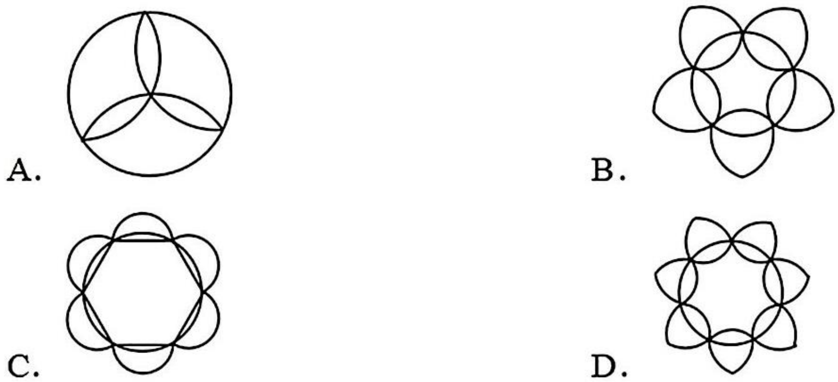
2024年黑龙江省牡丹江市中考数学试题

一、单项选择题（本题10个小题，每小题3分，共30分）

1. 下列图形既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　　）

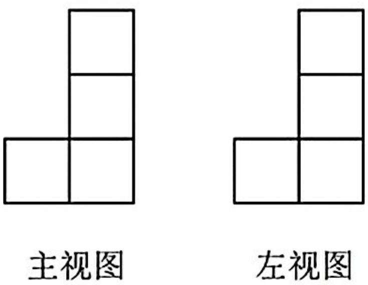


2. 下列计算正确的是（　　）

$A. 2a^3 \cdot a^2 = 2a^6$　　$B. (-2a)^3 \div b \times \frac{1}{b} = -8a^3$

$C. (a^3 + a^2 + a) \div a = a^2 + a$　　$D. 3a^{-2} = \frac{3}{a^2}$

3. 由 5 个形状、大小完全相同的小正方体组合而成的几何体，其主视图和左视图如图所示，则搭建该几何体的方式有（　　）

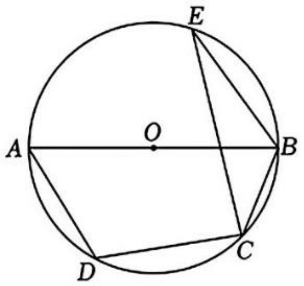


A. 1 种　　B. 2 种　　C. 3 种　　D. 4 种

4. 某校八年级 3 班承担下周学校升旗任务，老师从备选的甲、乙、丙、丁四名同学中，选择两名担任升旗手，则甲、乙两名同学同时被选中的概率是（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{8}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{2}{3}$

5. 如图，四边形 ABCD 是⊙O 的内接四边形，AB 是⊙O 的直径，若 $\angle BEC = 20°$,则 $\angle ADC$的度数为（　　）

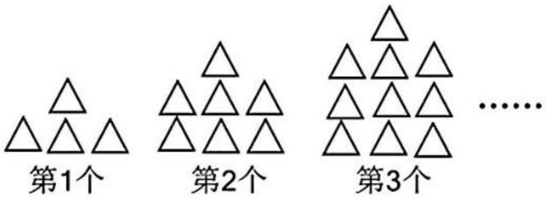


A. 100° B. 110° C. 120° D. 130°

6. 一种药品原价每盒 48 元，经过两次降价后每盒 27 元，两次降价的百分率相同，则每次降价的百分率为（　）

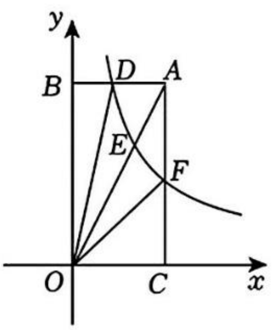
A. 20% B. 22% C. 25% D. 28%

7. 如图是由一些同样大小的三角形按照一定规律所组成的图形，第 1 个图有 4 个三角形. 第 2 个图有 7 个三角形，第 3 个图有 10 个三角形…按照此规律排列下去，第 674 个图中三角形的个数是（　）



