期末专题04 排列组合与二项式定理综合（精选40题）

一、单选题

1．（22-23高二下·湖北十堰·期末） $\left(1-\frac{y}{x}\right)(2x+y)^8$ 的展开式中 x^3y^5 的系数为（　）

A．-672　　B．-112　　C．672　　D．112

【答案】A

【分析】首先展开式为 $\left(1-\frac{y}{x}\right)(2x+y)^8=(2x+y)^8-\frac{y}{x}\cdot(2x+y)^8$，再根据 $(2x+y)^8$ 的二项展开式的通项公式，求展开式中 x^3y^5 的系数.

【详解】因为 $(2x+y)^8$ 的展开式的通项为 $T_{r+1}=\mathrm{C}_8^r(2x)^{8-r}y^r=\mathrm{C}_8^r2^{8-r}x^{8-r}y^r$，

所以 $\left(1-\frac{y}{x}\right)(2x+y)^8=(2x+y)^8-\frac{y}{x}\cdot(2x+y)^8$，展开式中 x^3y^5 的系数为 $\mathrm{C}_8^52^3-\mathrm{C}_8^42^4=-672$.

故选：A

2．（22-23高二下·山东枣庄·期末） 在 $(1-x)^5+(1-x)^6+\cdots+(1-x)^{10}$ 的展开式中，含 x^2 的项的系数为（　）

A．165　　B．-165　　C．155　　D．-155

【答案】C

【分析】根据给定条件，利用二项式定理、结合组合数性质求解作答.

【详解】$(1-x)^5+(1-x)^6+\cdots+(1-x)^{10}$ 的展开式中含 x^2 的项的系数为：

$$\mathrm{C}_5^2+\mathrm{C}_6^2+\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_9^2+\mathrm{C}_{10}^2=\mathrm{C}_5^3+\mathrm{C}_5^2+\mathrm{C}_6^2+\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_9^2+\mathrm{C}_{10}^2-\mathrm{C}_5^3$$

$$=\mathrm{C}_6^3+\mathrm{C}_6^2+\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_9^2+\mathrm{C}_{10}^2-10=\mathrm{C}_7^3+\mathrm{C}_7^2+\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_9^2+\mathrm{C}_{10}^2-10$$

$$=\mathrm{C}_8^3+\mathrm{C}_8^2+\mathrm{C}_9^2+\mathrm{C}_{10}^2-10=\mathrm{C}_9^3+\mathrm{C}_9^2+\mathrm{C}_{10}^2-10=\mathrm{C}_{10}^3+\mathrm{C}_{10}^2-10=\mathrm{C}_{11}^3-10=165-10=155.$$

故选：C

3．（22-23高二下·广西南宁·期末） 某中学举行全区教研活动，有10名志愿者参加接待工作.若每天排早、中、晚三班，每班至少3人，每人每天值一班，则教研活动当天不同的排班种数为（　）

A．$\dfrac{\mathrm{C}_{10}^4\mathrm{C}_6^3\mathrm{C}_3^3}{\mathrm{A}_2^2}$　　B．$\dfrac{\mathrm{C}_{10}^3\mathrm{C}_7^3\mathrm{C}_4^4\mathrm{A}_3^3}{\mathrm{A}_2^2}$

C．$\dfrac{\mathrm{C}_{10}^3\mathrm{C}_7^4\mathrm{C}_3^3}{\mathrm{A}_3^3}$　　D．$\mathrm{A}_{10}^3\mathrm{A}_7^3\mathrm{A}_4^4$

【答案】B

【分析】首先对 10 人分成$4,3,3$三组，再分早中晚三班排列即可得解.

【详解】10 人分成三组，每组至少 3 人，故可分为 4 人,3 人,3 人三组，

共有$\frac{C_{10}^{3}C_{7}^{3}C_{4}^{4}}{A_{2}^{2}}$种，

再把三组人员安排到早中晚三班，共有A_{3}^{3}种，

由分步乘法计数原理可得共有$\frac{C_{10}^{3}C_{7}^{3}C_{4}^{4}A_{3}^{3}}{A_{2}^{2}}$种.

