四川省仁寿县铧强中学 2024 年高三毕业班总复习概率与统计平行性测试数学试题

考生请注意：

1．答题前请将考场、试室号、座位号、考生号、姓名写在试卷密封线内，不得在试卷上作任何标记。

2．第一部分选择题每小题选出答案后，需将答案写在试卷指定的括号内，第二部分非选择题答案写在试卷题目指定的位置上。

3．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设 i 是虚数单位，则 $\left(2+3i\right)\left(3-2i\right)=$（　　）

A．$12+5i$　　B．$6-6i$　　C．$5i$　　D．13

2．已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点为 F，P 为抛物线上一点，$A(1,1)$，当 ΔPAF 周长最小时，PF 所在直线的斜率为（　　）

A．$-\dfrac{4}{3}$　　B．$-\dfrac{3}{4}$　　C．$\dfrac{3}{4}$　　D．$\dfrac{4}{3}$

3．已知 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 满足 $\left|\vec{a}\right|=2\sqrt{3}$，$\left|\vec{b}\right|=3$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-6$，则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影为（　　）

A．-2　　B．-1　　C．-3　　D．2

4．已知 A,B 是球 O 的球面上两点，$\angle AOB=90^\circ$，C 为该球面上的动点.若三棱锥 $O-ABC$ 体积的最大值为 36,则球 O 的表面积为（ ）

A．36π　　B．64π　　C．144π　　D．256π

5．若函数 $f\left(x\right)=\left|\ln x\right|$ 满足 $f\left(a\right)=f\left(b\right)$，且 $0<a<b$，则 $\dfrac{4a^2+b^2-4}{4a+2b}$ 的最小值是（　　）

A．0　　B．1　　C．$\dfrac{3}{2}$　　D．$2\sqrt{2}$

6．已知命题 ***p***：若 $a>1$，$b>c>1$，则 $\log_b a<\log_c a$；命题 ***q***：$\exists x_0\left(0,+\infty\right)$，使得 $2^{x_0}<\log_3 x_0$”，则以下命题为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\wedge\left(\neg q\right)$　　C．$\left(\neg p\right)\wedge q$　　D．$\left(\neg p\right)\wedge\left(\neg q\right)$

7．已知函数 $f\left(x\right)$ 是 R 上的偶函数，$g\left(x\right)$ 是 R 的奇函数，且 $g\left(x\right)=f\left(x-1\right)$，则 $f\left(2019\right)$ 的值为（　　）

A．2　　B．0　　C．-2　　D．±2

8．已知定义在 ***R*** 上的函数 $f(x)=2^{|x-m|}-1$（***m*** 为实数）为偶函数，记 $a=f\left(\log_{0.5}3\right)$，$b=f\left(\log_2 5\right)$，$c=f(2+m)$ 则 ***a***，***b***，***c*** 的大小关系为(　　)

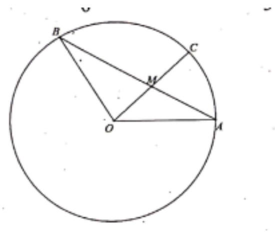
A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$c<b<a$

9．已知函数 $f(x)=x-\sqrt{x}(x>0)$，$g\left(x\right)=x+e^{x}$，$h\left(x\right)=x+\ln x\left(x>0\right)$ 的零点分别为 x_1，x_2，x_3，则（　　）

