

2022-2023 学年高三上数学期末模拟试卷

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 与双曲线在第一象限内的交点

为 M , 若 $|MF_1| = 3|MF_2|$. 则该双曲线的离心率为

- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

2. 下列几何体的三视图中, 恰好有两个视图相同的几何体是 ()

- A. 正方体 B. 球体
C. 圆锥 D. 长宽高互不相等的长方体

3. 在平面直角坐标系中, 若不等式组 $\begin{cases} x - 4y + 4 \leq 0 \\ 2x + y - 10 \leq 0 \\ 5x - 2y + 2 \geq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域内存在点 (x_0, y_0) , 使不等式 $x_0 + my_0 + 1 \leq 0$

成立, 则实数 m 的取值范围为 ()

- A. $(-\infty, -\frac{5}{2}]$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ C. $[4, +\infty)$ D. $(-\infty, -4]$

4. 南宋数学家杨辉在《详解九章算法》和《算法通变本末》中, 提出了一些新的垛积公式, 所讨论的高阶等差数列与一般等差数列不同, 前后两项之差并不相等, 但是逐项差数之差或者高次差成等差数列对这类高阶等差数列的研究, 在杨辉之后一般称为“垛积术”. 现有高阶等差数列, 其前 7 项分别为 1, 4, 8, 14, 23, 36, 54, 则该数列的第 19 项为

() (注: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$)

- A. 1624 B. 1024 C. 1198 D. 1560

5. 记 $f(x) = x - [x]$ 其中 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数 $g(x) = \begin{cases} kx, x \geq 0 \\ -\frac{1}{x}, x < 0 \end{cases}$, 若方程在 $f(x) = g(x)$ 在 $[-5, 5]$ 有 7 个不

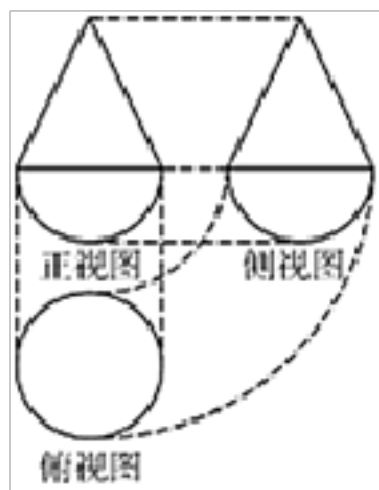
同的实数根, 则实数 k 的取值范围()

- A. $[\frac{1}{6}, \frac{1}{5}]$ B. $(\frac{1}{6}, \frac{1}{5}]$ C. $(\frac{1}{5}, \frac{1}{4})$ D. $[\frac{1}{5}, \frac{1}{4})$

6. 已知 $\triangle ABC$ 中内角 A, B, C 所对应的边依次为 a, b, c , 若 $2a=b+1, c=\sqrt{7}, C=\frac{\pi}{3}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

7. 某几何体的三视图如图所示, 图中圆的半径为 1, 等腰三角形的腰长为 3, 则该几何体表面积为 ()



- A. 7π B. 6π C. 5π D. 4π

8. 已知集合 $A = \{x | 1 < x \leq 24\}$, $B = \left\{x \mid y = \frac{1}{\sqrt{-x^2 + 6x - 5}}\right\}$, 则 $\complement_A B =$ ()

- A. $\{x | x \geq 5\}$ B. $\{x | 5 < x \leq 24\}$
 C. $\{x | x \leq 1 \text{ 或 } x \geq 5\}$ D. $\{x | 5 \leq x \leq 24\}$

9. 已知 $f(x) = ax^2 + bx$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数, 那么 $a+b$ 的值是

- A. $-\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{3}$
 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

10. i 是虚数单位, 若 $\frac{1+7i}{2-i} = a+bi (a, b \in R)$, 则乘积 ab 的值是 ()

- A. -15 B. -3 C. 3 D. 15

11. 二项式 $\left(\frac{2}{\sqrt{x}} - x^2\right)^5$ 的展开式中, 常数项为 ()

- A. -80 B. 80 C. -160 D. 160

12. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \\ y \geq x \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的最小值是 ()

- A. 6 B. 5 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的顶点到渐近线的距离为 $\frac{b}{2}$, 则 $\frac{b^2+1}{\sqrt{3}a}$ 的最小值_____.