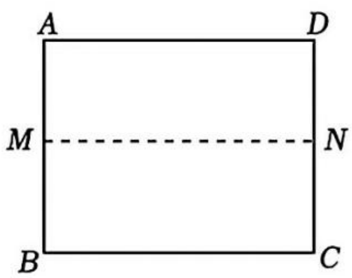
A. 2022 B. 2023 C. 2024 D. 2025

8. 矩形 OBAC 在平面直角坐标系中的位置如图所示，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象与 AB 边交于点 D，与 AC 边交于点 F，与 OA 交于点 E，OE=2AE，若四边形 ODAF 的面积为 2，则 k 的值是（　）

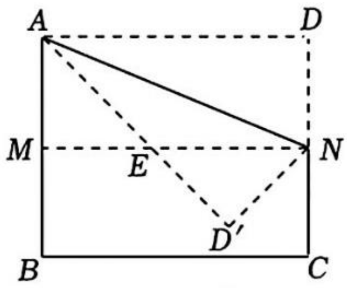


$A.\frac{2}{5}$ $B.\frac{3}{5}$ $C.\frac{4}{5}$ $D.\frac{8}{5}$

9. 小明同学手中有一张矩形纸片 ABCD，AD=12cm，CD=10cm，他进行了如下操作：第一步，如图①，将矩形纸片对折，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 MN，将纸片展平. 第二步，如图②，再一次折叠纸片，把 $\triangle ADN$沿 AN 折叠得到 $\triangle AD'N, AD'$交折痕 MN 于点 E, 则线段 EN 的长为（　）



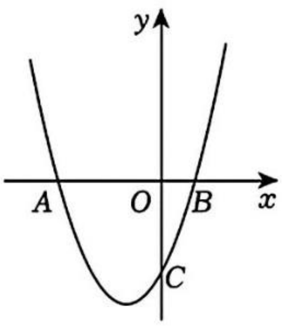
图①



图②

A. 8cm　　　$B.\frac{169}{24}c\pi$　　　$C.\frac{167}{24}c\pi$　　　$D.\frac{55}{8}c\pi$

10. 在平面直角坐标系中，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$与 x 轴交于 A、B 两点， $A(-3,0)$,B（1，0），与 y 轴交点 C 的纵坐标在-3~-2 之间，根据图象判断以下结论：（ ①$abc^2>0$; $circle2\frac{4}{3}<b<2$;③若 $ax_1^2-bx_1=ax_2^2-bx_2$且 $x_1\neq x_2$,则 $x_1+x_2=-2$;④直线 $y=-\frac{5}{6}cx+c$与抛物线 $y=ax^2+bx+c$的一个交点（m，n）(m≠0)，则 $m=\frac{1}{2}$. 其中正确的结论是（　　）

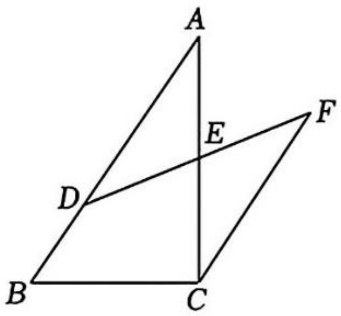


A. ①②④　　B. ①③④　　C. ①②③　　D. ①②③④

二、填空题（本题 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

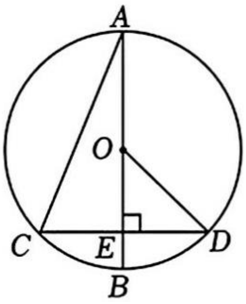
11. 函数 $y=\frac{\sqrt{x+3}}{x}$中，自变量 x 的取值范围是 ________________

12. 如图，$\triangle ABC$中，D 是 AB 上一点，$CF\parallel AB$,D、E、F 三点共线， 请添加一个条件 ___________，使得 AE=CE.（只添一种情况即可）



13. 将抛物线 $y=ax^2+bx+3$向下平移 5 个单位长度后，经过点（ $(-2,4)$,则 $6a-3b-7=$.

14. 如图，在⊙O 中，直径 $AB\perp CD$于点 E，$CD=6,BE=1$, 则弦 A C 的 长为 ____________________.



15. 已知一组正整数 a，1，b，b，3 有唯一众数 8，中位数是 5，则这一组数据的平均数为 ________.

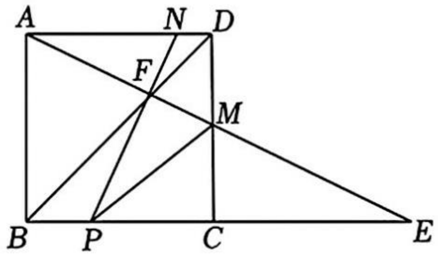
16. 若分式方程 $\frac{x}{x-1}=3-\frac{mx}{1-x}$的解为正整数，则整数 m 的值为 _.