故选：B

4．（22-23 高二下·吉林松原·期末）中国救援力量在国际自然灾害中为拯救生命作出了重要贡献，很好地展示了国际形象，增进了国际友谊．现有 6 支救援队前往A,B,C三个受灾点执行救援任务，若每支救援队只能去其中的一个受灾点，且每个受灾点至少安排 1 支救援队，其中 A 受灾点至少需要 2 支救援队，则不同的安排方法种数是（　）

A．180　　B．240　　C．320　　D．360

【答案】D

【分析】将 6 支救援队按 1，1，4、1，2，3 或 2，2，2 分成 3 组，分别求出其不同的安排方法种数，再由分类加法计算原理即可得出答案.

【详解】若 6 支救援队按 1，1，4 分成 3 组，则不同的安排方法种数是$\frac{C_{6}^{1}C_{5}^{1}}{A_{2}^{2}}\cdot A_{2}^{2}=30$，

若 6 支救援队按 1，2，3 分成 3 组，则不同的安排方法种数是$C_{6}^{1}C_{5}^{2}C_{2}^{1}A_{2}^{2}=240$，

若 6 支救援队按 2，2，2 分成 3 组，则不同的安排方法种数是$\frac{C_{6}^{2}C_{4}^{2}}{A_{3}^{3}}\cdot A_{3}^{3}=90$，

故不同的安排方法种数是 360.

故选：D.

5．（22-23 高二下·江苏镇江·期末）将 4 名乡村振兴志愿者分配到科技助农，文艺文化，科普宣传和乡村环境治理 4 个项目进行培训（每个项目都有志愿者参加），每名志愿者只分配到 1 个项目，志愿者小王不去文艺文化项目，则不同的分配方案共有（　）

A．12 种　　B．24 种　　C．18 种　　D．48 种

【答案】C

【分析】应用排列数求任意分配方法数及小王去文艺文化项目的分配方法数，再利用间接法求不同的分配方案数.

【详解】由题意，4 名志愿者任意分配共有 $A_4^4=24$ 种分法，

若志愿者小王去文艺文化项目，其它 3 名任意分配有 $A_3^3=6$ 种分法，

所以志愿者小王不去文艺文化项目的分配方法有 $24-6=18$ 种.

故选：C

6.（22-23 高二下·山东枣庄·期末）现将甲、乙、丙、丁 4 位老师安排到 A，B，C 三所学校工作，要求每所学校都有人去，每人只能去一所学校，则甲、乙两人至少有 1 人到 A 学校工作的分配方案数为（　）

A．12　　B．22　　C．24　　D．26

【答案】B

【分析】分三种情况，结合排列组合知识进行求解出每种情况下的安排种数，相加即可.

【详解】若甲乙两人中的 1 人到 A 学校工作，有 C_2^1 种选择，

其余 3 人到另外两个地方工作，先将 3 人分为两组，再进行排列，有 $C_3^2A_2^2$ 安排种数，

故有 $C_2^1C_3^2A_2^2=12$ 种；

若甲乙两人中的 1 人到 A 学校工作，有 C_2^1 种选择，

丙丁中一人也到 A 学校工作，有 C_2^1 种选择，

其余 2 人到另外两个地方工作，有 A_2^2 种选择，

故安排种数有 $C_2^1C_2^1A_2^2=8$ 种；

若安排甲乙 2 人都到 A 学校工作，其余丙丁 2 人到另外两个地方工作，安排种数有 $A_2^2=2$ 种，

故总共有 $12+8+2=22$ 种.

故选：B.

7.（22-23 高二下·湖南·期末）弘扬国学经典，传承中华文化，国学乃我中华民族五千年留下的智慧精髓，其中“五经”是国学经典著作，“五经”指《诗经》《尚书》《礼记》《周易》《春秋》．小明准备学习“五经”，现安排连续四天进行学习且每天学习一种，每天学习的书都不一样，其中《诗经》与《礼记》不能安排在相邻两天学习，《周易》不能安排在第一天学习，则不同安排的方式有（　　）

A．32 种　　B．48 种

C．56 种　　　　　　　　　　D．68 种

【答案】D

【分析】利用排列组合分别讨论不排《周易》，排《周易》且《诗经》与《礼记》都安排，排《周易》且《诗经》与《礼记》只安排一个，三种情况，再利用分类加法计数原理将所有情况相加即可.

【详解】①若《周易》不排，先将《诗经》与《礼记》以外的另外 2 种排列，

再将《诗经》与《礼记》插空，则共有 $A_2^2A_3^2=12$ 种安排方式.