14. 已知 $z \cdot i = 1 + 2i$ (i 为虚数单位), 则复数 $z =$ _____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若函数 $f(x) = \ln x - ax$ 在 $x=1$ 处的切线与圆 $C: x^2 - 2x + y^2 + 1 - a = 0$ 存在公共点, 则实数 a 的取值范围为 _____.

16. 已知函数 $y = f(x)$ 为 R 上的奇函数, 满足 $f'(x) > -2$. 则不等式 $f(x-1) < x^2(3 - 2\ln x) + 3(1 - 2x)$ 的解集为 _____.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知 $\{a_n\}$ 为各项均为整数的等差数列, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 a_3 为 $\frac{1}{3}a_2$ 和 a_{13} 的等比中项, $S_7 = 49$.

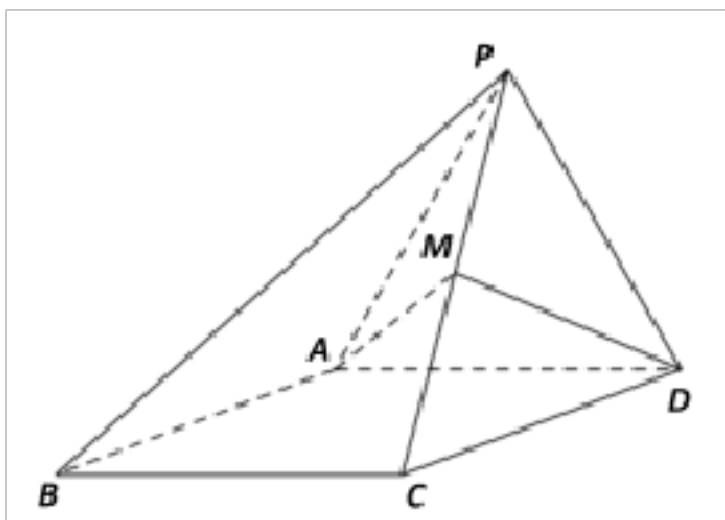
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $T_n = \frac{2}{a_1 a_2} + \frac{2}{a_2 a_3} + \frac{2}{a_3 a_4} + \dots + \frac{2}{a_n a_{n+1}}$, 求最大的正整数 n , 使得 $T_n < \frac{2018}{2019}$.

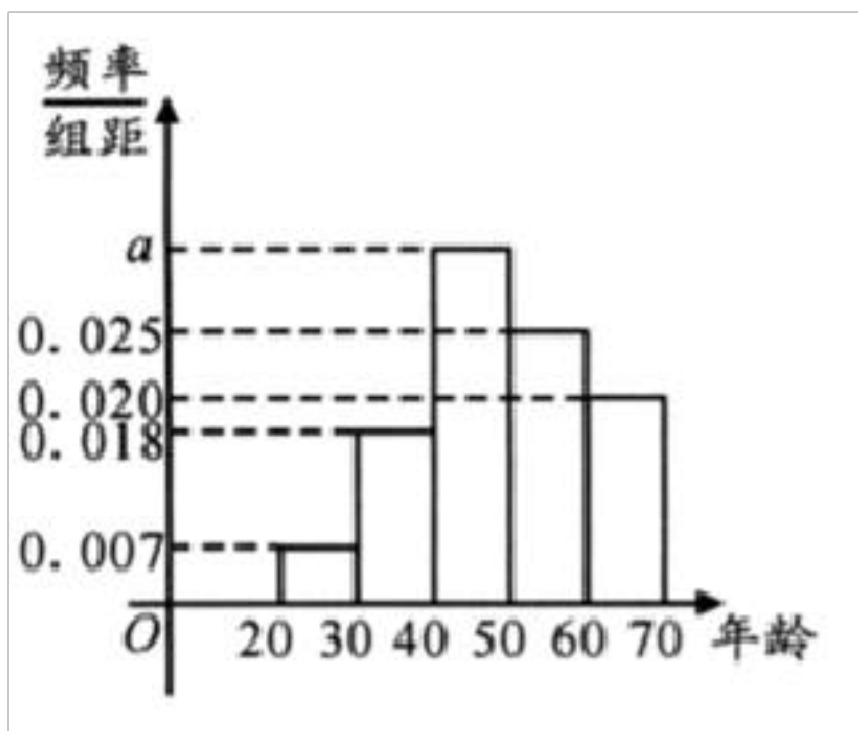
18. (12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$, 侧面 PAD 是边长为 2 的正三角形, 且与底面垂直, 底面 $ABCD$ 是 $\angle ABC = 60^\circ$ 的菱形, M 为棱 PC 上的动点, 且 $\frac{PM}{PC} = \lambda (\lambda \in [0, 1])$.

