2024年长春市初中学业水平考试

数学

本试卷包括三道大题，共6页．全卷满分为120分，考试时间为120分钟．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

注意事项：

1．答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码准确粘贴在条形码区域内．

2．答题时，考生务必按照考试要求在答题卡上的指定区域内作答，在草稿纸、试卷上答题无效．

一、选择题：本题共8小题，每小题3分，共24分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 根据有理数加法法则，计算$2+\left(-3\right)$过程正确的是（　　）

A. $+\left(3+2\right)$　　B. $+\left(3-2\right)$　　C. $-\left(3+2\right)$　　D. $-\left(3-2\right)$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了有理数的加法，掌握“将两个数的绝对值相减,结果的符号与绝对值较大的数的符号相同”成为解题的关键．

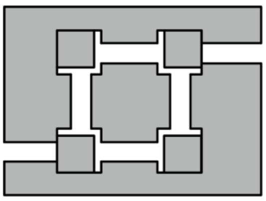
根据将两个数的绝对值相减,结果的符号与绝对值较大的数的符号相同即可解答．

【详解】解：$2+\left(-3\right)=-\left(3-2\right)$．

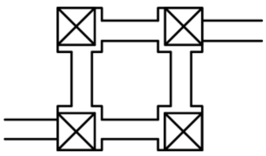
故选D．

2. 南湖公园是长春市著名旅游景点之一，图①是公园中“四角亭”景观的照片，图②是其航拍照片，则图③是“四角亭”景观的（　　）．

图①



图②



图③

A. 主视图　　B. 俯视图　　C. 左视图　　D. 右视图

【答案】B

【解析】

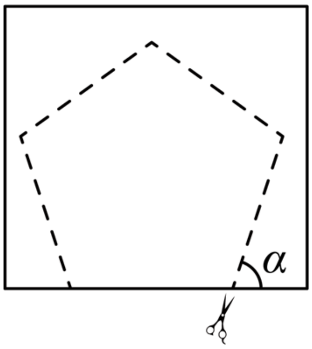
【分析】本题主要考查了几何体的三视图，熟练掌握三视图的定义是解决本题的关键．

根据三视图主视图、俯视图、左视图的定义即可解答.

【详解】解：由题意可知图③是从“四角亭”上方看到的，即为俯视图.

故选 B.

3. 在剪纸活动中，小花同学想用一张矩形纸片剪出一个正五边形，其中正五边形的一条边与矩形的边重合，如图所示，则$\angle\alpha$的大小为（　　）



A. 54°　　B. 60°　　C. 70°　　D. 72°

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了多边形内角与外角，正多边形的内角和，熟练掌握正多边形的内角和公式是解题的关键.

根据正五边形的内角和公式和邻补角的性质即可得到结论.

【详解】解：$\angle\alpha=180^\circ-\dfrac{(5-2)\times180^\circ}{5}=72^\circ$，

故选：D.

4. 下列运算一定正确的是（　　）

A. $2a\cdot3a=6a$　　B. $a^2\cdot a^3=a^6$　　C. $(ab)^2=a^2b^2$　　D. $\left(a^3\right)^2=a^5$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了单项式乘单项式、同底数幂的乘法以及幂的乘方与积的乘方，掌握相关运算法则是解答本题的关键.

根据单项式乘单项式的运算法则计算并判断 A；根据同底数幂的乘法法则计算并判断 B；根据积的乘方运算法则计算并判断 C；根据幂的乘方运算法则计算并判断 D.

