2023学年高考数学模拟测试卷

考生须知：
1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

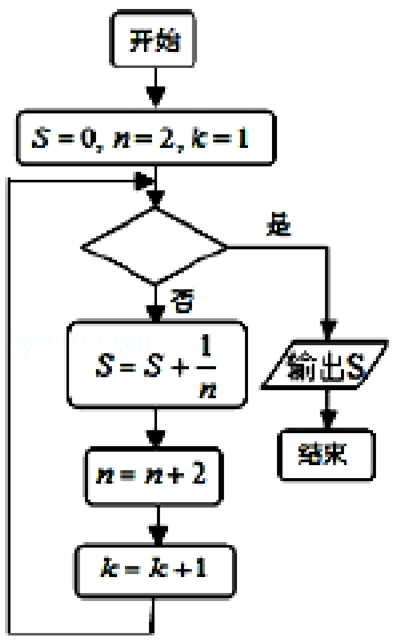
1．造纸术、印刷术、指南针、火药被称为中国古代四大发明，此说法最早由英国汉学家艾约瑟提出并为后来许多中国的历史学家所继承，普遍认为这四种发明对中国古代的政治，经济，文化的发展产生了巨大的推动作用**.**某小学三年级共有学生**500**名，随机抽查**100**名学生并提问中国古代四大发明，能说出两种发明的有**45**人，能说出**3**种及其以上发明的有**32**人，据此估计该校三级的**500**名学生中，对四大发明只能说出一种或一种也说不出的有（　　）

A．69人　　**B．84**人　　**C．108**人　　**D．115**人

2．已知平面向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=1$ $\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{2\pi}{3}$，且$(\vec{a}\quad\lambda\vec{b})\perp(2\vec{a}-\vec{b})$，则实数$\lambda$的值为（　）

A． -7　　**B．** -3　　**C．** 2　　**D．** 3

3．如图是计算$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{10}$值的一个程序框图，其中判断框内应填入的条件是**(　)**



A． $k\geq 5$

B． $k<5$

C． $k>5$

D． $k\leq 6$

4．地球上的风能取之不尽，用之不竭**.**风能是清洁能源，也是可再生能源**.**世界各国致力于发展风力发电，近**10**年来，全球风力发电累计装机容量连年攀升，中国更是发展迅猛，**2014**年累计装机容量就突破了$100\mathrm{GW}$，达到$114.6\mathrm{GW}$，中国的风力发电技术也日臻成熟，在全球范围的能源升级换代行动中体现出大国的担当与决心**.**以下是近**10**年全球风力发电累计装机容量与中国新增装机容量图**.** 根据所给信息，正确的统计结论是（　　）

A．截止到 **2015** 年中国累计装机容量达到峰值

B．**10** 年来全球新增装机容量连年攀升

C．**10** 年来中国新增装机容量平均超过 20GW

D．截止到 **2015** 年中国累计装机容量在全球累计装机容量中占比超过 $\frac{1}{3}$

5．设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点，过点 F_1 作圆 $x^2+y^2=a^2$ 的切线，与双曲线的左、右两支分别交于点 P,Q，若 $|QF_2|=|PQ|$，则双曲线渐近线的斜率为（　　）

A．± 1　　B．$\pm\left(\sqrt{3}-1\right)$　　C．$\pm\left(\sqrt{3}+1\right)$　　D．$\pm\sqrt{5}$

