第一部分

四大数学思想

高考命题中，以知识为载体，以能力立意、思想方法为灵魂，以核心素养为统领，兼顾试题的基础性、综合性、应用性和创新性，展现数学的科学价值和人文价值．高考试题一是着眼于知识点新颖巧妙的组合，二是着眼于对数学思想方法、数学能力的考查．如果说数学知识是数学的内容，可用文字和符号来记录和描述，那么数学思想方法则是数学的意识，重在领会、运用，属于思维的范畴，用于对数学问题的认识、处理和解决．高考中常用到的数学思想主要有函数与方程思想、数形结合思想、分类讨论思想、转化与化归思想等．

一、函数与方程思想

函数思想，是指用函数的概念和性质去分析问题、转化问题和解决问题．方程思想，是从问题的数量关系入手，运用数学语言将问题中的条件转化为数学模型(方程、不等式或方程与不等式的混合组)，然后通过解方程(组或不等式组)来使问题获解．方程是从算术方法到代数方法的一种质的飞跃，有时，还可以将函数与方程互相转化、接轨，达到解决问题的目的．

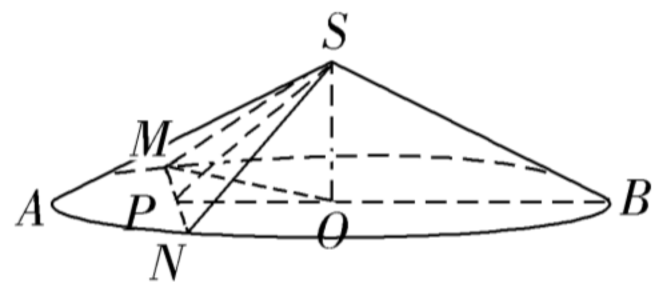
函数与方程的思想在解题中的应用主要表现在两个方面：一是借助有关初等函数的性质，解决有关求值、解(证明)不等式、解方程以及讨论参数的取值问题；二是在问题的研究中，通过建立函数关系式或构造中间函数，把所研究的问题转化为讨论函数的有关性质，达到化难为易、化繁为简的目的．

应用一　建立函数关系解决最值问题

[例1]　某圆锥母线长为2，底面半径为$\sqrt{3}$，则过该圆锥顶点的平面截此圆锥所得截面面积的最大值为(　　)

A．2　　B.$\sqrt{3}$　　C.$\sqrt{2}$　　D．1

[解析]　如图所示，作出截面$\triangle SMN$，其中S为圆锥顶点，O为底面圆圆心，P为MN的中点，连接PO并延长，交圆锥底面圆于点B，连接SO，SP.



由题意知$SB=2$，$OB=\sqrt{3}$，设$OP=x(0\leqslant x<\sqrt{3})$.

在$\text{Rt}\triangle SOB$中，$SO=\sqrt{SB^2-OB^2}=1$.

在$\text{Rt}\triangle SOP$中，$SP=\sqrt{SO^2+OP^2}=\sqrt{1^2+x^2}$.

连接OM，则$MN=2\sqrt{OM^2-OP^2}=2\sqrt{(\sqrt{3})^2-x^2}$，

故$\triangle SMN$的面积$=\dfrac{1}{2}\cdot MN\cdot SP=\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+1}\cdot 2\sqrt{3-x^2}=\sqrt{-(x^2-1)^2+4}$.

所以当$x=1$时，$\triangle SMN$的面积最大，为2.故选A.

[答案]　A

方法点睛

本题求面积的最值时，设$OP=x$，从而构造关于x的函数求解，利用二次函数求最值的思想解决问题．此题有意识地凸现其函数关系，进而用函数思想或函数方法研究、解决问题，不仅能获得简便的解法，而且能促进科学思维的培养，提高发散思维的水平．

[变式训练]

1．甲、乙两人进行象棋比赛(没有平局)，采用“五局三胜”制．已知在每局比赛中，甲获胜的概率为$p,0<p<1$.则甲以3∶1获胜概率的最大值为________.