【详解】解：A. $2a\cdot3a=6a^2$，故本选项不符合题意；

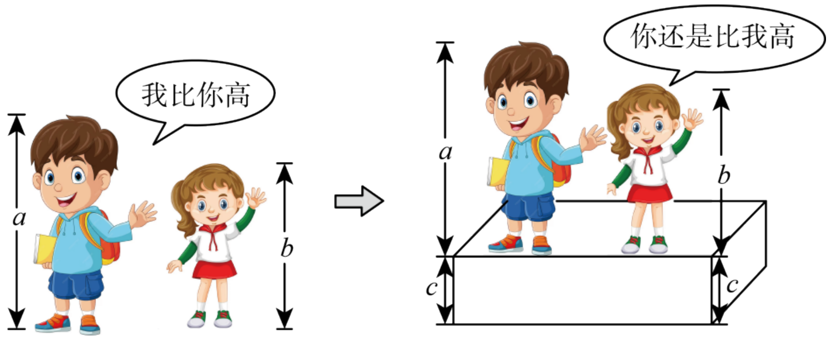
B. $a^2\cdot a^3=a^5$，故本选项不符合题意；

C. $(ab)^2=a^2b^2$，故本选项符合题意；

D. $(a^3)^2=a^6$，故本选项不符合题意；

故选：C．

5. 不等关系在生活中广泛存在．如图，a、b分别表示两位同学的身高，c表示台阶的高度．图中两人的对话体现的数学原理是（　　）



A. 若$a>b$，则$a+c>b+c$

B. 若$a>b$，$b>c$，则$a>c$

C. 若$a>b$，$c>0$，则$ac>bc$

D. 若$a>b$，$c>0$，则$\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

【答案】A

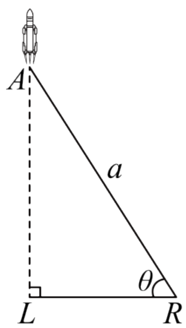
【解析】

【分析】本题主要考查不等式的性质，熟记不等式性质是解决问题的关键．根据不等式的性质即可解答．

【详解】解：由作图可知：$a>b$，由右图可知：$a+c>b+c$，即 A 选项符合题意．

故选：A．

6. 2024 年 5 月 29 日 16 时 12 分，“长春净月一号”卫星搭乘谷神星一号火箭在黄海海域成功发射．当火箭上升到点 A 时，位于海平面 R 处的雷达测得点 R 到点 A 的距离为a千米，仰角为θ，则此时火箭距海平面的高度 AL 为（　　）



A. $a\sin\theta$ 千米

B. $\frac{a}{\sin\theta}$千米

C. $a\cos\theta$ 千米

D. $\frac{a}{\cos\theta}$千米

【答案】A

【解析】

【分析】

本题考查解直角三角形，熟记锐角三角函数的定义是解题关键，根据锐角的正弦函数的定义即可求解

【详解】解：由题意得：$\sin\theta=\dfrac{AL}{AR}=\dfrac{AL}{a}$

$\therefore AL=a\sin\theta$ 千米

故选：A

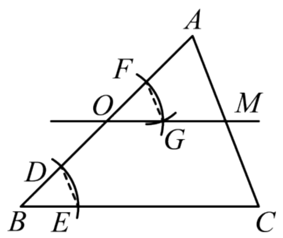
7. 如图，在$\triangle ABC$中，O是边AB的中点．按下列要求作图：

①以点B为圆心、适当长为半径画弧，交线段BO于点D，交BC于点E；

②以点O为圆心、BD长为半径画弧，交线段OA于点F；

③以点F为圆心、DE长为半径画弧，交前一条弧于点G，点G与点C在直线AB同侧；

④作直线OG，交AC于点M．下列结论不一定成立的是（　　）



A．$\angle AOM=\angle B$　　B．$\angle OMC+\angle C=180^\circ$

C．$AM=CM$　　D．$OM=\dfrac{1}{2}AB$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查了作一个角等于已知角，平行线的性质和判定，平行线分线段成比例定理，解题的关键是熟练掌握相关的性质，先根据作图得出$\angle AOM=\angle B$，根据平行线的判定得出$OM\parallel BC$，根据平行线的性质得出$\angle OMC+\angle C=180^\circ$，根据平行线分线段成比例得出$\dfrac{AM}{CM}=\dfrac{AO}{OB}=1$，即可得出$AM=CM$．