②若排《周易》且《诗经》与《礼记》都安排，

在《尚书》和《春秋》中先选 1 种，然后将《诗经》与《礼记》以外的另外 2 种排列，

再将《诗经》与《礼记》插空，减去将《周易》排在第一天的情况即可，

共有 $C_2^1A_2^2A_3^2-C_2^1A_2^2=20$ 种安排方式；

③若排《周易》且《诗经》与《礼记》只安排一个，

先在《诗经》与《礼记》中选 1 种，然后将《周易》排在后三天的一天，

最后将剩下的 3 种书全排列即可，

共有 $C_2^1C_3^1A_3^3=36$ 种安排方式.

所以共有 $12+20+36=68$ 种安排方式.

故选：D

8．（22-23 高二下·河北唐山·期末）今天是星期一，经过 7 天后还是星期一，那么经过 2^{2023} 天后是（　）.

A．星期一　　B．星期二　　C．星期三　　D．星期四

【答案】C

【分析】由 $2^{2023}=2\times(7+1)^{674}$，利用二项式定理判断 $2\times(7+1)^{674}$ 除以 7 的余数，即可得结果.

【详解】$2^{2023}=2\times(7+1)^{674}$，对于 $(7+1)^{674}$ 的展开式通项为 $T_{r+1}=C_{674}^r7^{674-r}$， $r=0,1,\cdots,674$，

所以， $r=0,1,\cdots,673$ 时对应项均可被 7 整除，当 $r=674$ 时 $T_{r+1}=1$，

故 $(7+1)^{674}$ 除以 7 余数为 1，所以 $2\times(7+1)^{674}$ 除以 7 余数为 2，

则经过 2^{2023} 天后是星期三.

故选：C

9．（22-23 高二下·安徽滁州·期末）习近平总书记在“十九大”报告中指出：坚定文化自信，推动社会主义文化繁荣兴盛．“杨辉三角”揭示了二项式系数在三角形中的一种几何排列规律，最早在中国南宋数学家杨辉

1261 年所著的《详解九章算法》一书中出现．欧洲数学家帕斯卡在 1654 年才发现这一规律，比杨辉要晚近四百年．“杨辉三角”是中国数学史上的一个伟大成就，激发起一批又一批数学爱好者的探究欲望．如图，由“杨辉三角”，下列叙述正确的是（　）

杨辉三角

第0行 1
第1行 1 1
第2行 1 2 1
第3行 1 3 3 1
第4行 1 4 6 4 1
第5行 1 5 10 10 5 1
第6行 1 6 15 20 15 6 1
第7行 1 7 21 35 35 21 7 1
第8行 1 8 28 56 70 56 28 8 1

A．$C_3^2+C_4^2+C_5^2+\cdots+C_9^2=120$

B．第 2023 行中从左往右第 1013 个数与第 1014 个数相等

C．记第 n 行的第 i 个数为 a_i，则 $\sum\limits_{i=1}^{n+1}2^{i-1}a_i=4^n$

D．第 20 行中第 8 个数与第 9 个数之比为 $8:13$

【答案】D

【分析】根据题意，归纳可得：第 n 行的第 r 个数为 C_n^{r-1}，由组合数的性质依次分析选项是否正确，综合可得答案．

【详解】根据题意，由数表可得：第 n 行的第 r 个数为 C_n^{r-1}，

由此分析选项：

对于 A，$C_3^2+C_4^2+\ldots\ldots+C_9^2=C_3^3+C_3^2+C_4^2+\ldots\ldots+C_9^2=C_{10}^3-1=119$，A 错误；

对于 B，第 2023 行中从左往右第 1013 个数为 C_{2023}^{1012}，第 1014 个数为 C_{2023}^{1013}，两者不相等，B 错误；

对于 C，记第 n 行的第 i 个数为 a_i，则 $a_i=C_n^{i-1}$，则 $\sum\limits_{i=1}^{n+1}2^{i-1}a_i=\sum\limits_{i=1}^{n+1}2^{i-1}C_n^{i-1}=(1+2)^n=3^n$，C 错误；

对于 D，第 20 行中第 8 个数为 C_{20}^7，第 9 个数为 C_{20}^8，则两个数的比为 $C_{20}^7:C_{20}^8=\frac{20!}{7!\times13!}\times\frac{8!\times12!}{20!}=8:13$，D 正确．