[解析] 甲以3∶1获胜，则前三局中甲要胜两局败一局，第四局甲再获胜，若所求概率用$f(p)$表示，

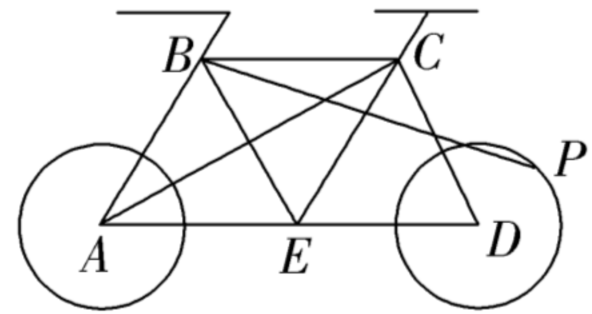
则$f(p)=C_3^2\cdot p^2\cdot(1-p)\cdot p=3p^3-3p^4,0<p<1$，

则$f'(p)=9p^2-12p^3=3p^2(3-4p)$．令$f'(p)>0$，得$0<p<\frac{3}{4}$；

令$f'(p)<0$，得$\frac{3}{4}<p<1$.所以$f(p)$在$\left(0,\frac{3}{4}\right)$上单调递增，在$\left(\frac{3}{4},1\right)$上单调递减，所以当$p=\frac{3}{4}$时，$f(p)$取得最大值为$\frac{81}{256}$.

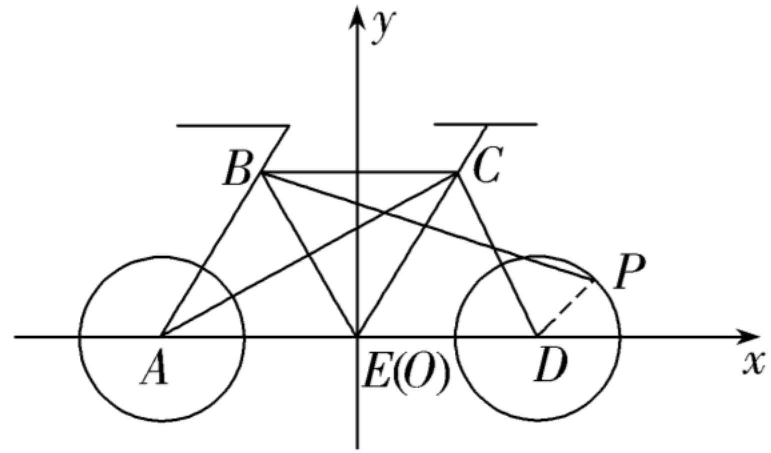
[答案] $\frac{81}{256}$

2.自行车运动是一种能有效改善心肺功能的耐力性有氧运动，深受大众喜爱．如图是某一自行车的平面结构示意图，已知图中的圆A(前轮)，圆D(后轮)的半径为 $\sqrt{3}$ ，$\triangle ABE$，$\triangle BEC$，$\triangle ECD$均是边长为4的等边三角形．设点P为后轮上的一点，则在骑行过程中，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BP}$ 的最大值为



__________.

[解析]　在骑行过程中，A，B，C，D，E五点相对不动，只有点P绕点D做圆周运动，如图，以E为坐标原点，AD所在直线为x轴建立平面直角坐标系，由题意得$A(-4,0)$，$B(-2,2\sqrt{3})$，$C(2,2\sqrt{3})$，$D(4,0)$，圆D的方程为$(x-4)^2+y^2=3$.连接DP，设以Dx为始边，沿逆时针方向旋转，以DP为终边的角为α，则$P(4+\sqrt{3}\cos\alpha,\sqrt{3}\sin\alpha)$，则$\overrightarrow{AC}=(6,2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{BP}=(6+\sqrt{3}\cos\alpha,\sqrt{3}\sin\alpha-2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BP}=6(6+\sqrt{3}\cos\alpha)+2\sqrt{3}(\sqrt{3}\sin\alpha-2\sqrt{3})=6\sqrt{3}\cos\alpha+6\sin\alpha+24=12\left(\frac{1}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha\right)+24=12\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)+24$，易知当$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=1$时，$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BP}$取得最大值36.



[答案]　36

应用二　转换函数关系解决最值问题

[例 2]　已知函数 $f(x)=\lg\dfrac{1+2^x+4^x\cdot a}{a^2-a+1}$，其中 a 为常数，若当 $x\in(-\infty,1]$时，$f(x)$有意义，求实数 a 的取值范围.

[解]　由$\dfrac{1+2^x+4^x\cdot a}{a^2-a+1}>0$且$a^2-a+1=\left(a-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}>0$，得$1+2^x+4^x\cdot a>0$，故$a>-\left(\dfrac{1}{4^x}+\dfrac{1}{2^x}\right)$.