6．已知直线 $l_1: ax+2y+4=0$，$l_2: x+(a-1)y+2=0$，则“$a=-1$”是“$l_1 /\!/ l_2$”的

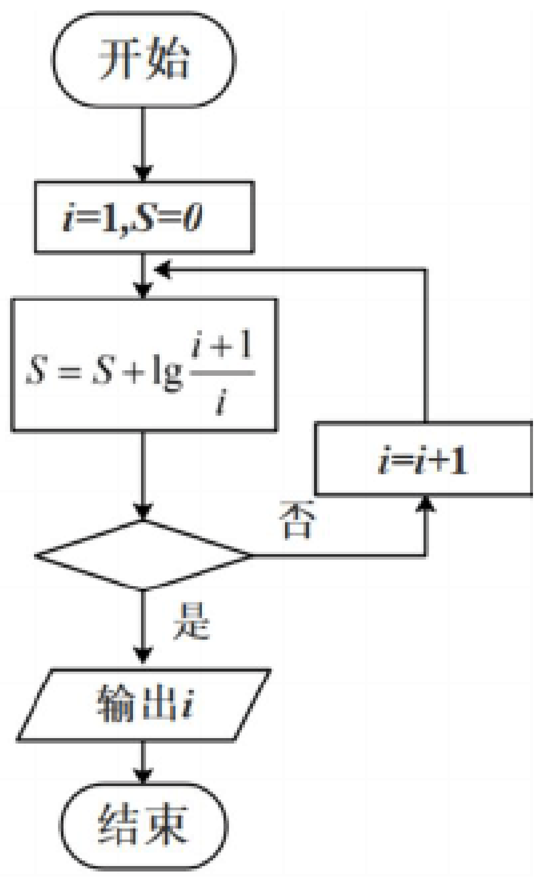
A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7．若 $|\overline{OA}|=1$，$|\overline{OB}|=\sqrt{3}$，$\overline{OA}\cdot\overline{OB}=0$，点 ***C*** 在 ***AB*** 上，且 $\angle AOC=30^\circ$，设 $\overline{OC}=m\overline{OA}+n\overline{OB}\ (m,n\in R)$，则 $\frac{m}{n}$ 的值为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．3　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

8．运行如图所示的程序框图，若输出的 i 的值为 **99**，则判断框中可以填（　　）



A．$S\geq 1$　　B．$S>2$　　C．$S>\lg 99$　　D．$S\geq \lg 98$

9．已知i是虚数单位，若$\frac{z}{1-i}=2i+1$，则$|z|=$（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．$\sqrt{10}$　　D．10

10．已知$a+2i=1-bi\left(a,b\in R\right)$，其中i是虚数单位，则 $z=a-bi$ 对应的点的坐标为（　　）

A．$\left(1\quad 2\right)$　　B．$\left(2\quad 1\right)$　　C．$\left(1,2\right)$　　D．$\left(2,1\right)$

11．甲、乙、丙、丁四人通过抓阄的方式选出一人周末值班（抓到“值”字的人值班）.抓完阄后，甲说：“我没抓到.”乙说：“丙抓到了.”丙说：“丁抓到了”丁说：“我没抓到　已知他们四人中只有一人说了真话，根据他们的说法，可以断定值班的人是（　　）

A．甲　　B．乙　　C．丙　　D．丁

12．过抛物线 ***C***：$y^2=4x$ 的焦点 ***F***，且斜率为$\sqrt{3}$的直线交 ***C*** 于点 ***M***(***M*** 在 ***x*** 轴的上方)，***l*** 为 ***C*** 的准线，点 ***N*** 在 ***l*** 上且 ***MN***⊥***l***，则 ***M*** 到直线 ***NF*** 的距离为（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．记复数 ***z***=***a***+***bi***（***i*** 为虚数单位）的共轭复数为$\overline{z}=a-bi\left(a,\ b\in R\right)$，已知 ***z***=**2**+***i***，则$\overline{z^2}=$_____.

14．正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的底面边长为**2**，侧棱长为$\sqrt{3}$，D为BC中点，则三棱锥$A-B_1DC_1$的体积为________.

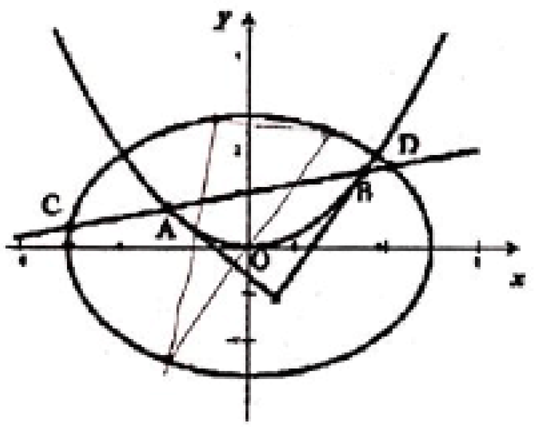
15．设x、y满足约束条件$\begin{cases}x+y\geq a\\ x-y\leq -1\end{cases}$，且$z=x+ay$的最小值为 **7**，则$a=$________**.**

16．已知边长为$4\sqrt{3}$的菱形$ABCD$中，$\angle A=60^\circ$，现沿对角线BD折起，使得二面角$A-BD-C$为120°，此时点A，

B，C，D在同一个球面上，则该球的表面积为________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知椭圆$C_1:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距是$2\sqrt{2}$，点$P$是椭圆$C$上一动点，点$M,N$是椭圆$C$上关于原点$O$对称的两点（与$P$不同），若直线$PM,PN$的斜率之积为$-\frac{1}{2}$.