17. 矩形 ABCD 的面积是 90，对角线 AC，BD 交于点 O，点 E 是 BC 边的三等分点，连接 DE，点 P 是 DE 的中点，OP=3，连接 CP，则 PC+PE 的值为 ______________________.

18. 如图，在正方形 ABCD 中，E 是 BC 延长线上一点，AE 分别交 BD、CD 于点 F、M，过点 F 作 NP⊥AE，分别交 AD、BC 于点 N、P，连接 MP．下列四个结论：①AM=PN；

$circle2DM+DN=\sqrt{2}DF$;③若 P 是 BC 中点，AB=3，则．$EM=2\sqrt{10}$;$circle4BF\cdot NF=AF\cdot BP$;

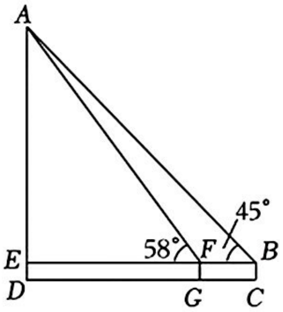
⑤若 PM∥BD，则 $CE=\sqrt{2}BC$. 其中正确的结论是 __________.



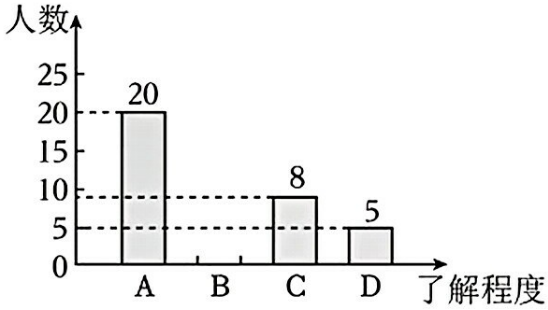
三、解答题（共 66 分）

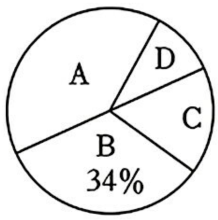
19. 先化简, 再求值: $\frac{2x-6}{x}\div\left(x-\frac{6x-9}{x}\right)$,并从−1, 0, 1, 2, 3 中选一个合适的数代入求值.

20. 如图，某数学活动小组用高度为 1. 5 米的测角仪 BC，对垂直于地面 CD 的建筑物 AD 的高度进行测量，BC⊥CD 于点 C．在 B 处测得 A 的仰角∠ABE=45°，然后将测角仪向建筑物方向水平移动 6 米至 FG 处，FG⊥CD 于点 G，测得 A 的仰角∠AFE=58°，BF 的延长线交 AD 于点 E，求建筑物 AD 的高度(结果保留小数点后一位)．(参考数据：sin58°≈0. 85，cos58° ≈0. 53，tan58° ≈1. 60)



21. 某校为掌握学生对垃圾分类的了解情况，在全校范围内抽取部分学生进行调查问卷，并将收集到的信息进行整理，绘制成如图所示不完整的统计图，其中 A 为“非常了解”，B 为“了解较多”，C 为“基本了解”，D 为“了解较少”. 请你根据图中提供的信息，解答下列问题：





⑴本次调查共抽取了 ________名学生；

⑵补全条形统计图，并求出扇形统计图中“了解较少”所对应的圆心角度数；

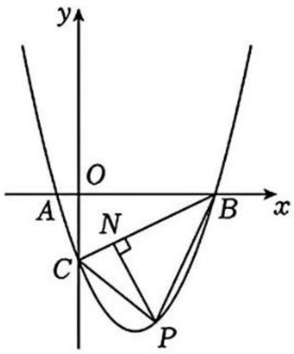
⑶若全校共有 1200 名学生，请估计全校有多少名学生“非常了解”垃圾分类问题.

22. 在 Rt△ACB 中，$\angle ACB=90°, BC=12, AC=8$,以 BC 为边向 $\triangle ACB$外作有一个内角为 60°的菱形 BCDE，对角线 BD，CE 交于点 O，连接 OA，请用尺规和三角板作出图形，并直接写出△AOC 的面积.

23. 如图, 二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2+bx+c$的图象与 x 轴交于 A、B 两点，与 y 轴交于点 C，点 A 的坐标为 $(-1,0)$,点 C 的坐标为 $(0,-3)$,连接 BC.