(I) 求证: $\triangle PBC$ 为直角三角形;

(II) 试确定 λ 的值, 使得二面角 $P-AD-M$ 的平面角余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.



19. (12 分) 某保险公司给年龄在 20-70 岁的民众提供某种疾病的一年期医疗保险, 现从 10000 名参保人员中随机抽取 100 名作为样本进行分析, 按年龄段 $[20, 30), [30, 40), [40, 50), [50, 60), [60, 70]$ 分成了五组, 其频率分布直方图如下图所示; 参保年龄与每人每年应缴纳的保费如下表所示. 据统计, 该公司每年为这一万名参保人员支出的各种费用为一百万元.



年龄 (单位: 岁)	[20,30)	[30,40)	[40,50)	[50,60)	[60,70]
保费 (单位: 元)	x	$2x$	$3x$	$4x$	$5x$

(1) 用样本的频率分布估计总体分布, 为使公司不亏本, 求 x 精确到整数时的最小值 x_0 ;

(2) 经调查, 年龄在 $[60,70]$ 之间的老人每 50 人中有 1 人患该项疾病(以此频率作为概率). 该病的治疗费为 12000 元, 如果参保, 保险公司补贴治疗费 10000 元. 某老人年龄 66 岁, 若购买该项保险 (x 取 (1) 中的 x_0), 针对此疾病所支付的费用为 X 元; 若没有购买该项保险, 针对此疾病所支付的费用为 Y 元. 试比较 X 和 Y 的期望值大小, 并判断该老人购买此项保险是否划算?

20. (12 分) (1) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 1, a_2 = \lambda$, 且 $a_n^2 = a_{n+1} a_{n-1} - \lambda a_n a_{n-1}$ (λ 为非零常数, $n \geq 2, n \in N^*$),

求数列 $\left\{ \frac{a_n}{a_{n-1}} \right\}$ ($n \geq 2, n \in N^*$) 的前 n 项和;

(2) 已知数列 $\{b_n\}$ 满足:

(i) 对任意的 $n \in N^*, 0 < b_n \leq b_{n+1}$;

(ii) 对任意的 $n \geq 2, n \in N^*$, $b_{n-1} \cdot b_{n+1} = \begin{cases} \mu q_1^n, & n = 2k+1 (k \in N^*), \\ \mu q_2^n, & n = 2k (k \in N^*), \end{cases}$ ($\mu > 0, q_1 > 0, q_2 > 0$), 且 $\frac{b_n}{b_{n-1}} = \sqrt{q_1 q_2}$.

①若 $\mu = 1, q_1 = q_2$, 求数列 $\{b_n\}$ 是等比数列的充要条件.

②求证: 数列 $b_1, b_2, b_5, b_6, b_9, b_{10}, \dots, b_{4m-3}, b_{4m-2}, \dots$ 是等比数列, 其中 $m \in N^*$.