当$x\in(-\infty,1]$时，$y=\dfrac{1}{4^x}$与$y=\dfrac{1}{2^x}$都是减函数，因此，函数$y=-\left(\dfrac{1}{4^x}+\dfrac{1}{2^x}\right)$在$(-\infty,1]$上是增函数，当$x=1$时，取得最大值，所以$-\left(\dfrac{1}{4^x}+\dfrac{1}{2^x}\right)_{\max}=-\dfrac{3}{4}$，$a>-\dfrac{3}{4}$，故$a$的取值范围是$\left(-\dfrac{3}{4},+\infty\right)$.

方法点睛

挖掘、提炼多变元问题中变元间的相互依存、相互制约的关系，反客为主，主客换位，创设新的函数，并利用新函数的性质创造性地使原问题获解，是解题人思维品质高的表现．本题主客换位后，利用新建函数$y=-\left(\frac{1}{4^x}+\frac{1}{2^x}\right)$的单调性转换为函数最值巧妙地求出实数$a$的取值范围．此法也叫变换主元法．

[变式训练]

1．设$a\in\mathbf{R}$，若关于x的不等式$x^2-ax+1\geqslant 0$在区间[1,2]上有解，则(　　)

A．$a\leqslant 2$　　B．$a\geqslant 2$　　C．$a\geqslant\frac{5}{2}$　　D．$a\leqslant\frac{5}{2}$

D　[∵关于x的不等式$x^2-ax+1\geqslant 0$在区间[1,2]上有解，∴$a\leqslant x+\frac{1}{x}$在$x\in$[1,2]上有解$\Leftrightarrow a\leqslant\left(x+\frac{1}{x}\right)_{\max}$，$x\in$[1,2]，∵函数$y=f(x)=x+\frac{1}{x}$在[1,2]上单调递增，∴$f(x)_{\max}=\frac{5}{2}$，∴$a\leqslant\frac{5}{2}$.]

2．对任意$m\in[-1,1]$，函数$f(x)=x^2+(m-4)x+4-2m$的值恒大于零，则x的取值范围为________．

[解析]　$f(x)=x^2+(m-4)x+4-2m=(x-2)m+x^2-4x+4$，

令$g(m)=(x-2)m+x^2-4x+4$.

由题意知，在$[-1,1]$上，$g(m)$的值恒大于零，

所以$\begin{cases} g(-1)=(x-2)\times(-1)+x^2-4x+4>0, \\ g(1)=x-2+x^2-4x+4>0, \end{cases}$

解得$x<1$或$x>3$.

[答案]　$(-\infty，1)\cup(3，+\infty)$

应用三　同构函数关系比较大小

[例3]　(1)已知$x>0$，$y>0$，且$e^{2x}-e^{y}>\sin 2x-\sin y$，则(　　)

A．$2x<y$　　B．$2x>y$

C．$x>y$　　D．$x<y$

(2)设$x>0$，$y>0$，若$e^{x}+\ln y>x+y$，则下列选项正确的是(　　)

A．$x>y$　　B．$x>\ln y$

C．$x<y$　　D．$x<\ln y$

[解析]　(1)设$f(t)=e^t-\sin t$，$t>0$，则$f'(t)=e^t-\cos t$，当$t>0$时，$f'(t)>0$恒成立，所以$f(t)$在$(0,+\infty)$上单调递增，原不等式可变形为$e^{2x}-\sin 2x>e^y-\sin y$，即$f(2x)>f(y)$，所以$2x>y$.故选B.

(2)法一：不等式$e^x+\ln y>x+y$，等价于$e^x-x>y-\ln y$，等价于$e^x-x>e^{\ln y}-\ln y$.

令$f(x)=e^x-x$，则不等式$e^x-x>e^{\ln y}-\ln y$，等价于$f(x)>f(\ln y)$，

因为$f'(x)=e^x-1$，所以当$x\in(0,+\infty)$时，$f'(x)=e^x-1>0$，所以$f(x)$在区间$(0,+\infty)$上单调递增．若$y\in(1,+\infty)$，则$\ln y\in(0,+\infty)$，由$f(x)>f(\ln y)$，得$x>\ln y$；若$y\in(0,1]$，则$\ln y\leqslant 0$，由$x>0$，得$x>\ln y$.

综上所述，设$x>0$，$y>0$，若$e^x+\ln y>x+y$，则有$x>\ln y$．故选B.