故选：D．

10．（22-23 高二下·湖北咸宁·期末）71^9-1 除以 8 的余数为（　）

A．0　　B．2　　C．4　　D．6

【答案】D

【分析】将解析式 71^9-1 转化为 $71^9-1=\left(72-1\right)^9-1$，然后根据二项式定理展开判断即可；

【详解】$71^9-1=(72-1)^9-1=C_9^0 72^9+C_9^1 72^8\times(-1)+\cdots+C_9^8 72\times(-1)^8+C_9^9(-1)^9-1$

$=72\left(C_9^0 72^8+C_9^1 72^7\times(-1)+\cdots+C_9^8(-1)^8\right)-2$，

因为$72\left(C_9^0 72^8+C_9^1 72^7\times(-1)+\cdots+C_9^8(-1)^8\right)$肯定是 8 的倍数，

因此71^9-1除以 8 的余数为 6.

故选：D.

二、多选题

11．（22-23 高二下·广东潮州·期末）已知$\left(2x-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$的展开式共有 13 项，则下列说法中正确的有（　）

A．所有项的系数和为3^{12}　　B．所有奇数项的二项式系数和为2^{11}

C．二项式系数最大的项为第 6 项或第 7 项　　D．有理项共有 5 项

【答案】BD

【分析】

根据二项式定理求出n，令$x=1$即可判断 A；根据二项式系数得性质即可判断 BC；求出展开式得通项，再根据x的指数为整数即可判断 D.

【详解】由题意得$n+1=13$，所以$n=12$，

令$x=1$，得所有项的系数和为1，故 A 错误；

所有奇数项的二项式系数和为2^{11}，故 B 正确；

由二项式系数的性质可知二项式系数最大的项为第 7 项，故 C 错误；

$\left(2x-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{12}$展开式通项为$T_{r+1}=(-1)^r\cdot C_{12}^r\cdot(2x)^{12-r}\cdot\left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^r=(-1)^r\cdot 2^{12-r}C_{12}^r x^{12-\frac{4}{3}r}$，

当$12-\dfrac{4}{3}r$为整数时，$r=0$，3，6，9，12，共有 5 项，

即有理项共有 5 项，故 D 正确．

故选：BD．

12．（22-23 高二下·福建南平·期末）若$\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^n$展开式的二项式系数之和为 64，则（　）

A．展开式中x^3项的系数为-12　　B．展开式中二项式系数最大的项为$-\dfrac{160}{x^3}$

C．展开式中系数最小的项为$-220x^2$　　D．展开式中各项系数的和为 1

【答案】ABD

【分析】由二项式系数之和为64，求得 $n=6$，得到展开式的通项 $T_{r+1}=(-2)^r C_6^r x^{6-3r}$，令 $6-3r=3$，可判断A；展开式中二项式系数最大的项为 T_4，可判断B；写出展开式的各项，可判断C；利用赋值法，令 $x=1$，可判断D.

【详解】因为 $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^n$ 展开式的二项式系数之和为64，所以 $2^n=64$，得 $n=6$，

所以二项式为 $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^6$，则展开式的通项 $T_{r+1}=C_6^r x^{6-r}\left(-\frac{2}{x^2}\right)^r=(-2)^r C_6^r x^{6-3r}$，

令 $6-3r=3$，则 $r=1$，可得展开式中 x^3 项的系数为 $(-2)^1 C_6^1=-12$，所以A正确；

展开式中二项式系数最大的项为 $T_4=(-2)^3 C_6^3 x^{6-3\times3}=-\frac{160}{x^3}$，所以B正确；

展开式的各项依次为：

$(-2)^0 C_6^0 x^6=x^6, (-2)^1 C_6^1 x^3=-12x^3, (-2)^2 C_6^2=60, (-2)^3 C_6^3 x^{-3}=-160x^{-3}$

$(-2)^4 C_6^4 x^{-6}=240x^{-6}, (-2)^5 C_6^5 x^{-9}=-192x^{-9}, (-2)^6 C_6^6 x^{-12}=64x^{-12}$,

故展开式中系数最小的项为 $-192x^{-9}$，所以C错误；

令 $x=1$，可得二项展开式中各项系数之和为 $(1-2)^6=1$，所以D正确.