（Ⅰ）求椭圆的标准方程；

（Ⅱ）A,B是抛物线$C_2:x^2=4y$上两点，且A,B处的切线相互垂直，直线AB与椭圆C_1相交于C,D两点，求$\triangle OCD$的面积的最大值 .

18.（12 分）平面直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=1+\sqrt{3}\cos\theta\\ y=\sqrt{3}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），以原点为极点，$x$轴的非负半轴为极轴，取相同的单位长度建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程为$\theta=\frac{\pi}{3}(\rho>0)$，直线$l$的极坐标方程为$\rho\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)=3$，点$P\left(6,\frac{\pi}{6}\right)$.

（**1**）求曲线C_1的极坐标方程与直线l的直角坐标方程；

（**2**）若直线l与曲线C_2交于点A，曲线C_1与曲线C_2交于点B，求$\triangle PAB$的面积.

19.（12 分）选修 **4-5**：不等式选讲

设函数$f(x)=|x-a|,a<0$.

（**1**） 证明:$f(x)+f(-\frac{1}{x})\geq 2$;

（**2**）若不等式$f(x)+f(2x)<\frac{1}{2}$的解集非空，求a的取值范围.

20.（12 分）已知数列$\{a_n\}$，其前n项和为S_n，满足$a_1=2$，$S_n=\lambda na_n+\mu a_{n-1}$，其中$n\geqslant 2$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\lambda$，$\mu\in R$.

⑴若$\lambda=0$，$\mu=4$，$b_n=a_{n+1}-2a_n$（$n\in\mathbf{N}^*$），求证：数列$\{b_n\}$是等比数列；

⑵若数列$\{a_n\}$是等比数列，求λ，μ的值；

(3)若$a_2=3$，且$\lambda+\mu=\frac{3}{2}$，求证：数列$\{a_n\}$是等差数列.

21.（12分）已知函数$f\left(x\right)=\ln x$.

（**1**）求函数$g\left(x\right)=f\left(x\right)-x+1$的零点；

（**2**）设函数$f\left(x\right)$的图象与函数$y=x+\frac{a}{x}-1$的图象交于$A\left(x_1，y_1\right)$，$B\left(x_1，y_1\right)\left(x_1<x_2\right)$两点，求证：$a<x_1x_2-x_1$；

（**3**）若$k>0$，且不等式$\left(x^2-1\right)f\left(x\right)\geqslant k\left(x-1\right)^2$对一切正实数$\boldsymbol{x}$恒成立，求$\boldsymbol{k}$的取值范围.

22.（10分）若函数$f\left(x\right)$在x_0处有极值，且$f\left(x_0\right)=x_0$，则称x_0为函数$f\left(x\right)$的“***F*** 点”**.**

（**1**）设函数$f\left(x\right)=kx^2-2\ln x$（$k\in\mathbf{R}$）**.**

①当$k=1$时，求函数$f\left(x\right)$的极值；

②若函数$f\left(x\right)$存在“***F*** 点”，求$\boldsymbol{k}$的值；

（**2**）已知函数$g\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx$（$\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$c\in\mathbf{R}$，$a\neq0$）存在两个不相等的“***F*** 点”$x_1$，$x_2$，且$\left|g\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\right|\geq1$，求$\boldsymbol{a}$的取值范围**.**

2023学年模拟测试卷参考答案（含详细解析）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**D**

【答案解析】

先求得100名学生中，只能说出一种或一种也说不出的人数，由此利用比例，求得500名学生中对四大发明只能说出一种或一种也说不出的人数**.**

【题目详解】

在这**100**名学生中，只能说出一种或一种也说不出的有$100-45-32=23$人，设对四大发明只能说出一种或一种也说不出的有x人，则$\frac{100}{23}=\frac{500}{x}$，解得$x=115$人**.**

故选：**D**

【答案点睛】

本小题主要考查利用样本估计总体，属于基础题**.**

2、**D**

【答案解析】

由已知可得$\left(\vec{a}+\lambda\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，结合向量数量积的运算律，建立$\lambda$方程，求解即可.