21. (12 分) 为了整顿道路交通秩序, 某地考虑将对行人闯红灯进行处罚. 为了更好地了解市民的态度, 在普通行人中

随机选取了 200 人进行调查，当不处罚时，有 80 人会闯红灯，处罚时，得到如表数据：

处罚金额 x (单位：元)	5	10	15	20
会闯红灯的人数 y	50	40	20	10

若用表中数据所得频率代替概率。

(1) 当罚金定为 10 元时，行人闯红灯的概率会比不进行处罚降低多少？

(2) 将选取的 200 人中会闯红灯的市民分为两类：A 类市民在罚金不超过 10 元时就会改正行为；B 类是其他市民。

现对 A 类与 B 类市民按分层抽样的方法抽取 4 人依次进行深度问卷，则前两位均为 B 类市民的概率是多少？

22. (10 分) 健身房某项目收费标准为每次 60 元，现推出会员优惠活动：具体收费标准如下：

消费次数	第 1 次	第 2 次	第 3 次	不少于 4 次
收费比例	0.95	0.90	0.85	0.80

现随机抽取了 100 为会员统计它们的消费次数，得到数据如下：

消费次数	1 次	2 次	3 次	不少于 4 次
频数	60	25	10	5

假设该项目的成本为每次 30 元，根据给出的数据回答下列问题：

(1) 估计 1 位会员至少消费两次的概率

(2) 某会员消费 4 次，求这 4 次消费获得的平均利润；

(3) 假设每个会员每星期最多消费 4 次，以事件发生的频率作为相应事件的概率，从会员中随机抽取两位，记从这两位会员的消费获得的平均利润之差的绝对值为 X ，求 X 的分布列及数学期望 $E(X)$

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

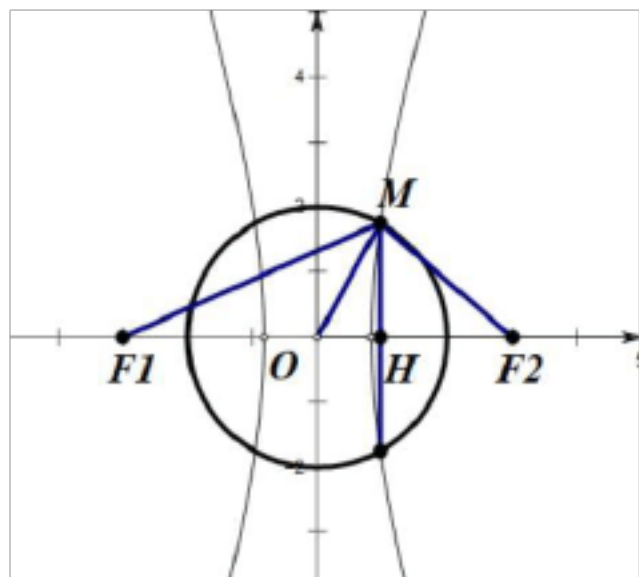
【解析】

本题首先可以通过题意画出图像并过 M 点作 F_1F_2 垂线交 F_1F_2 于点 H ，然后通过圆与双曲线的相关性质判断出三角形

OMF_2 的形状并求出高 MH 的长度， MH 的长度即 M 点纵坐标，然后将 M 点纵坐标带入圆的方程即可得出 M 点坐

标, 最后将 M 点坐标代入双曲线方程即可得出结果。

【详解】



根据题意可画出以上图像, 过 M 点作 F_1F_2 垂线并交 F_1F_2 于点 H ,

因为 $|MF_1| = 3|MF_2|$, M 在双曲线上,

所以根据双曲线性质可知, $|MF_1| - |MF_2| = 2a$, 即 $3|MF_2| - |MF_2| = 2a$, $|MF_2| = a$,

因为圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的半径为 b , OM 是圆 $x^2 + y^2 = b^2$ 的半径, 所以 $OM = b$,

因为 $OM = b$, $|MF_2| = a$, $OF_2 = c$, $a^2 + b^2 = c^2$,

所以 $\angle OMF_2 = 90^\circ$, 三角形 OMF_2 是直角三角形,

因为 $MH \perp OF_2$, 所以 $OF_2 \times MH = OM \times MF_2$, $MH = \frac{ab}{c}$, 即 M 点纵坐标为 $\frac{ab}{c}$,