【详解】解：A．根据作图可知：$\angle AOM=\angle B$一定成立，故A不符合题意；

B．$\because \angle AOM=\angle B$，

$\therefore OM\parallel BC$，

$\therefore \angle OMC+\angle C=180^\circ$一定成立，故B不符合题意；

C．$\because O$是边AB的中点，

$\therefore AO=BO$，

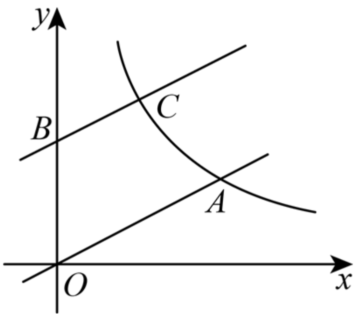
$\because OM\parallel BC$，

$\therefore \dfrac{AM}{CM}=\dfrac{AO}{OB}=1$，

$\therefore AM=CM$ 一定成立，故 C 不符合题意；

D．$OM=\dfrac{1}{2}AB$ 不一定成立，故 D 符合题意．

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 O 是坐标原点，点 $A(4,2)$ 在函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象上．将直线 OA 沿 y 轴向上平移，平移后的直线与 y 轴交于点 B，与函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0,x>0)$ 的图象交于点 C．若 $BC=\sqrt{5}$，则点 B 的坐标是（　　）



A. $(0,\sqrt{5})$　　　　B. $(0,3)$　　　　C. $(0,4)$　　　　D. $(0,2\sqrt{5})$

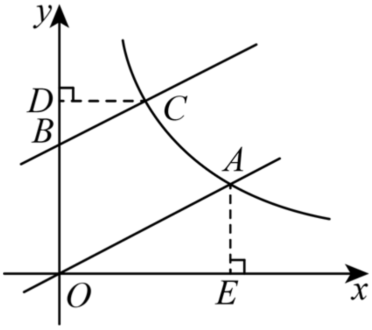
【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查反比例函数、解直角三角形、平移的性质等知识点，掌握数形结合思想成为解题的关键．

如图：过点 A 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 E，过点 C 作 y 轴的垂线交 y 轴于点 D，先根据点 A 坐标计算出 $\sin\angle OAE$、k 值，再根据平移、平行线的性质证明 $\angle DBC=\angle OAE$，进而根据 $\sin\angle DBC=\dfrac{CD}{BC}=\sin\angle OAE$ 求出 CD，最后代入反比例函数解析式取得点 C 的坐标，进而确定 $CD=2$，$OD=4$，再运用勾股定理求得 BD，进而求得 OB 即可解答．

【详解】解：如图，过点 A 作 x 轴的垂线交 x 轴于点 E，过点 C 作 y 轴的垂线交 y 轴于点 D，则 $AE\parallel y$ 轴，



$\because A(4,2)$，

$\therefore OE=4$，$OA=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$，

$\therefore \sin\angle OAE=\dfrac{OE}{OA}=\dfrac{4}{2\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$.

$\because A(4,2)$在反比例函数的图象上，

$\therefore k=4\times 2=8$.

$\therefore$将直线OA向上平移若干个单位长度后得到直线BC，

$\therefore OA \parallel BC$，

$\therefore \angle OAE=\angle BOA$，

$\because AE \parallel y$轴，

$\therefore \angle DBC=\angle BOA$，

$\therefore \angle DBC=\angle OAE$，

$\therefore \sin\angle DBC=\dfrac{CD}{BC}=\sin\angle OAE=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，

$\therefore \dfrac{CD}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}\sqrt{5}$，解得：$CD=2$，即点$C$的横坐标为2，

将$x=2$代入$y=\dfrac{8}{x}$，得$y=4$，

$\therefore C$点的坐标为$(2,4)$，

$\therefore CD=2, OD=4$，

$\therefore BD=\sqrt{BC^2-CD^2}=1$，

$\therefore OB=OD-BD=4-1=3$，

$\therefore B(0,3)$

故选：B．

二、填空题：本题共6小题，每小题3分，共18分．

9. 单项式$-2a^2b$的次数是_____．

【答案】3

【解析】

【分析】此题考查单项式有关概念，根据单项式次数的定义来求解，解题的关键是需灵活掌握单项式的系数和次数的定义，单项式中数字因数叫做单项式的系数，所有字母的指数和叫做这个单项式的次数．