故选：ABD.

13.（22-23高二下·吉林长春·期末）在 $\left(x-\frac{2}{x}\right)^n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 的展开式中，只有第4项的二项式系数最大，则（　）

A．常数项为160　　　　B．含 x^2 项的系数为60

C．第4项的二项式系数为15　　　　D．各项系数的绝对值的和为 3^6

【答案】BD

【分析】依题意，根据二项式系数性质，可知 $n=6$，然后由二项式通项公式逐项判断选项A、B、C；设 $\left(x-\frac{2}{x}\right)^6=a_0x^6+a_1x^4+a_2x^2+a_3+a_4x^{-2}+a_5x^{-4}+a_6x^{-6}$，则 $|a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_6|=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6$，

$=C_6^0+2C_6^1+2^2C_6^2+2^3C_6^3+2^4C_6^4+2^5C_6^5+2^6C_6^6=(1+2)^6=3^6$，可判断选项D.

【详解】依题意，只有第4项的二项式系数最大，

根据二项式系数性质，可知 $n=6$，

则 $T_{r+1}=\mathrm{C}_6^r x^{6-r}\left(-\frac{2}{x}\right)^r=(-2)^r\mathrm{C}_6^r x^{6-2r}$，

令 $6-2r=0$，得 $r=3$，则 $T_4=(-2)^3\mathrm{C}_6^3=-160$，选项 A 错误；

令 $6-2r=2$，得 $r=2$，则 $T_3=(-2)^2\mathrm{C}_6^2x^2=60x^2$，选项 B 正确；

令 $r+1=4$，得 $r=3$，则二项式系数为 $\mathrm{C}_6^3=20$，选项 C 错误；

$$\left(x-\frac{2}{x}\right)^6=\mathrm{C}_6^0x^6+(-2)\mathrm{C}_6^1x^4+(-2)^2\mathrm{C}_6^2x^2+(-2)^3\mathrm{C}_6^3+(-2)^4\mathrm{C}_6^4x^{-2}+(-2)^5\mathrm{C}_6^5x^{-4}+(-2)^6\mathrm{C}_6^6x^{-6}$$

设 $\left(x-\frac{2}{x}\right)^6=a_0x^6+a_1x^4+a_2x^2+a_3+a_4x^{-2}+a_5x^{-4}+a_6x^{-6}$

$\therefore |a_0|+|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_6|=a_0-a_1+a_2-\cdots+a_6$

$=\mathrm{C}_6^0-(-2)\mathrm{C}_6^1+(-2)^2\mathrm{C}_6^2-(-2)^3\mathrm{C}_6^3+(-2)^4\mathrm{C}_6^4-(-2)^5\mathrm{C}_6^5+(-2)^6\mathrm{C}$

$=\mathrm{C}_6^0+2\mathrm{C}_6^1+2^2\mathrm{C}_6^2+2^3\mathrm{C}_6^3+2^4\mathrm{C}_6^4+2^5\mathrm{C}_6^5+2^6\mathrm{C}_6^6$

$=(1+2)^6=3^6$，选项 D 正确.

故选：BD

14．（22-23 高二下·安徽合肥·期末）已知 n 为满足 $S=a+\mathrm{C}_{27}^0+\mathrm{C}_{27}^1+\mathrm{C}_{27}^2+\mathrm{C}_{27}^3+\cdots+\mathrm{C}_{27}^{27}(a\geq 3)$ 能被 9 整除的正整数 a 的最小值，则 $\left(x-\frac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中，下列结论正确的是（　）

A．第 7 项系数最小　　B．第 6 项二项式系数最大

C．第 7 项二项式系数最大　　D．第 6 项系数最小

【答案】BD

【分析】由已知可得 $S=9\left(9^8-\mathrm{C}_9^1\times 9^7+\cdots+\mathrm{C}_9^8\right)+a-1$，则可得 $a-1=9$，可求得 $n=10$，然后利用二项式的性质可得结论.

