，2）处的切线方程为 $2x-y+2=0$

B．$f(x)$ 有两个极值点

C．$\forall a\in(-2,2)$，都能使方程 $f(x)=a$ 有三个实数根

D．曲线 $y=f(x)$ 是中心对称图形

解：对于 A：$f'(x)=3x^2-6x=3x(x-2)$，$\therefore f'(0)=0$，

∴曲线 $y=f(x)$ 在点（0，2）处的切线方程为 $y=2$，故 A 错误；

对于 B：令 $f'(x)>0$，得 $x<0$ 或 $x>2$；令 $f'(x)<0$，得 $0<x<2$，

$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 和 $(2,+\infty)$ 上单调递增，在 $(0,2)$ 上单调递减，

$\therefore f(x)$ 有两个极值点，故 B 正确；

对于 C：结合 B 选项，$f(x)_{极大值}=f(0)=2$，$f(x)_{极小值}=f(2)=-2$，

且当 $x\to-\infty$ 时，$f(x)\to-\infty$；当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)\to+\infty$，

∴对于 $\forall a\in(-2,2)$，都能使方程 $f(x)=a$ 有三个实数根，故 C 正确；

对于 D：解法一：$\because f(1-x)=(1-x)^3-3(1-x)^2+2=-x^3+3x$，

$f(1+x)=(1+x)^3-3(1+x)^2+2=x^3-3x$，

$\therefore f(1-x)+f(1+x)=0$.

∴曲线 $y=f(x)$ 关于点（1，0）中心对称．

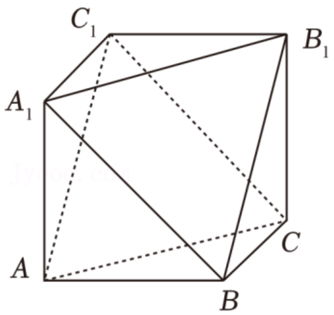
解法二：$f(x)=x^3-3x^2+2=x^3-3x^2+3x-1-(3x-3)=(x-1)^3-3(x-1)$，

令 $g(x)=x^3-3x$，则 $g(x)$ 是 R 上的奇函数，且 $f(x)=g(x-1)$，

∴曲线 $y=f(x)$ 关于点（1，0）中心对称，故 D 正确．

故选：BCD．

10．如图，在几何体 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，四边形 A_1ACB_1 是矩形，$\triangle ACB\cong\triangle A_1B_1C_1$，且平面 ACB∥平面 $A_1B_1C_1$，$AA_1\perp AB$，$AB=BC=AA_1=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=1$，则下列结论正确的是（　　）



A．AC_1∥BB_1　　　　B．异面直线 BB_1、C_1C 所成的角为$\frac{\pi}{3}$

C．几何体 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为$\frac{1}{2}$　　　　D．平面 A_1BB_1 与平面 AC_1C 间的距离为$\frac{\sqrt{3}}{3}$

解：过点 B 作 BE 使得$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AA_1}$，过点 C_1 作$\overrightarrow{C_1F}=\overrightarrow{A_1A}$，如图所示：

因为四边形 AA_1B_1C 为矩形，则$\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{CB_1}$，

又因为$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{FC_1}$，则$\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{CB_1}=\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{FC_1}$，

所以，四边形 AA_1C_1F 为平行四边形，则$\overrightarrow{A_1C_1}=\overrightarrow{AF}$，$\overrightarrow{C_1B_1}=\overrightarrow{FC}$，

因为平面 $A_1C_1B_1$∥平面 ABC，则$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{A_1C_1}$、$\overrightarrow{C_1B_1}$共面，

即$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AF}$、$\overrightarrow{FC}$共面，所以，A、B、C、F 四点共面，