【详解】单项式$-2a^2b$的次数是：$2+1=3$，

故答案为：3．

10. 计算：$\sqrt{12}-\sqrt{3}=$____．

【答案】$\sqrt{3}$

【解析】

【分析】利用二次根式的性质化简，再相减．

【详解】解：$\sqrt{12}-\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}$

故答案是：$\sqrt{3}$．

【点睛】本题考查了二次根式的减法，解题的关键是掌握二次根式的化简及性质．

11. 若抛物线$y=x^2-x+c$（c是常数）与x轴没有交点，则c的取值范围是________．

【答案】$c>\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】本题主要考查了抛物线$y=ax^2+bx+c$与x轴的交点问题，掌握抛物线$y=ax^2+bx+c$与x轴没有交点与$x^2-x+c=0$没有实数根是解题的关键．

由抛物线与x轴没有交点，运用根的判别式列出关于c的一元一次不等式求解即可．

【详解】解：∵抛物线$y=x^2-x+c$与x轴没有交点，

∴$x^2-x+c=0$没有实数根，

∴$\Delta=1^2-4\times1\times c=1-4c<0$，$c>\frac{1}{4}$．

故答案为：$c>\frac{1}{4}$．

12. 已知直线$y=kx+b$（k、b是常数）经过点$(1,1)$，且y随x的增大而减小，则b的值可以是________．（写出一个即可）

【答案】2（答案不唯一）

【解析】

【分析】本题考查了一次函数图象上点的坐标特征以及一次函数的性质，牢记“$k>0$，y 随 x 的增大而增大；$k<0$，y 随 x 的增大而减小”是解题的关键.

利用一次函数图象上点的坐标特征，可得出$1=k+b$，由 y 随 x 的增大而减小，利用一次函数的性质，可得出$k<0$，若代入$k=-1$，求出 b 值即可.

【详解】解：∵直线 $y=kx+b$（k、b 是常数）经过点$(1,1)$，

$\therefore 1=k+b$.

∵y 随 x 的增大而减小，

$\therefore k<0$，

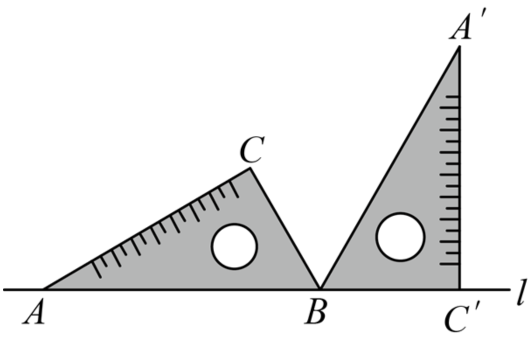
当$k=-1$时，$1=-1+b$，

解得：$b=2$，

$\therefore b$ 的值可以是 2.

故答案为：2（答案不唯一）

13. 一块含30°角的直角三角板 ABC 按如图所示的方式摆放，边 AB 与直线l重合，$AB=12$ cm．现将该三角板绕点B顺时针旋转，使点C的对应点C'落在直线l上，则点A经过的路径长至少为________cm．（结果保留π）



【答案】$\dfrac{20\pi}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查了旋转的性质、弧长公式等知识点，掌握弧长公式成为解题的关键.

由旋转的性质可得$\angle ABC=\angle A'BC=60^\circ$,即$\angle ABA=120^\circ$，再根据点$A$经过的路径长至少为以 B 为圆心，以 AB 为半径的圆弧的长即可解答.