法二：不等式$e^x+\ln y>x+y$，等价于$e^x-x>y-\ln y$，等价于$e^x-\ln e^x>y-\ln y$.

令$f(x)=x-\ln x$，则不等式$e^x-\ln e^x>y-\ln y$，等价于$f(e^x)>f(y)$，因为$f'(x)=\frac{x-1}{x}$，所以当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)=\frac{x-1}{x}>0$，所以$f(x)$在区间$(1,+\infty)$上单调递增，因为$x>0$，所以$e^x>1$.

若$y\in(1,+\infty)$，由$f(e^x)>f(y)$，有$e^x>y$；

若$y\in(0,1]$，恒有$e^x>y$.

综上所述，设$x>0$，$y>0$，若$e^x+\ln y>x+y$，则有$e^x>y$，即$x>\ln y$. 故选B.

[答案]　(1)B　(2)B

方法点睛

解答本题的关键点：

(1)对于结构相同(相似)的不等式，通常考虑变形，构造函数；

(2)利用指数函数与对数函数的单调性得到大小关系．

[变式训练]

1．若p：$0<a<b$；q：$4^a-4^b<5^{-a}-5^{-b}$.则p是q的(　　)

A．充分不必要条件　　　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　　　　　　D．既不充分也不必要条件

A　[设$f(x)=4^x-5^{-x}$，则函数$f(x)$为增函数，

则由$4^a-4^b<5^{-a}-5^{-b}$，即$4^a-5^{-a}<4^b-5^{-b}$可得$a<b$，所以$0<a<b$是$4^a-4^b<5^{-a}-5^{-b}$的充分不必要条件，故选A.]

2．已知 $x\in\mathbf{N}$，$y\in\mathbf{N}$，$x<y$，则方程 $x^y=y^x$ 的解的组数为________．

[解析]　由 $x^y=y^x$ 两边取对数，得 $y\ln x=x\ln y$，即 $\frac{\ln x}{x}=\frac{\ln y}{y}$，设 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，当 $x\in(0,\ \mathrm{e})$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，当 $x\in(\mathrm{e},\ +\infty)$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，且当 $x\in(0,1]$时，$f(x)\leqslant 0$，当 $x>1$ 时，$f(x)>0$，$f(2)=\frac{\ln 2}{2}$，$f(4)=\frac{\ln 4}{4}=\frac{\ln 2}{2}$，所以满足 $x\in\mathbf{N}$，$y\in\mathbf{N}$，$x<y$，则方程 $x^y=y^x$ 的解的组数为 1.

[答案]　1

应用四　建立方程(组)形式解决问题

[例4]　在平面直角坐标系xOy中，双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_2$且垂直于$x$轴的直线与$C$交于$P$，$Q$两点，$F_1Q$与$y$轴的交点为$R$，$F_1Q\perp PR$，则$C$的离心率为(　　)

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C．2　　D. $\sqrt{5}$

[解析]　法一：由题意$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，不妨设$P\left(c,\ \frac{b^2}{a}\right)$，$Q\left(c,\ -\frac{b^2}{a}\right)$，$R(0,\ y_0)$，因为$0=\frac{c+(-c)}{2}$，所以$R$为$F_1Q$的中点，

所以$y_0=-\frac{b^2}{2a}$，即$R\left(0,\ -\frac{b^2}{2a}\right)$.又$F_1Q\perp PR$，所以$k_{F_1Q}\cdot k_{PR}=-1$，即$\frac{b^2}{-2ac}\cdot\frac{3b^2}{2ac}=-1$，即$\sqrt{3}b^2=2ac$.因为$b^2=c^2-a^2$，所以$\sqrt{3}c^2-2ac-\sqrt{3}a^2=0$，方程两边同时除以$a^2$得，$\sqrt{3}e^2-2e-\sqrt{3}=0$，解得$e=\sqrt{3}$或$e=-\frac{\sqrt{3}}{3}$(舍)，所以$e=\sqrt{3}$，故选B.