将 M 点纵坐标代入圆的方程中可得 $x^2 + \frac{a^2b^2}{c^2} = b^2$, 解得 $x = \frac{b^2}{c}$, $M(\frac{b^2}{c}, \frac{ab}{c})$,

将 M 点坐标代入双曲线中可得 $\frac{b^4}{a^2c^2} - \frac{a^2}{c^2} = 1$,

化简得 $b^4 - a^4 = a^2c^2$, $c^2 - a^2 - a^4 = a^2c^2$, $c^2 = 3a^2$, $e = \frac{c}{a} = \sqrt{3}$, 故选 **D**。

【点睛】

本题考查了圆锥曲线的相关性质, 主要考察了圆与双曲线的相关性质, 考查了圆与双曲线的综合应用, 考查了数形结合思想, 体现了综合性, 提高了学生的逻辑思维能力, 是难题。

2、**C**

【解析】

根据基本几何体的三视图确定。

【详解】

正方体的三个三视图都是相等的正方形, 球的三个三视图都是相等的圆, 圆锥的三个三视图有一个是圆, 另外两个是全等的等腰三角形, 长宽高互不相等的长方体的三视图是三个两两不全等的矩形。

故选：C.

【点睛】

本题考查基本几何体的三视图，掌握基本几何体的三视图是解题关键.

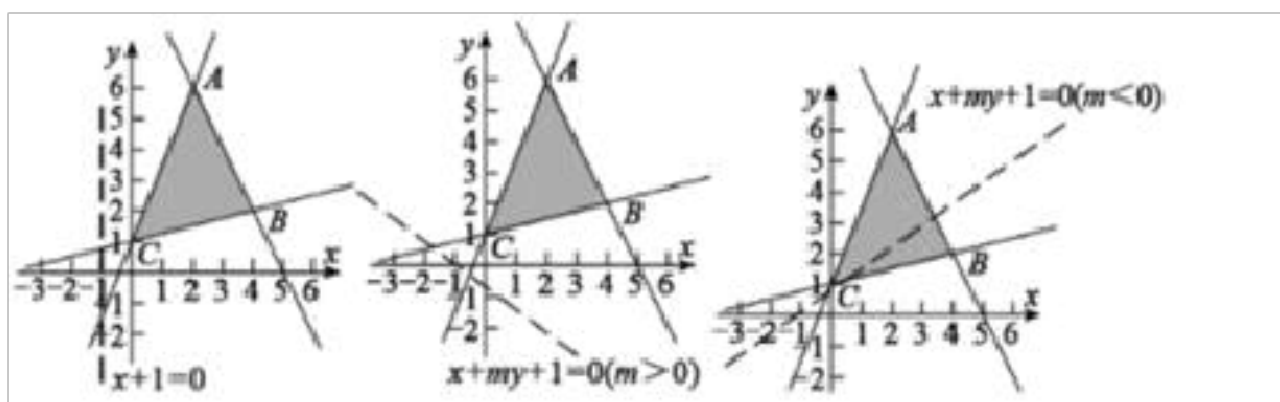
3、B

【解析】

依据线性约束条件画出可行域，目标函数 $x_0 + my_0 + 1 \leq 0$ 恒过 $D(-1,0)$ ，再分别讨论 m 的正负进一步确定目标函数与可行域的基本关系，即可求解