A．$x_1<x_2<x_3$　　　　B．$x_2<x_1<x_3$

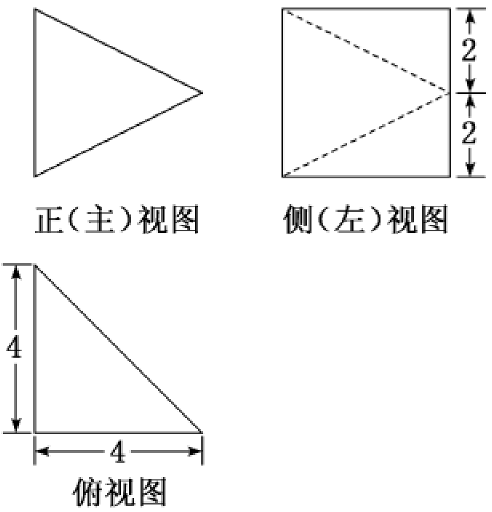
C．$x_2<x_3<x_1$　　　　D．$x_3<x_1<x_2$

10．点 A,B,C 是单位圆 O 上不同的三点，线段 OC 与线段 AB 交于圆内一点 M，若 $\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB},(m>0,n>0),m+n=2$，则 $\angle AOB$ 的最小值为（　　）



A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{2\pi}{3}$

11．已知某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是（　　）



A．$\frac{64}{3}$　　B．64　　C．$\frac{32}{3}$　　D．32

12．已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}-a_n=2$，且 a_1,a_3,a_4 成等比数列.若 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 S_n 的最小值为（　　）

A．-10　　B．-14　　C．-18　　D．-20

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知抛物线 **C**：$y^2=4x$ 的焦点为 **F**，准线为 **l**，**P** 为 **C** 上一点，**PQ** 垂直 **l** 于点 **Q**，**M**，**N** 分别为 **PQ**，**PF** 的中点，**MN** 与 **x** 轴相交于点 **R**，若∠**NRF**=60°，则|**FR**|等于_____.

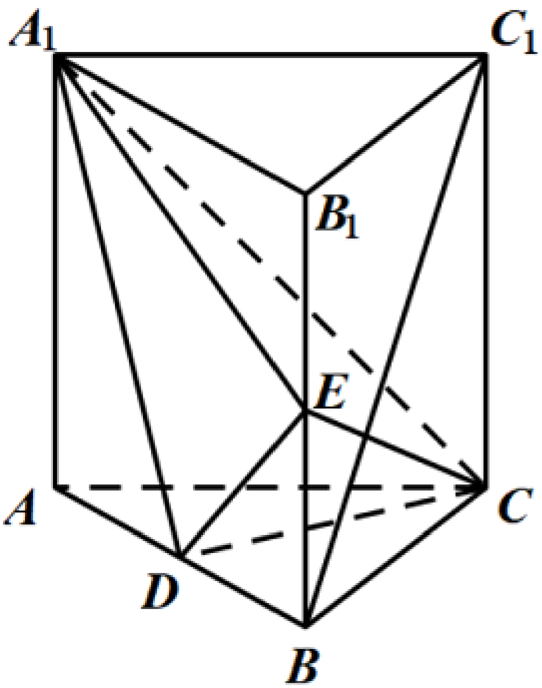
14．锐角 $\triangle ABC$ 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，若 $a^2-b^2+ac=0$，则 $\frac{\sin A}{\sin B}$ 的取值范围是______.

15．$\left(x-\sqrt{2}y\right)^6$ 的展开式中，x^2y^4 的系数为_______（用数字作答）.

16．实数x，y满足$\begin{cases} y \ge 1 \\ y \le 2x-1 \\ x+y \le m \end{cases}$，如果目标函数$z=x-y$的最小值为$-2$，则$\dfrac{y}{x}$的最小值为_______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）如图，直三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，D,E分别是AB,BB_1的中点，$AA_1=AC=CB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}AB=\sqrt{2}$.



（1）证明：BC_1 P平面A_1CD；

（2）求二面角$D-A_1C-E$的余弦值.

18.（12 分）在平面直角坐标系 ***xOy*** 中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases} x=2+2cos\alpha \\ y=2sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数）. 以平面直角坐标系的原点$O$为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线$C_2$的极坐标方程为$\rho\sin\theta=\sqrt{3}$.

（1）求曲线C_1的极坐标方程；

（2）设C_1和C_2交点的交点为A,B，求ΔAOB 的面积.