法二：由题意$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，不妨设$P\left(c,\ \frac{b^2}{a}\right)$，$Q\left(c,\ -\frac{b^2}{a}\right)$，$R(0,y_0)$，因为$0=\frac{c+(-c)}{2}$，所以$R$为$F_1Q$的中点，连接$PF_1$，又$F_1Q\perp PR$，所以$|PF_1|=|PQ|$.由对称性得$|PF_1|=|QF_1|$，所以$|PF_1|=|PQ|=|F_1Q|$，即$\triangle PF_1Q$为等边三角形，

所以$\frac{|PF_2|}{|F_1F_2|}=\tan\angle PF_1F_2$，即$\frac{b^2}{2ac}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，即$\sqrt{3}b^2=2ac$.又$b^2=c^2-a^2$，所以$\sqrt{3}c^2-2ac-\sqrt{3}a^2=0$，方程两边同时除以$a^2$得，$\sqrt{3}e^2-2e-\sqrt{3}=0$，解得$e=\sqrt{3}$或$e=-\frac{\sqrt{3}}{3}$(舍)，所以$e=\sqrt{3}$.故选B.

[答案]　B

方法点睛

此题是一道典型的求离心率的题目，一般需要通过a，b，c之间的关系，得出关于a，c的方程，经过恒等变形就可以求出离心率.

[变式训练]

等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$a_2=3$，$S_3=13$，则$a_3=$________.

[解析] 设等比数列$\{a_n\}$的公比为q，易知$q\neq1$，则由题意，得

$$\begin{cases} a_1q=3 \\ \dfrac{a_1(1-q^3)}{1-q}=13 \end{cases},$$

解得$\begin{cases} a_1=9 \\ q=\dfrac{1}{3} \end{cases}$，或$\begin{cases} a_1=1 \\ q=3 \end{cases}$，所以$a_3=a_1q^2=9\times\left(\dfrac{1}{3}\right)^2=1$或$a_3=a_1q^2=1\times3^2$

$=9$.

[答案] 9或1

二、数形结合思想

数形结合思想，就是根据数与形之间的对应关系，通过数与形的相互转化来解决数学问题的思想．数形结合思想的应用包括以下两个方面：(1)“以形助数”，把某些抽象的数学问题直观化、生动化，能够变抽象思维为形象思维，揭示数学问题的本质；(2)“以数定形”，把直观图形数量化，使形更加精确．

应用一　巧借函数图象解决问题

[例1]　(1)记实数x_1，x_2，…，x_n中最小数为$\min\{x_1，x_2，…，x_n\}$，则定义在区间$[0，+\infty)$上的函数$f(x)=\min\{x^2+1，x+3，13-x\}$的最大值为(　　)

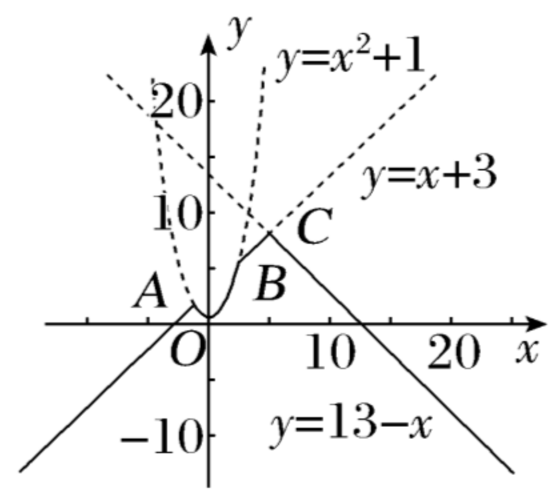
A．5　　B．6　　C．8　　D．10

(2)已知函数$f(x)=\begin{cases} e^x，x\leqslant 0, \\ \ln x，x>0, \end{cases}$　$g(x)=f(x)+x+a$.若$g(x)$存在2个零点，则a的取值范围是(　　)

A．$[-1,0)$　　B．$[0，+\infty)$

C．$[-1，+\infty)$　　D．$[1，+\infty)$

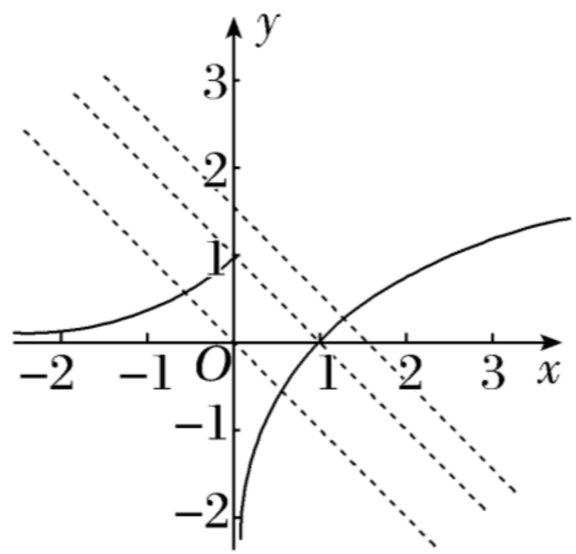
[解析]　(1)在同一坐标系中作出三个函数$y=x^2+1$，$y=x+3$，$y=13-x$的图象如图：