【详解】解：∵将该三角板绕点B顺时针旋转，使点C的对应点C'落在直线l上，

$\therefore \angle ABC=\angle A'BC=60^\circ$,即$\angle ABA=120^\circ$，

∴点 A 经过的路径长至少为 $\dfrac{120°\cdot\pi\cdot10}{180°}=\dfrac{20\pi}{3}$．

故答案为：$\dfrac{20\pi}{3}$．

14. 如图，AB 是半圆的直径，AC 是一条弦，D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，$DE\perp AB$ 于点 E，交 AC 于点 F，DB 交 AC 于点 G，连结 AD．给出下面四个结论：

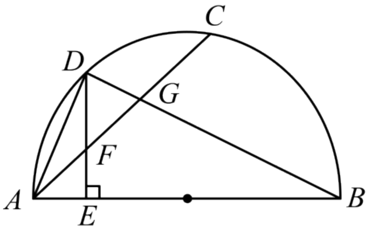
①$\angle ABD=\angle DAC$；

②$AF=FG$；

③当 $DG=2$，$GB=3$ 时，$FG=\dfrac{\sqrt{14}}{2}$；

④当 $\overset{\frown}{BD}=2\overset{\frown}{AD}$，$AB=6$ 时，$\triangle DFG$ 的面积是 $\sqrt{3}$．

上述结论中，正确结论的序号有________．

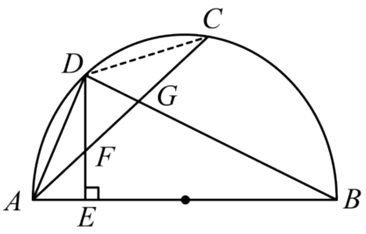


【答案】①②③

【解析】

【分析】如图：连接 DC，由圆周角定理可判定①；先说明 $\angle BDE=\angle AGD$、$\angle ADE=\angle DAC$ 可得 $DF=FG$、$AF=FD$，即 $AF=FG$ 可判定②；先证明 $\triangle ADG\backsim\triangle BDA$ 可得 $\dfrac{AD}{BD}=\dfrac{GD}{AD}$，即 $\dfrac{AD}{DG+BG}=\dfrac{GD}{AD}$，代入数据可得 $AD=\sqrt{10}$，然后运用勾股定理可得 $AG=\sqrt{14}$，再结合 $AF=FG$ 即可判定③；如图：假设半圆的圆心为 O，连接 OD,CO,CD，易得 $\angle AOD=\angle DOC=60°$，从而证明 $\triangle AOD,\triangle ODC$ 是等边三角形，即 $ADCO$ 是菱形，然后得到 $\angle DAC=\angle OAC=30°$，再解直角三角形可得 $DG=2\sqrt{3}$，根据三角形面积公式可得 $S_{\triangle ADG}=6\sqrt{3}$，最后根据三角形的中线将三角形平分即可判定④．

【详解】解：如图：连接 DC，



$\because D$ 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{DC}$，

$\therefore \angle ABD = \angle DAC$，即①正确；

$\because AB$ 是直径，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ$，

$\therefore \angle DAC + \angle AGD = 90^\circ$，

$\because DE \perp AB$

$\therefore \angle BDE + \angle ABD = 90^\circ$，

$\because \angle ABD = \angle DAC$，

$\therefore \angle BDE = \angle AGD$，

$\therefore DF = FG$，

$\because \angle BDE + \angle ABD = 90^\circ$，$\angle BDE + \angle ADE = 90^\circ$，

$\therefore \angle ADE = \angle ABD$，

$\because \angle ABD = \angle DAC$，

$\therefore \angle ADE = \angle DAC$，

$\therefore AF = FD$，

$\therefore AF = FG$,即②正确；

在$\triangle ADG$和$\triangle BDA$，

$$\begin{cases} \angle ADG = \angle BDA = 90^\circ \\ \angle DAG = \angle DBA \end{cases},$$

$\therefore \triangle ADG \backsim \triangle BDA$，

$\therefore \dfrac{AD}{BD} = \dfrac{GD}{AD}$, 即 $\dfrac{AD}{DG + BG} = \dfrac{GD}{AD}$,