19.（12 分）已知函数$f(x)=e^x-ax^2$

（1）已知直线l：$x-y-1=0$，l_1：$2x-y-2=0$.若直线l_2与l_1关于l对称，又函数$f(x)$在$x=1$处的切线与l_2垂直，求实数a的值；

（2）若函数$g(x)=(e-2)x+1$，则当$x>0$，$a=1$时，求证：

①$f(x)\ge g(x)$；

②$e^x-ex-1\ge x(\ln x-1)$.

20．（12 分）在直角坐标系xOy中，l是过定点$P\left(4,2\right)$且倾斜角为α的直线；在极坐标系（以坐标原点O为极点，以x轴非负半轴为极轴，取相同单位长度）中，曲线C的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$.

（1）写出直线l的参数方程，并将曲线C的方程化为直角坐标方程；

（2）若曲线C与直线l相交于不同的两点M、N，求$\left|PM\right|+\left|PN\right|$的取值范围.

21．（12 分）已知不等式$|x+1|+|x|+|x-1|\ge|m+1|$对于任意的$x\in\mathbf{R}$恒成立.

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）若 m 的最大值为 M，且正实数 a，b，c 满足$a+2b+3c=M$.求证$\dfrac{1}{2a+b}+\dfrac{1}{b+2c}\ge 2+\sqrt{3}$.

22．（10 分）已知等比数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_1=2$，a_3+2是a_2和a_4的等差中项.

(1)求数列$\left\{a_n\right\}$的通项公式；

(2)记$b_n=a_n\log_2 a_n$，求数列$\left\{b_n\right\}$的前n项和T_n.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

利用复数的乘法运算可求得结果.

【详解】

由复数的乘法法则得$\left(2+3i\right)\left(3-2i\right)=6+5i-6i^2=12+5i$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查复数的乘法运算，考查计算能力，属于基础题.

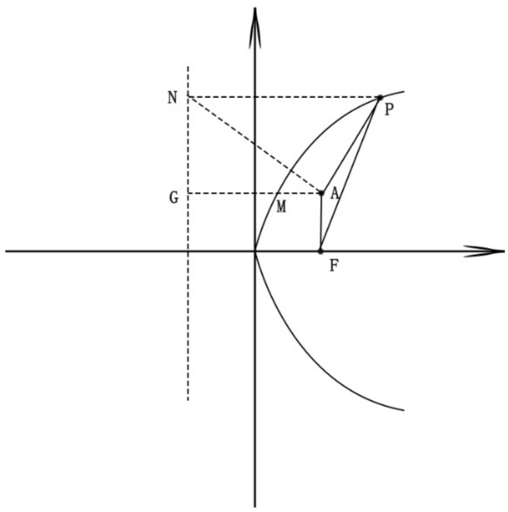
2、**A**

【解析】

本道题绘图发现三角形周长最小时 A,P 位于同一水平线上，计算点 P 的坐标，计算斜率，即可.

【详解】

结合题意，绘制图像



要计算三角形 PAF 周长最小值，即计算 PA+PF 最小值，结合抛物线性质可知，PF=PN，所以

$PF+PA=PA+PN\geq AN\geq AG$，故当点 P 运动到 M 点处，三角形周长最小，故此时 M 的坐标为$\left(\frac{1}{4},1\right)$，所以斜率为$k=\frac{1-0}{\frac{1}{4}-1}=-\frac{4}{3}$，故选 A.

【点睛】

本道题考查了抛物线的基本性质，难度中等.

3、A

【解析】

根据向量投影的定义，即可求解.

【详解】

$\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 上的投影为$|\vec{a}|\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=\frac{-6}{3}=-2$.

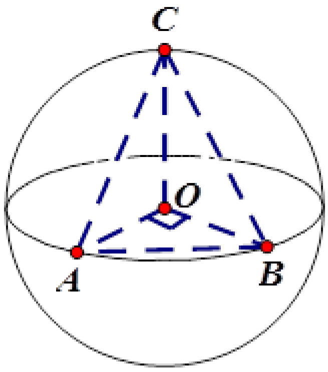
故选:A

【点睛】

本题考查向量的投影，属于基础题.