由图可知，在实数集**R**上，$\min\{x^2+1, x+3, 13-x\}$为$y=x+3$上A点下方的射线，抛物线AB之间的部分，线段BC，与直线$y=13-x$上点C下方的部分的组合图．显然，在区间$[0, +\infty)$上，在C点时，$y=\min\{x^2+1, x+3, 13-x\}$取得最大值．

解方程组$\begin{cases} y=x+3, \\ y=13-x, \end{cases}$　得点$C(5,8)$．所以$f(x)_{\max}=8$.

(2)函数$g(x)=f(x)+x+a$存在2个零点，即关于x的方程$f(x)=-x-a$有2个不同的实根，即函数$f(x)$的图象与直线$y=-x-a$有2个交点，作出直线$y=-x-a$与函数$f(x)$的图象，如图所示，由图可知，$-a\leqslant 1$，解得$a\geqslant -1$.



[答案]　(1)C　(2)C

方法点睛

研究函数的零点及方程的根、不等式的求解及参数范围等问题，常转化为函数图象的交点问题，其思维流程为：

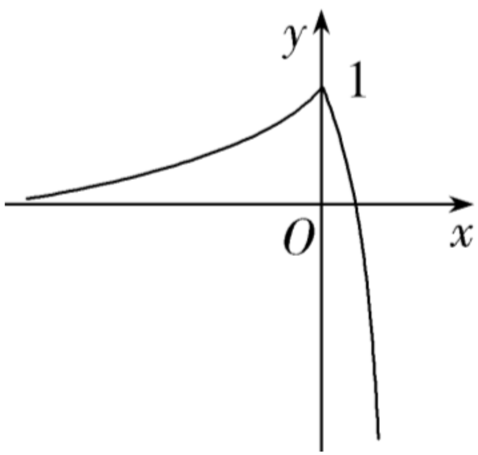
一构造	构造相应函数
二画图	画出函数的图象
三分析	准确分析函数图象的特征，定性分析、定量分析
四转化	借助函数图象，把原问题转化为数量关系比较明显的问题
五结论	解决问题，并回归题目的要求，得出正确结论

[变式训练]

1．已知函数$f(x)=\begin{cases}2^x, & x<0\\ -8x^2-x+1, & x\geq 0\end{cases}$，若$f(m)=f(2^m)$，则$f(m+1)=$(　　)

A．1　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．-2

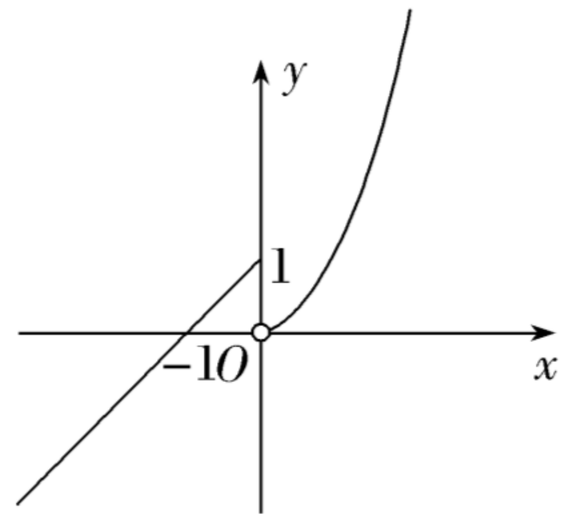
B　[作出$f(x)$的图象如图所示，则$f(x)$在$(-\infty, 0)$上是增函数，在$[0, +\infty)$上是减函数．由于$f(m)=f(2^m)$，且对于任意$m\in\mathbf{R}$都有$m<2^m$，则$m<0$，



所以$2^m=-8\cdot(2^m)^2-2^m+1$，即$8\cdot(2^m)^2+2\cdot2^m-1=0$，解得$2^m=\frac{1}{4}$(负值舍去)，所以$m=-2$.则$f(m+1)=f(-1)=\frac{1}{2}$.故选B.]