【详解】因为 $S=a+\mathrm{C}_{27}^0+\mathrm{C}_{27}^1+\mathrm{C}_{27}^2+\mathrm{C}_{27}^3+\cdots+\mathrm{C}_7^{27}$

$=a+2^{27}=(9-1)^9+a=\mathrm{C}_9^0\times 9^9-\mathrm{C}_9^1\times 9^8+\mathrm{C}_9^2\times 9^7-\mathrm{C}_9^3\times 9^6+\cdots+\mathrm{C}_9^8\times 9-\mathrm{C}_9^9+a$

$=9\left(9^8-\mathrm{C}_9^1\times 9^7+\cdots+\mathrm{C}_9^8\right)+a-1$

因为 $a\geq 3$，所以 S 能被 9 整除的正整数 a 的最小值是 $a-1=9$，得 $a=10$，

所以$n=10$，所以$\left(x-\frac{1}{x}\right)^{10}$的展开式中，二项式系数最大的项为第 6 项，

$\left(x-\frac{1}{x}\right)^{10}$的展开式的通项公式为$T_{r+1}=\mathrm{C}_{10}^{r}x^{10-r}\left(-\frac{1}{x}\right)^{r}$，

因为第 6 项的系数为负数，所以第 6 项系数最小，

故选：BD.

15.（22-23 高二下·山东青岛·期末）已知$(1+2x)^9=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_9x^9$，则（   ）

A．$a_2=144$

B．$a_0+a_1+a_2+\cdots\cdots+a_8+a_9=3^9$

C．$a_1+a_3+a_7+a_9=a_0+a_2+a_4+a_6+a_8=2^8$

D．$a_i(i=0,1,2,\cdots\cdots,8,9)$的最大值为$a_6$

【答案】ABD

【分析】A 选项，根据二项展开式的通项求解，BC 选项根据赋值法解决，D 选项根据不等式法结合组合数性质确定系数的最大项.

【详解】A 选项，根据二项展开式的通项，$a_2=\mathrm{C}_9^2\times 2^2=144$，A 选项正确；

B 选项，取$x=1$代入等式，得到$3^9=a_0+a_1+a_2+\cdots\cdots+a_8+a_9$，B 选项正确；

C 选项，取$x=-1$代入等式，得到$-1=a_0-a_1+a_2-\cdots\cdots+a_8-a_9$，

结合 B 选项$a_0+a_1+a_2+\cdots\cdots+a_8+a_9=3^9$，

两式相加得$a_0+a_2+a_4+a_6+a_8=\frac{3^9-1}{2}=9841\neq 2^8$，故 C 选项错误；

D 选项，根据二项展开式的通项，$a_i=\mathrm{C}_9^i2^i$，令$\begin{cases}a_i\geq a_{i+1}\\a_i\geq a_{i-1}\end{cases}$，即$\begin{cases}\mathrm{C}_9^i2^i\geq \mathrm{C}_9^{i+1}2^{i+1}\\\mathrm{C}_9^i2^i\geq \mathrm{C}_9^{i-1}2^{i-1}\end{cases}$，

解得$\frac{17}{3}\leq i\leq\frac{20}{3}$，又$i\in\mathbf{N}$，故$i=6$，即$a_6$最大，D 选项正确.

故选：ABD

16.（22-23 高二下·山东滨州·期末）已知$(2-x)^8=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$，则（   ）

A．$a_0=2^8$

B．$a_1+a_2+\cdots+a_8=1$

C．$|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_8|=3^8$

D．$a_3=-1792$

【答案】AD

【分析】利用赋值法判断 A、B、C，利用展开式的通项，即可判断 D.

【详解】由$(2-x)^8=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$，

令$x=0$得$a_0=2^8$，A选项正确.

令$x=1$得$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_8=1$，所以$a_1+a_2+\cdots+a_8=1-2^8$，B选项错误.

二项式$(2-x)^8$展开式的通项公式为$T_{r+1}=\mathrm{C}_8^r\cdot2^{8-r}\cdot(-x)^r=(-1)^r\cdot2^{8-r}\cdot\mathrm{C}_8^r\cdot x^r$（$0\le r\le8$且$r\in\mathrm{N}$），

由此可知a_1,a_3,a_5,a_7是负数，a_2,a_4,a_6,a_8为正数，

所以令$x=-1$得$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7+a_8=3^8$，

$-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7+a_8=3^8-2^8$，

即$|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_8|=3^8-2^8$，C选项错误；

令$r=3$，可得$T_4=(-1)^3\cdot2^5\cdot\mathrm{C}_8^3\cdot x^3=-1792x^3$，所以$a_3=-1792$，故D正确；

故选：AD

17．（22-23高二下·江苏南通·期末）已知$(x-2)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5+a_6x^6$，则（　）

A．$a_0=1$　　　　B．$a_4=60$

C．$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=-63$　　　　D．$a_0+a_2+a_4+a_6=\dfrac{3^6-1}{2}$

【答案】BC

【分析】设令$f(x)=(x-2)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5+a_6x^6$，利用赋值法可判断ACD选项；利用二项展开式通项可判断B选项.