4、C

【解析】



如图所示，当点 C 位于垂直于面 AOB 的直径端点时，三棱锥 $O-ABC$ 的体积最大，设球 O 的半径为 R，此时 $V_{O-ABC}=V_{C-AOB}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}R^2\times R=\frac{1}{6}R^3=36$，故 $R=6$，则球 O 的表面积为 $S=4\pi R^2=144\pi$，故选 **C**.

考点：外接球表面积和椎体的体积.

5、**A**

【解析】

由 $f(a)=f(b)$ 推导出 $b=\frac{1}{a}$，且 $0<a<1$，将所求代数式变形为 $\frac{4a^2+b^2-4}{4a+2b}=\frac{2a+b}{2}-\frac{4}{2a+b}$，利用基本不等式求得 $2a+b$ 的取值范围，再利用函数的单调性可得出其最小值.

【详解】

Q 函数 $f(x)=|\ln x|$ 满足 $f(a)=f(b)$，$\therefore(\ln a)^2=(\ln b)^2$，即 $(\ln a-\ln b)(\ln a+\ln b)=0$，

Q $0<a<b$，$\therefore\ln a<\ln b$，$\therefore\ln a+\ln b=0$，即 $\ln(ab)=0\Rightarrow ab=1$，

$\therefore 1=ab>a^2$，则 $0<a<1$，

由基本不等式得 $2a+b=2a+\frac{1}{a}\geq 2\sqrt{2a\cdot\frac{1}{a}}=2\sqrt{2}$，当且仅当 $a=\frac{1}{2}$ 时，等号成立.

Q $\frac{4a^2+b^2-4}{4a+2b}=\frac{(2a+b)^2-4ab-4}{2(2a+b)}=\frac{(2a+b)^2-8}{2(2a+b)}=\frac{2a+b}{2}-\frac{4}{2a+b}$，

由于函数 $y=\frac{x}{2}-\frac{4}{x}$ 在区间 $[2\sqrt{2},+\infty)$ 上为增函数，

所以，当 $2a+b=2\sqrt{2}$ 时，$\frac{4a^2+b^2-4}{4a+2b}$ 取得最小值 $\frac{2\sqrt{2}}{2}-\frac{4}{2\sqrt{2}}=0$.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查代数式最值的计算，涉及对数运算性质、基本不等式以及函数单调性的应用，考查计算能力，属于中等题.

6、**B**

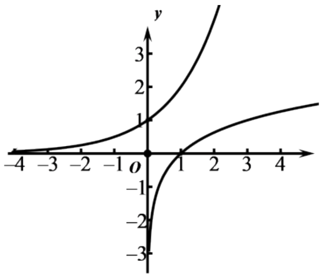
【解析】

先判断命题 p,q 的真假,进而根据复合命题真假的真值表,即可得答案.

【详解】

$\log_b a=\dfrac{1}{\log_a b}$，$\log_c a=\dfrac{1}{\log_a c}$，因为 $a>1$，$b>c>1$，所以 $0<\log_a c<\log_a b$，所以 $\dfrac{1}{\log_a c}>\dfrac{1}{\log_a b}$，即命题 $\boldsymbol{p}$ 为真命题；画出函数 $y=2^x$ 和 $y=\log_3 x$ 图象，知命题 $\boldsymbol{q}$ 为假命题,所以 $p\wedge(\neg q)$ 为真.

故选:**B.**



【点睛】

本题考查真假命题的概念,以及真值表的应用,解题的关键是判断出命题 p,q 的真假,难度较易.

7、**B**

【解析】

根据函数的奇偶性及题设中关于 $g(x)$ 与 $f(x-1)$ 关系，转换成关于 $f(x)$ 的关系式，通过变形求解出 $f(x)$ 的周期，进而算出 $f(2019)$.