【题目详解】

依题意得$\vec{a}\cdot\vec{b}=2\times1\times cos\dfrac{2\pi}{3}=-1$

由$\left(\vec{a}+\lambda\vec{b}\right)\cdot\left(2\vec{a}-\vec{b}\right)=0$，得$2\vec{a}^2-\lambda\vec{b}^2+\left(2\lambda-1\right)\vec{a}\cdot\vec{b}=0$

即$-3\lambda+9=0$，解得$\lambda=3$.

故选:D.

【答案点睛】

本题考查向量的数量积运算，向量垂直的应用，考查计算求解能力，属于基础题.

3、**B**

【答案解析】

根据计算结果，可知该循环结构循环了**5**次；输出**S**前循环体的**n**的值为**12**，**k**的值为**6**，进而可得判断框内的不等式.

【题目详解】

因为该程序图是计算$\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{10}$值的一个程序框圈

所以共循环了**5**次

所以输出**S**前循环体的**n**的值为**12**，**k**的值为**6**，

即判断框内的不等式应为$k\geq6$或$k>5$

所以选**C**

【答案点睛】

本题考查了程序框图的简单应用，根据结果填写判断框，属于基础题.

4、**D**

【答案解析】

先列表分析近**10**年全球风力发电新增装机容量，再结合数据研究单调性、平均值以及占比，即可作出选择.

【题目详解】

年份	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
累计装机容量	158.1	197.2	237.8	282.9	318.7	370.5	434.3	489.2	542.7	594.1

新增装机容量		**39.1**	**40.6**	**45.1**	**35.8**	**51.8**	**63.8**	**54.9**	**53.5**	**51.4**

中国累计装机装机容量逐年递增，***A*** 错误；全球新增装机容量在 **2015** 年之后呈现下降趋势，***B*** 错误；经计算，**10** 年来中国新增装机容量平均每年为19.77GW，选项 ***C*** 错误；截止到 **2015** 年中国累计装机容量197.7GW，全球累计装机容量$594.1-158.1=436\text{GW}$，占比为 45.34%，选项 ***D*** 正确.

故选：**D**

【答案点睛】

本题考查条形图，考查基本分析求解能力，属基础题.

5、**C**

【答案解析】

如图所示：切点为M，连接OM，作$PN\perp x$轴于N，计算$|PF_1|=2a$，$|PF_2|=4a$，$|PN|=\frac{2a^2}{c}$，$|F_1N|=\frac{2ab}{c}$，

根据勾股定理计算得到答案.