【详解】令$f(x)=(x-2)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5+a_6x^6$.

对于A选项，$a_0=f(0)=(-2)^6=64$，A错；

对于B选项，$(x-2)^6$的展开式通项为$T_{k+1}=\mathrm{C}_6^k\cdot x^{6-k}\cdot(-2)^k\ (k=0,1,2,\cdots,6)$，

令$6-k=4$，可得$k=2$，则$a_4=\mathrm{C}_6^2\cdot(-2)^2=15\times4=60$，B对；

对于C选项，$a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=(a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6)-a_0$

$=f(1)-f(0)=(1-2)^6-64=1-64=-63$，C对；

对于 D 选项，$\begin{cases} f(1)=a_0+a_1+a_2+a_3+a_4+a_5+a_6=1 \\ f(-1)=a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6=(-3)^6 \end{cases}$，

所以，$a_0+a_2+a_4+a_6=\dfrac{3^6+1}{2}$，D 错.

故选：BC.

18.（22-23 高二下·河北秦皇岛·期末）已知$(x-1)^{21}=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{21}x^{21}$，则（　）

A．$a_0=1$　　　　B．$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{21}=1$

C．$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{21}=2^{20}$　　　　D．$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{20}=1-2^{20}$

【答案】BCD

【分析】

运用赋值法，分别令$x=0$，令$x=1$，令$x=-1$，然后逐项判断；

【详解】

令$x=0$，则$a_0=(-1)^{21}=-1$，选项 A 错误；

令$x=1$，则$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{21}=0$，则$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{21}=-a_0=1$，选项 B 正确；

令$x=-1$，则$a_0-a_1+a_2-\cdots-a_{21}=(-2)^{21}=-2^{21}$，则$2(a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{21})=2^{21}$，

则$a_1+a_3+a_5+\cdots+a_{21}=2^{20}$，$a_0+a_2+a_4+\cdots+a_{20}=-2^{20}$，

从而$a_2+a_4+a_6+\cdots+a_{20}=1-2^{20}$，选项 CD 正确；

故选：BCD.

19.（22-23 高二下·湖北武汉·期末）已知$(x-1)(x+2)^6=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，则（　）

A．$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=0$　　　　B．$a_2=48$

C．$a_0+a_2+a_4+a_6=-2$　　　　D．$a_1+a_3+a_5+a_7=1$

【答案】AD

【分析】令$x=1$，即可判断 A 选项；令$x=-1$，结合$x=1$，即可判断 C、D 选项；写出$(x+2)^6$展开式的通项，得出含x^2的系数，即可判断 B 选项.

【详解】对于 A 项，令$x=1$，可得$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=(1-1)(1+2)^6=0$，故 A 项正确；

对于 B 项，$(x+2)^6$展开式的通项为$T_{r+1}=C_6^r\cdot x^{6-r}\cdot 2^r=2^rC_6^rx^{6-r}$，$r=0,1,2,3,4,5,6$.

由$6-r=1$可得$r=5$，所以$(x+2)^6$展开式含x的项为$T_6=C_6^5\cdot x^1\cdot 2^5=192x$.

由$6-r=2$可得$r=4$，所以$(x+2)^6$展开式含x^2的项为$T_5=C_6^4\cdot x^2\cdot 2^4=240x^2$.

所以，$(x-1)(x+2)^6$展开式中含x^2的项为$x\times 192x-240x^2=-48x^2$，

所以，$a_2=-48$，故B项错误；

对于C项，令$x=-1$，可得$a_0-a_1+a_2-a_3+a_4-a_5+a_6-a_7=(-1-1)(-1+2)^6=-2$.

又$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=0$，

两式相加可得，$2(a_0+a_2+a_4+a_6)=-2$，所以$a_0+a_2+a_4+a_6=-1$，故C项错误；

对于D项，由C可知$a_0+a_2+a_4+a_6=-1$，

又$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_7=0$，所以$a_1+a_3+a_5+a_7=1$，故D项正确.