【详解】

作出不等式对应的平面区域，如图所示：



其中 $A(2,6)$ ，直线 $x + my + 1 = 0$ 过定点 $D(-1,0)$ ，

当 $m = 0$ 时，不等式 $x + 1 \leq 0$ 表示直线 $x + 1 = 0$ 及其左边的区域，不满足题意；

当 $m > 0$ 时，直线 $x + my + 1 = 0$ 的斜率 $-\frac{1}{m} < 0$ ，

不等式 $x + my + 1 \leq 0$ 表示直线 $x + my + 1 = 0$ 下方的区域，不满足题意；

当 $m < 0$ 时，直线 $x + my + 1 = 0$ 的斜率 $-\frac{1}{m} > 0$ ，

不等式 $x + my + 1 \leq 0$ 表示直线 $x + my + 1 = 0$ 上方的区域，

要使不等式组所表示的平面区域内存在点 (x_0, y_0) ，

使不等式 $x_0 + my_0 + 1 \leq 0$ 成立，只需直线 $x + my + 1 = 0$ 的斜率 $-\frac{1}{m} \leq k_{AD} = 2$ ，解得 $m \leq -\frac{1}{2}$ 。

综上所述可得实数 m 的取值范围为 $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ ，

故选：B.

【点睛】

本题考查由目标函数有解求解参数取值范围问题，分类讨论与数形结合思想，属于中档题

4、B

【解析】

根据高阶等差数列的定义，求得等差数列 $\{c_n\}$ 的通项公式和前 n 项和，利用累加法求得数列 $\{a_n\}$ 的通项公式，进而求得 a_{19} 。

【详解】

依题意

$$a_n : 1, 4, 8, 14, 23, 36, 54, \dots$$

两两作差得

$$b_n : 3, 4, 6, 9, 13, 18, \dots$$

两两作差得

$$c_n : 1, 2, 3, 4, 5, \dots$$

设该数列为 $\{a_n\}$ ，令 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ，设 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 B_n ，又令 $c_n = b_{n+1} - b_n$ ，设 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 C_n 。

易 $c_n = n$ ， $C_n = \frac{n^2 + n}{2}$ ，进而得 $b_{n+1} = 3 + C_n = 3 + \frac{n^2 + n}{2}$ ，所以 $b_n = 3 + \frac{n(n-1)}{2} = \frac{n^2}{2} - \frac{1}{2}n + 3$ ，则

$$B_n = \frac{n(n+1)(n-1)}{6} + 3n，所以 a_{n+1} = 1 + B_n，所以 a_{19} = 1024。$$

故选：B

【点睛】

本小题主要考查新定义数列的理解和运用，考查累加法求数列的通项公式，考查化归与转化的数学思想方法，属于中档题。

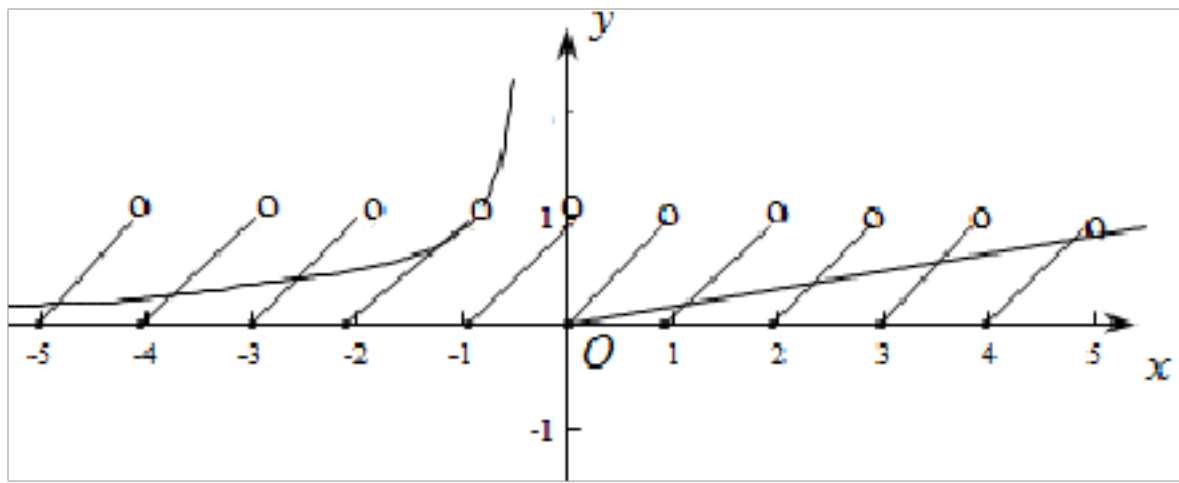
5、D

【解析】

做出函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象，问题转化为函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象在 $[-5,5]$ 有 7 个交点，而函数 $f(x)$, $g(x)$ 在 $[-5,0]$ 上有 3 个交点，则在 $[0,5]$ 上有 4 个不同的交点，数形结合即可求解。