2．已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0,\\ x^2, & x>0.\end{cases}$ 若 $f(x_1)=f(x_2)(x_1\neq x_2)$，则 $|x_1-x_2|$ 的取值范围是_________.

[解析]　根据题意，作出函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, & x\leqslant 0,\\ x^2, & x>0\end{cases}$ 的图象如图所示.



设 $f(x_1)=f(x_2)=t$，$t\in(0,1]$，且 $x_1>x_2$，则 $x_2+1=t$，$x_1^2=t$，所以 $|x_1-x_2|=x_1-x_2=\sqrt{t}-t+1=-(\sqrt{t})^2+\sqrt{t}+1=-\left(\sqrt{t}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{5}{4}$.

令$m=\sqrt{t}$，则$m\in(0,1]$，设$g(m)=-\left(m-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{5}{4}$，易知$g(m)$在$\left(0,\ \dfrac{1}{2}\right)$上单调递增，在$\left[\dfrac{1}{2},\ 1\right]$上单调递减，所以$g(m)_{\min}=g(1)=1$，$g(m)_{\max}=g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{5}{4}$，所以$|x_1-x_2|$的取值范围是$\left[1,\ \dfrac{5}{4}\right]$.

[答案] $\left[1,\ \dfrac{5}{4}\right]$

应用二　巧借几何性质解决问题

[例2]　(1)已知F是椭圆C：$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$的右焦点，$P$为椭圆$C$上一点，$A(1,2\sqrt{2})$，则$|PA|+|PF|$的最大值为(　　)

A．$4+\sqrt{2}$　　B．$4\sqrt{2}$　　C．$4+\sqrt{3}$　　D．$4\sqrt{3}$

(2)(2023·**烟台市诊断性测试**)过直线$x-y-m=0$上一点P作圆M：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$的两条切线，切点分别为A，B，若使得四边形$PAMB$的面积为$\sqrt{7}$的点P有两个，则实数m的取值范围为(　　)