【题目详解】

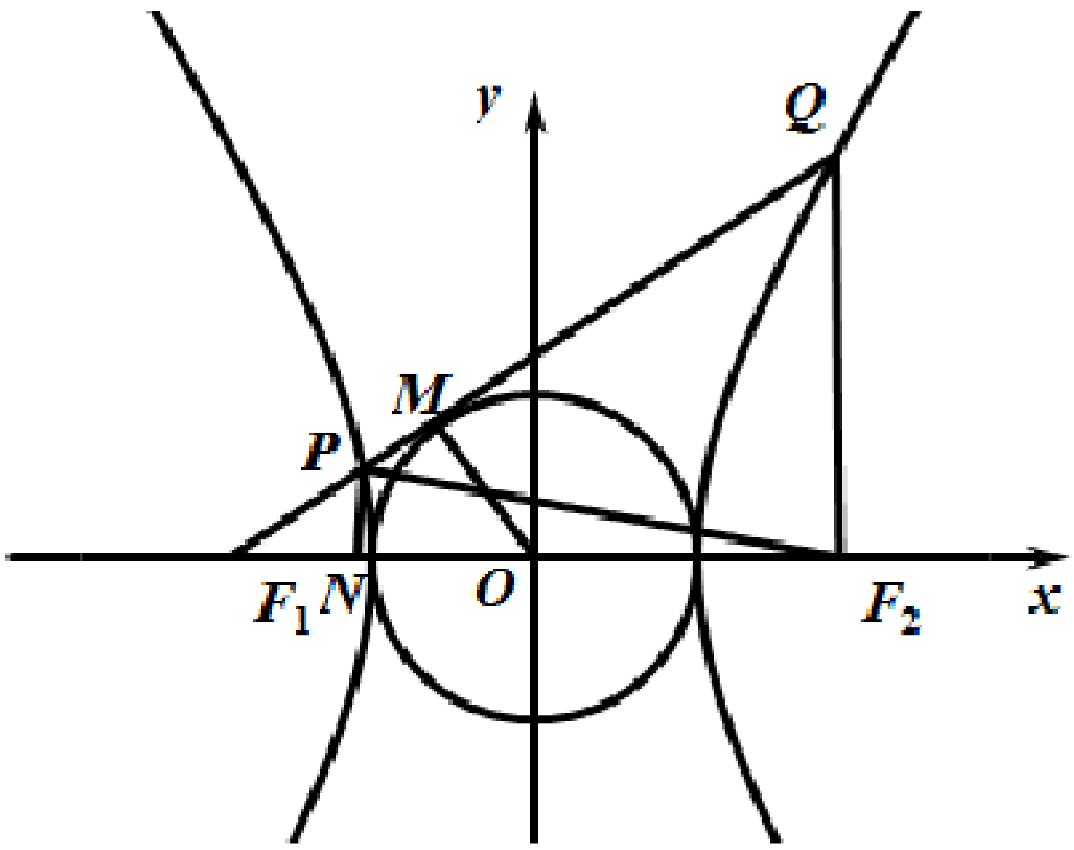
如图所示：切点为M，连接OM，作$PN\perp x$轴于N，

$|QF_1|-|QF_2|=|QP|+|PF_1|-|QF_2|=|PF_1|=2a$，故$|PF_2|=4a$，

在$Rt\Delta MOF_1$中，$\sin\angle MF_1O=\frac{a}{c}$，故$\cos\angle MF_1O=\frac{b}{c}$，故$|PN|=\frac{2a^2}{c}$，$|F_1N|=\frac{2ab}{c}$，

根据勾股定理：$16a^2=\frac{4a^4}{c^2}+\left(2c-\frac{2ab}{c}\right)^2$，解得$\frac{b}{a}=\sqrt{3}+1$.

故选：C.



【答案点睛】

本题考查了双曲线的渐近线斜率，意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

6、**C**

【答案解析】

先得出两直线平行的充要条件，根据小范围可推导出大范围，可得到答案.

【题目详解】

直线$l_1: ax+2y+4=0$，$l_2: x+(a-1)y+2=0$，$l_1 \parallel l_2$的充要条件是$a(a-1)=2 \Rightarrow a=2$或$a=-1$，当 **a=2** 时，化简后发现两直线是重合的，故舍去，最终 **a=-1.** 因此得到“$a=-1$”是“$l_1 \parallel l_2$”的充分必要条件.

故答案为 **C.**

【答案点睛】

判断充要条件的方法是：①若 **p⇒q** 为真命题且 **q⇒p** 为假命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的充分不必要条件；②若 **p⇒q** 为假命题且 **q⇒p** 为真命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的必要不充分条件；③若 **p⇒q** 为真命题且 **q⇒p** 为真命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的充要条件；④若 **p⇒q** 为假命题且 **q⇒p** 为假命题，则命题 **p** 是命题 **q** 的即不充分也不必要条件．⑤判断命题 **p** 与命题 **q** 所表示的范围，再根据“谁大谁必要，谁小谁充分”的原则，判断命题 **p** 与命题 **q** 的关系．

7、**B**

【答案解析】

利用向量的数量积运算即可算出．

【题目详解】

解：$\because \angle AOC = 30^{\circ}$

$$\therefore \cos < \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA} > = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OA}}{\left|\overrightarrow{OC}\right|\left|\overrightarrow{OA}\right|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{\left(m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{OA}}{\left|m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}\right|\left|\overrightarrow{OA}\right|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore \frac{m\left|\overrightarrow{OA}\right|^2 + n\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA}}{\sqrt{m^2\left|\overrightarrow{OA}\right|^2 + 2mn\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} + n^2\left|\overrightarrow{OB}\right|^2}\left|\overrightarrow{OA}\right|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\because \left|\overrightarrow{OA}\right| = 1$，$\left|\overrightarrow{OB}\right| = \sqrt{3}$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = 0$

$$\therefore \frac{m}{\sqrt{m^2+3n^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\therefore m^2 = 9n^2$