【详解】

作出函数 $f(x)$, $g(x)$ 的图象如图所示，由图可知



方程 $f(x) = g(x)$ 在 $[-5,0]$ 上有 3 个不同的实数根，

则在 $[0,5]$ 上有 4 个不同的实数根，

当直线 $y = kx$ 经过 $(4,1)$ 时， $k = \frac{1}{4}$ ；

当直线 $y = kx$ 经过 $(5,1)$ 时， $k = \frac{1}{5}$ ，

可知当 $\frac{1}{5} \leq k < \frac{1}{4}$ 时，直线 $y = kx$ 与 $f(x)$ 的图象在 $[0,5]$ 上有 4 个交点，

即方程 $f(x) = g(x)$ ，在 $[0,5]$ 上有 4 个不同的实数根。

故选：**D**。

【点睛】

本题考查方程根的个数求参数，利用函数零点和方程之间的关系转化为两个函数的交点是解题的关键，运用数形结合是解决函数零点问题的基本思想，属于中档题。

6、**A**

【解析】

由余弦定理可得 $a^2 + b^2 - ab = 7$ ，结合 $2a = b + 1$ 可得 a, b ，再利用面积公式计算即可。

【详解】

由余弦定理，得 $7 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = a^2 + b^2 - ab$ ，由 $\begin{cases} 7 = a^2 + b^2 - ab \\ 2a = b + 1 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ ，

所以， $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ 。

故选：**A**。

【点睛】

本题考查利用余弦定理解三角形，考查学生的基本计算能力，是一道容易题。

7、**C**

【解析】

几何体是由一个圆锥和半球组成，其中半球的半径为 **1**，圆锥的母线长为 **3**，底面半径为 **1**，计算得到答案.

【详解】

几何体是由一个圆锥和半球组成，其中半球的半径为 **1**，圆锥的母线长为 **3**，底面半径为 **1**，故几何体的表面积为

$$\frac{1}{2} \times 3 \times 2\pi + 2\pi \times 1^2 = 5\pi.$$

故选：**C**。

【点睛】

本题考查了根据三视图求表面积，意在考查学生的计算能力和空间想象能力.

8、**D**

【解析】

首先求出集合 **B**，再根据补集的定义计算可得；

【详解】

解：∵ $-x^2 + 6x - 5 > 0$ ，解得 $1 < x < 5$

$$\therefore B = \{x | 1 < x < 5\}, \therefore \complement_A B = \{x | 5 \leq x \leq 24\}.$$

故选：**D**

【点睛】

本题考查补集的概念及运算，一元二次不等式的解法，属于基础题.

9、**B**

【解析】

依照偶函数的定义，对定义域内的任意实数， $f(-x) = f(x)$ ，且定义域关于原点对称， $a - 1 = -2a$ ，即可得解.

【详解】

根据偶函数的定义域关于原点对称，且 $f(x)$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数，

得 $a-1 = -2a$ ，解得 $a = \frac{1}{3}$ ，又 $f(-x) = f(x)$ ，

∴ $b=0$ ，∴ $a+b = \frac{1}{3}$ 。故选 **B**。

【点睛】

本题考查偶函数的定义，对定义域内的任意实数， $f(-x) = f(x)$ ；奇函数和偶函数的定义域必然关于原点对称，定义域区间两个端点互为相反数.

10、**B**

【解析】

$$\frac{1+7i}{2-i} = \frac{(1+7i)(2+i)}{5} = -1+3i, \therefore a = -1, b = 3, ab = -3, \text{选 B.}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/516051145101010110>