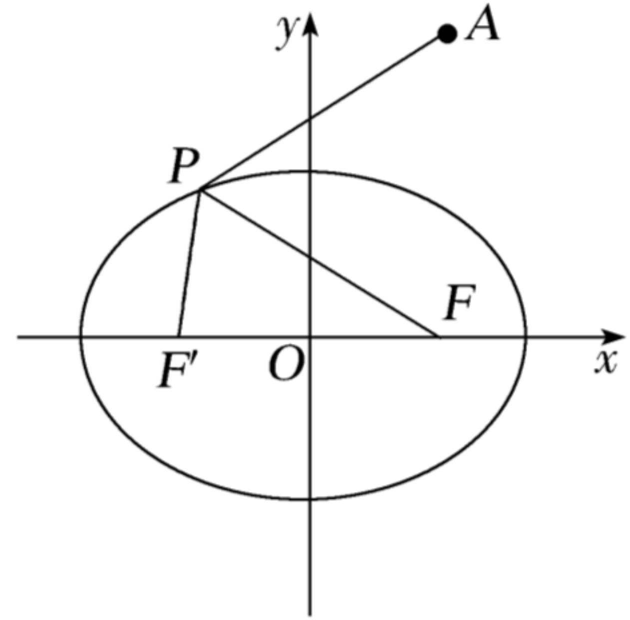
A．$(-5,3)$

B．$(-3,5)$

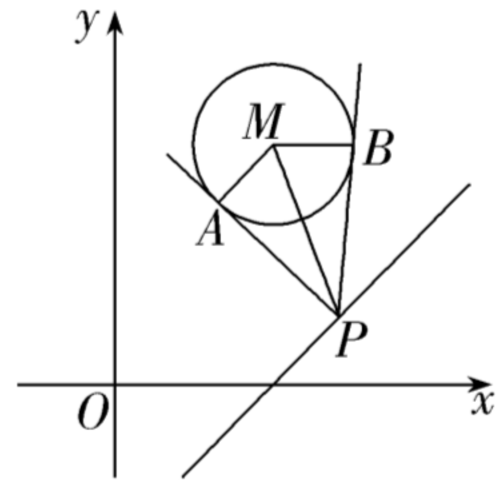
C．$(-\infty，-5)\cup(3，+\infty)$

D．$(-\infty，-3)\cup(5，+\infty)$

[解析]　(1)根据题意，设椭圆C的左焦点为F'，连接PF'，如图所示．椭圆的方程为$\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$，其中$c=\sqrt{3-2}=1$，则$F(1,0)$，$F'(-1,0)$，$a=\sqrt{3}$.因为$P$为椭圆$C$上一点，所以$|PF'|+|PF|=2a=2\sqrt{3}$，则$|PF|=2a-|PF'|=2\sqrt{3}-|PF'|$，则$|PA|+|PF|=|PA|+2\sqrt{3}-|PF'|=2\sqrt{3}+|PA|-|PF'|$，分析可得$||PA|-|PF'||\leqslant|AF'|=2\sqrt{3}$，当$P$，$A$，$F'$三点共线且点$F'$在$A$，$P$之间时，等号成立，则$|PA|+|PF|$的最大值为$4\sqrt{3}$.故选D.



(2)如图，由圆M：$(x-2)^2+(y-3)^2=1$，知圆的圆心为$M(2,3)$，半径为1，所以$|MA|=|MB|=1$，所以四边形$PAMB$的面积为$S=\frac{1}{2}|PA||MA|+\frac{1}{2}|PB||MB|=|PA|=\sqrt{7}$，



所以$|PM|=\sqrt{|MA|^2+|PA|^2}=\sqrt{1^2+(\sqrt{7})^2}=2\sqrt{2}$，

要使四边形$PAMB$的面积为$\sqrt{7}$的点P有两个，

则点M到直线$x-y-m=0$的距离$d=\frac{|2-3-m|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}<2\sqrt{2}$，解得$-5<m<3$，

即m的取值范围为$(-5,3)$．故选A.

[答案]　(1)D　(2)A

方法点睛

(1)对于解析几何图形中的动态问题，应分析各个变量的变化过程，找出其中的相互关系求解.

(2)应用解析几何意义法解决问题需要熟悉常见几何结构的代数形式，主要有：

①形如$m=\dfrac{y-b}{x-a}$的最值问题，可转化为动直线斜率的最值问题；

②形如$m=ax+by$的最值问题，可转化为动直线截距的最值问题；

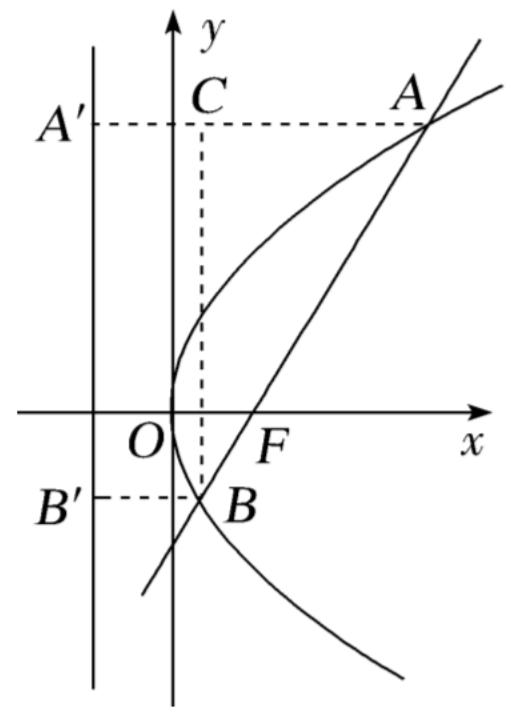
③形如$m=(x-a)^2+(y-b)^2$的最值问题，可转化为两点间距离的平方的最值问题.

[变式训练]

1．已知抛物线$y^2=4x$的焦点为F，直线l过F与抛物线交于A，B两点，且点A在第一象限，$|AF|=3|BF|$，则直线l的斜率为(　　)

A．$\sqrt{3}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C．1　　D．2

A　[如图，过点A，B分别作抛物线的准线$x=-1$的垂线，垂足分别为A'，B'，过B作$BC\perp AA'$于点C，



由抛物线的定义，知$|AF|=|AA'|$，$|BF|=|BB'|$.

因为$|AF|=3|BF|$，所以$|AC|=|AA'|-|A'C|=|AF|-|BB'|=|AF|-|BF|=2|BF|$，又$|AB|=|AF|+|BF|=4|BF|$，所以$\cos\angle BAC=\dfrac{|AC|}{|AB|}=\dfrac{1}{2}$，所以$\angle BAC=\dfrac{\pi}{3}$，所以直线$l$的倾斜角为$\dfrac{\pi}{3}$，所以直线$l$的斜率为$\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$，故选A.]