$\therefore \dfrac{AD}{2+3} = \dfrac{2}{AD}$，即 $AD = \sqrt{10}$，

$\therefore AG = \sqrt{AD^2 + DG^2} = \sqrt{14}$，

$\because AF = FG$，

$\therefore FG=\frac{1}{2}AG=\frac{\sqrt{14}}{2}$，即③正确；

如图：假设半圆的圆心为 O，连接 OD,CO,CD，

$\because \overset{\frown}{BD}=2\overset{\frown}{AD}$， $AB=6$， D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{DC}=\frac{1}{3}\overset{\frown}{AB}$,

$\therefore \angle AOD=\angle DOC=60^{\circ}$，

$\because OA=OD=OC$，

$\therefore \triangle AOD,\triangle ODC$ 是等边三角形，

$\therefore OA=AD=CD=OC=OD=6$，即 $ADCO$ 是菱形，

$\therefore \angle DAC=\angle OAC=\frac{1}{2}\angle DAO=30^{\circ}$，

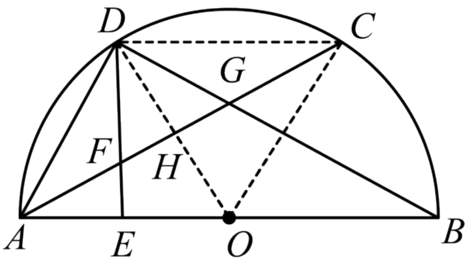
$\because \angle ADB=90^{\circ}$，

$\therefore \tan\angle DAC=\tan 30^{\circ}=\frac{DG}{AD}$，即 $\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{DG}{6}$，解得： $DG=2\sqrt{3}$，

$\therefore S_{\triangle ADG}=\frac{1}{2}AD\cdot DG=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$，

$\because AF=FG$

$\therefore S_{\triangle DFG}=\frac{1}{2}S_{\triangle ADG}=3\sqrt{3}$，即④错误.



故答案为：①②③.

【点睛】本题主要考查了圆周角定理、解直角三角形、相似三角形的判定与性质、勾股定理、菱形的判定与性质、等腰三角形的判定与性质等知识点，灵活运用相关知识成为解题的关键.

三、解答题：本题共 10 小题，共 78 分.

15. 先化简，再求值： $\frac{x^3}{x-2}-\frac{2x^2}{x-2}$，其中 $x=\sqrt{2}$.

【答案】 x^2，2

【解析】

【分析】本题考查了分式的化简求值问题，先算分式的减法运算，再代入求值即可．

【详解】解：原式$=\dfrac{x^3-2x^2}{x-2}=\dfrac{x^2\left(x-2\right)}{x-2}=x^2$

$\because x=\sqrt{2}$，

$\therefore$原式$=2$

16. 2021年吉林省普通高中开始施行新高考选科模式，此模式有若干种学科组合，每位高中生可根据自己的实际情况选择一种．一对双胞胎姐妹考入同一所高中且选择了相同组合，该校要将所有选报这种组合的学生分成A、B、C三个班，其中每位学生被分到这三个班的机会均等．用画树状图（或列表）的方法，求这对双胞胎姐妹被分到同一个班的概率．

【答案】$\dfrac{1}{3}$

【解析】

【分析】本题主要考查列表法与树状图法、概率公式等知识点，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键．

先列表确定出所有等可能的结果数以及这对双胞胎姐妹被分到同一个班的结果数，然后再利用概率公式计算即可．

【详解】解：列表如下：

	A	B	C
A	A，A	A，B	A，C
B	B，A	B，B	B，C
C	C，A	C，B	C，C

共有9种等可能的结果，其中这对双胞胎姐妹被分到同一个班的结果有3种，

所以这对双胞胎姐妹被分到同一个班的概率为$\dfrac{3}{9}=\dfrac{1}{3}$．

17. 《九章算术》被历代数学家尊为“算经之首”．下面是其卷中记载的关于“盈不足”的一个问题：今有共买金，人出四百，盈三千四百；人出三百，盈一百．问人数、金价各几何？这段话的意思是：今有人合伙买金，每人出400钱，会剩余3400钱；每人出300钱，会剩余100钱．合伙人数、金价各是多少？请解决上述问题．

【答案】共33人合伙买金，金价为9800钱

【解析】

【分析】设共 x 人合伙买金，金价为 y 钱，根据“每人出 400 钱，会剩余 3400 钱；每人出 300 钱，会剩余 100 钱”，即可得出关于 x，y 的二元一次方程组，解之即可得出结论.