又$\because C$在AB上

$\therefore m > 0$，$n > 0$

$\therefore \dfrac{m}{n} = 3$

故选：B

【答案点睛】

本题主要考查了向量的基本运算的应用，向量的基本定理的应用及向量共线定理等知识的综合应用．

8、**C**

【答案解析】

模拟执行程序框图，即可容易求得结果**.**

【题目详解】

运行该程序：

第一次，$i = 1$，$S = \lg 2$；

第二次，$i = 2$，$S = \lg 2 + \lg \dfrac{3}{2} = \lg 3$；

第三次，$i = 3$，$S = \lg 3 + \lg \dfrac{4}{3} = \lg 4$，

…；

第九十八次，$i = 98$，$S = \lg 98 + \lg \dfrac{99}{98} = \lg 99$；

第九十九次，$i = 99$，$S = \lg 99 + \lg \dfrac{100}{99} = \lg 100 = 2$，

此时要输出 i 的值为 **99.**

此时$S = 2 > lg99$**.**

故选：**C.**

【答案点睛】

本题考查算法与程序框图，考查推理论证能力以及化归转化思想，涉及判断条件的选择，属基础题**.**

9、**C**

【答案解析】

根据复数模的性质计算即可**.**

【题目详解】

因为$\dfrac{z}{1-i} = 2i + 1$，

所以$z=(1-i)(2i+1)$，

$|z|=|1-i|\cdot|2i+1|=\sqrt{2}\times\sqrt{5}=\sqrt{10}$，

故选：***C***

【答案点睛】

本题主要考查了复数模的定义及复数模的性质，属于容易题**.**

10、**C**

【答案解析】

利用复数相等的条件求得a，b，则答案可求.

【题目详解】

由$a+2i=1-bi$，得$a=1$，$b=-2$.

$\therefore z=a-bi$对应的点的坐标为$(a，-b)=(1，2)$.

故选：C.

【答案点睛】

本题考查复数的代数表示法及其几何意义，考查复数相等的条件，是基础题.

11、**A**

【答案解析】

可采用假设法进行讨论推理，即可得到结论**.**

【题目详解】

由题意，假设甲：我没有抓到是真的，乙：丙抓到了，则丙：丁抓到了是假的，

丁：我没有抓到就是真的，与他们四人中只有一个人抓到是矛盾的；

假设甲：我没有抓到是假的，那么丁：我没有抓到就是真的，

乙：丙抓到了，丙：丁抓到了是假的，成立，

所以可以断定值班人是甲**.**

故选：***A*****.**

【答案点睛】

本题主要考查了合情推理及其应用，其中解答中合理采用假设法进行讨论推理是解答的关键，着重考查了推理与分析判断能力，属于基础题**.**

12、**C**

【答案解析】

联立方程解得$M(3，2\sqrt{3})$，根据$MN\perp l$得$|MN|=|MF|=4$，得到$\triangle MNF$是边长为**4**的等边三角形，计算距离得到答

案.

【题目详解】

依题意得 $F(1,0)$，则直线 FM 的方程是 $y=\sqrt{3}(x-1)$．由 $\begin{cases} y=\sqrt{3}x-1 \\ y^2=4x \end{cases}$ 得 $x=\frac{1}{3}$ 或 $x=3$.

由 M 在 x 轴的上方得 $M(3,\ 2\sqrt{3})$，由 $MN\perp l$ 得 $|MN|=|MF|=3+1=4$

又 $\angle NMF$ 等于直线 FM 的倾斜角，即 $\angle NMF=60°$，因此 $\triangle MNF$ 是边长为 4 的等边三角形

点 M 到直线 NF 的距离为 $4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

故选：C.

【答案点睛】

本题考查了直线和抛物线的位置关系，意在考查学生的计算能力和转化能力.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、$3-4i$

【答案解析】

计算得到 $z^2=(2+i)^2=3+4i$，再计算 $\overline{z^2}$ 得到答案.

【题目详解】

$\because z=2+i$，$\therefore z^2=(2+i)^2=3+4i$，则 $\overline{z^2}=3-4i$.

故答案为：$3-4i$.

【答案点睛】

本题考查了复数的运算，共轭复数，意在考查学生的计算能力.

14、1

【答案解析】

试题分析：因为正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面边长为 2，侧棱长为 $\sqrt{3}, D$ 为 BC 中点，所以底面 $_{BDC}$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$，$A$ 到平面 $_{BDC}$ 的距离为就是底面正三角形的高 $\sqrt{3}$，所以三棱锥 $A-B_1DC_1$ 的体积为 $\frac{1}{3}\times\sqrt{3}\times\sqrt{3}=1$.

考点：几何体的体积的计算.

15、3

【答案解析】

根据约束条件画出可行域，再把目标函数转化为 $y=-\frac{1}{a}x+\frac{1}{a}z$，对参数 a 分类讨论，当 $a=0$ 时显然不满足题意；当