同理可知，A_1、E、B_1、C_1 四点共面，

故几何体 $FABC-C_1A_1EB_1$ 为四棱柱，

因为四边形 AA_1B_1C 为矩形，则 $AA_1\perp AC$，

又因为 $AA_1\perp AB$，$AB\cap AC=A$，AB、$AC\subset$平面 $ABCF$，

所以 $AA_1\perp$平面 $ABCF$．

因为$\triangle ACB\cong\triangle A_1B_1C_1$，则 $A_1C_1=CB$，$B_1C_1=AB$，

所以，在底面 $ABCF$ 中，$AB=CF$，$BC=AF$，故四边形 $ABCF$ 为平行四边形，

因为$AB=BC=\frac{\sqrt{2}}{2}AC=1$，则$AC=\sqrt{2}$，所以，$AB^2+BC^2=AC^2$，即 $AB\perp BC$，

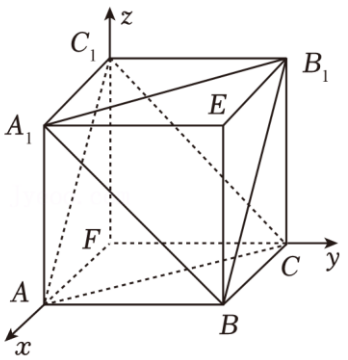
所以，平行四边形 $ABCF$ 为正方形，

又因为 $AA_1=AB$，故几何体 $FABC-C_1A_1EB_1$ 为正方体，

对于 A 选项，在正方体 $FABC-C_1A_1EB_1$ 中，$AB\parallel C_1B_1$ 且 $AB=C_1B_1$，

故四边形 ABB_1C_1 为平行四边形，所以，$BB_1\parallel AC_1$，A 对；

对于 B 选项，以点 F 为坐标原点，FA、FC、FC_1 所在直线分别为 x、y、z 轴，建立如下图所示的空间直角坐标系，



则 B（1，1，0）、A（1，0，0）、C（0，1，0）、A_1（1，0，1）、C_1（0，0，1）、B_1（0，1，1），

$\overrightarrow{BB_1}=(-1，0，1)$，$\overrightarrow{CC_1}=(0，-1，1)$，

$cos\langle\overrightarrow{BB_1}，\overrightarrow{CC_1}\rangle=\frac{\overrightarrow{BB_1}\cdot\overrightarrow{CC_1}}{|\overrightarrow{BB_1}|\cdot|\overrightarrow{CC_1}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，

所以，异面直线 BB_1、C_1C 所成的角为$\frac{\pi}{3}$，B 对；

对于 C 选项，由图形可得几何体 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积为正方体 $FABC-C_1A_1EB_1$ 的体积减去棱锥 $B-A_1B_1E$ 和棱锥 C_1-ACF 的体积的和.

即$V_{ABC-A_1B_1C_1}=V_{FABC-C_1A_1EB_1}-V_{B-A_1B_1E}-V_{C_1-ACF}=1^3-2\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1^2\times1=\frac{2}{3}$，$C$ 错；

对于 D 选项，因为 $AC_1\parallel BB_1$，$AC_1\not\subset$平面 A_1BB_1，$BB_1\subset$平面 A_1BB_1，所以，$AC_1\parallel$平面 A_1BB_1，

因为 $A_1B_1\parallel AC$，$AC\not\subset$平面 A_1BB_1，$A_1B_1\subset$平面 A_1BB_1，所以，$AC\parallel$平面 A_1BB_1，

又因为 $AC_1\cap AC=A$，AC_1、$AC\subset$平面 ACC_1，所以，平面 $ACC_1\parallel$平面 A_1BB_1，

设平面 ACC_1 的法向量为$\vec{m}=(x，y，z)$，$\overrightarrow{AC}=(-1，1，0)$，$\overrightarrow{AC_1}=(-1，0，1)$，

则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC}=-x+y=0\\\vec{m}\cdot\overrightarrow{AC_1}=-x+z=0\end{cases}$，取 $x=1$，可得$\vec{m}=(1，1，1)$，

又因为$\overrightarrow{AA_1}=(0，0，1)$，

所以，平面 A_1BB_1 与平面 AC_1C 间的距离为$d=\frac{|\overrightarrow{AA_1}\cdot\vec{m}|}{|\vec{m}|}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，$D$ 对.