【详解】

Q $g(x)$ 为 R 上的奇函数，$\therefore g(0)=f(-1)=0, g(-x)=-g(x)$

$\therefore f(-1)=0, f(-x-1)=-f(x-1)$，$\therefore f(-x)=-f(x-2)$

而函数 $f(x)$ 是 R 上的偶函数，$\therefore f(x)=f(-x)$，$\therefore f(x)=-f(x-2)$

$\therefore f(x-2)=-f(x-4)$，$\therefore f(x)=f(x-4)$

故 $f(x)$ 为周期函数，且周期为 4

$\therefore f(2019)=f(-1)=0$

故选：**B**

【点睛】

本题主要考查了函数的奇偶性，函数的周期性的应用，属于基础题.

8、**B**

【解析】

根据 $f(x)$ 为偶函数便可求出 $m=0$，从而 $f(x)=2^{|x|}-1$，根据此函数的奇偶性与单调性即可作出判断.

【详解】

解：∵$f(x)$ 为偶函数；

∴$f(-x)=f(x)$；

∴$2^{|-x-m|}-1=2^{|x-m|}-1$；

∴$|-x-m|=|x-m|$；

$(-x-m)^2=(x-m)^2$；

∴$mx=0$；

∴$m=0$；

∴$f(x)=2^{|x|}-1$；

∴$f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，并且 $a=f(|\log_{0.5}3|)=f(\log_2 3)$，

$b=f(\log_2 5)$，$c=f(2)$；

∵$0<\log_2 3<2<\log_2 5$；

∴a<c<b.

故选 B.

【点睛】

本题考查偶函数的定义，指数函数的单调性，对于偶函数比较函数值大小的方法就是将自变量的值变到区间 $[0,+\infty)$ 上，根据单调性去比较函数值大小.

9、**C**

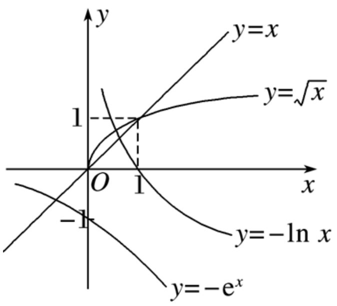
【解析】

转化函数 $f(x)=x-\sqrt{x}(x>0)$，$g(x)=x+e^x$，$h(x)=x+\ln x(x>0)$ 的零点为 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x}(x>0)$，$y=-e^x$，$y=-\ln x(x>0)$ 的交点，数形结合，即得解.

【详解】

函数 $f(x)=x-\sqrt{x}(x>0)$，$g(x)=x+e^x$，$h(x)=x+\ln x(x>0)$ 的零点，即为 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x}(x>0)$，$y=-e^x$，$y=-\ln x(x>0)$ 的交点，

作出 $y=x$ 与 $y=\sqrt{x}(x>0)$，$y=-e^{x}$，$y=-\ln x\left(x>0\right)$ 的图象，



如图所示，可知 $x_2<x_3<x_1$

故选：**C**

【点睛】

本题考查了数形结合法研究函数的零点，考查了学生转化划归，数形结合的能力，属于中档题.

10、**D**

【解析】

由题意得 $1=m^2+n^2+2mn\cos\angle AOB$，再利用基本不等式即可求解.

【详解】

将 $\overrightarrow{OC}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}$ 平方得 $1=m^2+n^2+2mn\cos\angle AOB$，

$$\cos\angle AOB=\frac{1-m^2-n^2}{2mn}=\frac{1-(m+n)^2+2mn}{2mn}=-\frac{3}{2mn}+1\le-\frac{3}{2\times(\frac{m+n}{2})^2}+1=-\frac{1}{2}$$

（当且仅当 $m=n=1$ 时等号成立），

$\because 0<\angle AOB<\pi$，

$\therefore\angle AOB$ 的最小值为 $\frac{2\pi}{3}$，

故选：**D.**

【点睛】

本题主要考查平面向量数量积的应用，考查基本不等式的应用，属于中档题.

11、**A**

【解析】

根据三视图，还原空间几何体，即可得该几何体的体积.

【详解】

由该几何体的三视图，还原空间几何体如下图所示：