故选：AD.

20.（22-23高二下·山东菏泽·期末）对于1，2，…，n，的全部排列，定义Euler数$\left\langle {n \atop k} \right\rangle$（其中$n\in N^*$，$k=0,1,\cdots,n$）表示其中恰有$k$次升高的排列的个数（注：$k$次升高是指在排列$a_1a_2\cdots a_n$中有$k$处$a_i<a_{i+1}$，$i=1,\cdots,n-1$）.例如：1，2，3的排列共有：123，132，213，231，312，321六个，恰有1处升高的排列有如下四个：1<u>32</u>，2<u>13</u>，<u>23</u>1，3<u>12</u>，因此：$\left\langle {3 \atop 1} \right\rangle=4$.则下列结论正确的有（　）

A．$\left\langle {4 \atop 3} \right\rangle=3$　　B．$\left\langle {4 \atop 2} \right\rangle=11$

C．$\left\langle {n \atop k} \right\rangle=\left\langle {n \atop n-k-1} \right\rangle$　　D．$\left\langle {n \atop k} \right\rangle=k\left\langle {n-1 \atop k} \right\rangle+n\left\langle {n-1 \atop k-1} \right\rangle$

【答案】BC

【分析】按$\left\langle {n \atop k} \right\rangle$的定义计算，判断A，B；根据$\left\langle {n \atop k} \right\rangle$的定义，理解其含义判断C；举反例判断D.

【详解】对于A，将1,2,3,4全部排列，恰有3次升高的排列为1234，

故$\left\langle {4 \atop 3} \right\rangle=1$，A错误；

对于 B，将$1,2,3,4$全部排列，恰有 2 次升高，排列个数可以如下考虑：

1 排首位时，共有 1324，1423，1342，1243 共 4 个排列符合恰有 2 次升高；

2 排首位时，共有 2134，2341，2314，2413 共 4 个排列符合恰有 2 次升高；

3 排首位时，共有 3124，3412 共 2 个排列符合恰有 2 次升高；

4 排首位时，共有 4123 共 1 个排列符合恰有 2 次升高；

故$\left\langle\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right\rangle=11$，B 正确；

对于 C，将$1,\cdots,n$全部排列，共有$n-1$处相邻两数满足$a_i<a_{i+1}$或$a_i>a_{i+1}$，

故如果其中有k处升高，则其余$n-1-k$处必为$a_i>a_{i+1}$，

将有k处升高的排列倒序排列，则得到的新排列显然有$n-1-k$处升高，且两者排列的个数一样，

反之亦然，

所以有k处升高的排列个数等于有$n-1-k$处升高的排列个数，

故$\left\langle\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right\rangle=\left\langle\begin{matrix}n\\n-k-1\end{matrix}\right\rangle$，C 正确；

对于 D，不妨取$n=4,k=2$，则$\left\langle\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right\rangle=11$，

而$\left\langle\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right\rangle=1$，$\left\langle\begin{matrix}3\\1\end{matrix}\right\rangle=4$，则$2\left\langle\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right\rangle+4\left\langle\begin{matrix}3\\1\end{matrix}\right\rangle=18$，即$\left\langle\begin{matrix}4\\2\end{matrix}\right\rangle\neq 2\left\langle\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right\rangle+4\left\langle\begin{matrix}3\\1\end{matrix}\right\rangle$，

故$\left\langle\begin{matrix}n\\k\end{matrix}\right\rangle\neq k\left\langle\begin{matrix}n-1\\k\end{matrix}\right\rangle+n\left\langle\begin{matrix}n-1\\k-1\end{matrix}\right\rangle$，D 错误；

故选：BC

【点睛】关键点睛：本题是给出新的定义，要求按照其定义解决问题，关键是要理解新定义的含义，并按照其含义去解答.

三、填空题

21．（22-23 高二下·山东青岛·期末）在$(a+2b+3c)^5$的展开式中，含a^2b^2c的系数为______.

【答案】360

【分析】把$(a+2b+3c)^5$的展开式看成是 5 个因式$(a+2b+3c)$的乘积形式，按照分步相乘原理，求出含a^2b^2c项的系数即可.