【详解】解：设共 x 人合伙买金，金价为 y 钱，

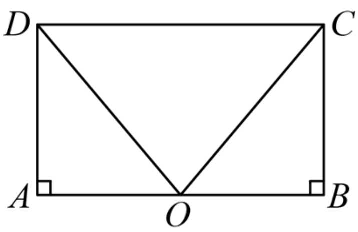
依题意得：$\begin{cases}400x-3400=y\\300x-100=y\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=33\\y=9800\end{cases}$.

答：共 33 人合伙买金，金价为 9800 钱.

【点睛】本题考查了二元-次方程组的应用以及数学常识，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

18. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\angle B=90^{\circ}$，$O$ 是边 AB 的中点，$\angle AOD=\angle BOC$．求证：四边形 $ABCD$ 是矩形.



【答案】证明见解析.

【解析】

【分析】本题考查全等三角形的判定与性质、平行四边形的判定及矩形的判定，熟练掌握判定定理是解题关键．利用SAS可证明$\triangle AOD\cong\triangle BOC$，得出 $AD=BC$，根据$\angle A=\angle B=90^{\circ}$得出 $AD\parallel BC$，即可证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，进而根据有一个角是直角的平行四边形是矩形即可证明四边形 $ABCD$ 是矩形.

【详解】证明：∵ O 是边 AB 的中点，

∴ $OA=OB$，

在$\triangle AOD$和$\triangle BOC$中，$\begin{cases}\angle A=\angle B=90^{\circ}\\OA=OB\\\angle AOD=\angle BOC\end{cases}$，

∴ $\triangle AOD\cong\triangle BOC$，

∴ $AD=BC$，

∵ $\angle A=\angle B=90^{\circ}$，

$\therefore AD \parallel BC$，

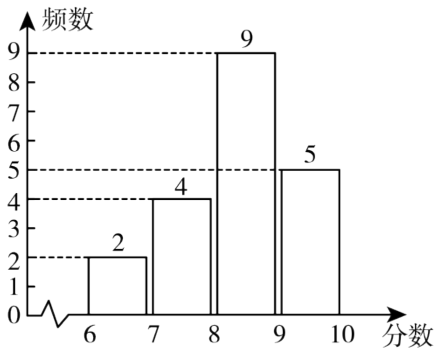
$\therefore$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\because \angle A=\angle B=90^{\circ}$，

$\therefore$四边形$ABCD$是矩形．

19. 某校为调研学生对本校食堂的满意度，从初中部和高中部各随机抽取20名学生对食堂进行满意度评分（满分10分），将收集到的评分数据进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

a．高中部20名学生所评分数的频数分布直方图如下图：（数据分成4组：$6\le x<7$，$7\le x<8$，$8\le x<9$，$9\le x\le 10$）



b．高中部20名学生所评分数在$8\le x<9$这一组的是：

8.0　8.1　8.2　8.2　8.4　8.5　8.6　8.7　8.8

c．初中部、高中部各20名学生所评分数的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
初中部	8.3	8.5
高中部	8.3	m

根据以上信息，回答下列问题：

（1）表中m的值为________；

（2）根据调查前制定的满意度等级划分标准，评分不低于8.5分为“非常满意”．

①在被调查的学生中，设初中部、高中部对食堂“非常满意”的人数分别为a、b，则a________b；（填“>”“<”或“=”）

②高中部共有800名学生在食堂就餐，估计其中对食堂“非常满意”的学生人数．

【答案】（1）8.3

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/497201005041006131