⑴求该二次函数的解析式；

⑵点 P 是抛物线在第四象限图象上的任意一点，当 $\triangle BCP$的面积最大时，BC 边上的高 PN 的值为 ____

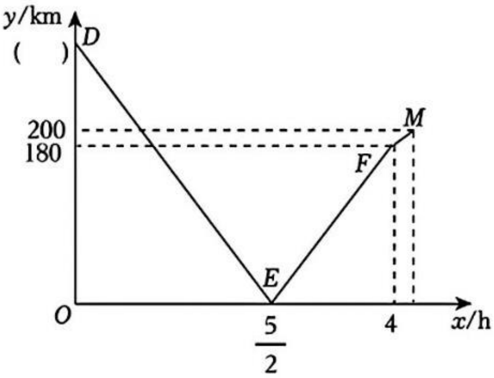


24. 一条公路上依次有 A、B、C 三地， 甲车从 A 地出发，沿公路经 B 地到 C 地，乙车从 C 地出发，沿公路驶向 B 地. 甲、乙两车同时出发，匀速行驶，乙车比甲车早 $\frac{2}{7}$小时到达目的地. 甲、乙两车之间的路程 ykm 与两车行驶时间 xh 的函数关系如图所示，请结合图象信息，解答下列问题：

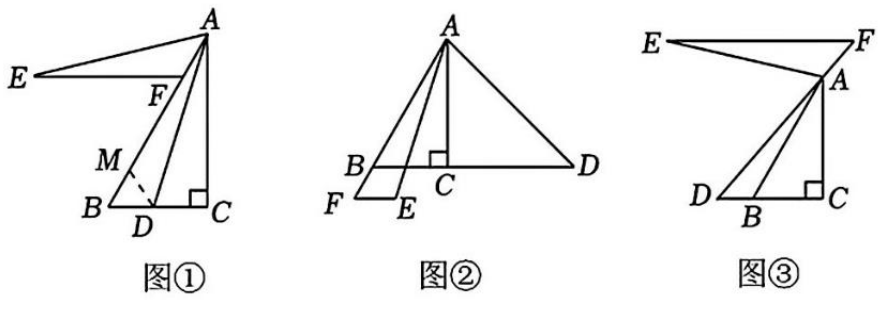
(1) 甲车行驶的速度是 ________km/h，并在图中括号内填上正确的数；

(2) 求图中线段 EF 所在直线的函数解析式(不要求写出自变量的取值范围)；

(3) 请直接写出两车出发多少小时，乙车距 B 地的路程是甲车距 B 地路程的 3 倍.



25. 数学老师在课堂上给出了一个问题，让同学们探究. 在 $Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$,$\angle BAC=30°$,点 D 在直线 BC 上，将线段 AD绕点 A 顺时针旋转(60°得到线段 AE，过点 E 作 $EF\|BC$,交直线 AB 于点 F.



(1) 当点 D 在线段 BC 上时，如图①，求证：. $BD+EF=AB$;

分析问题：某同学在思考这道题时，想利用. $AD=AE$构造全等三角形，便尝试着在 AB 上截取. $AM=EF$,连接 DM，通过证明两个三角形全等，最终证出结论：

推理证明：写出图①的证明过程：

探究问题：

⑵当点 D 在线段 BC 的延长线上时，如图②：当点 D 在线段 CB 的延长线上时，如图③，请判断并直接写出线段 BD，EF，AB 之间的数量关系；

拓展思考：

(3) 在 (1)(2) 的条件下，若 $AC=6\sqrt{3},CD=2BD$,则. $EF=$.

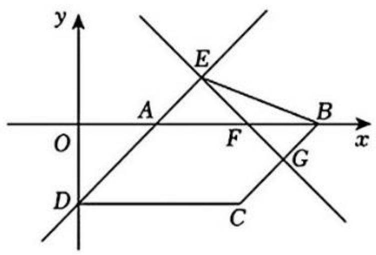
26. 牡丹江某县市作为猴头菇生产的“黄金地带”，年总产量占全国总产量的 50%以上，黑龙江省发布的“九珍十八品”名录将猴头菇列为首位. 某商店准备在该地购进特级鲜品、特级干品两种猴头菇，购进鲜品猴头菇 3 箱、干品猴头菇 2 箱需 420 元，购进鲜品猴头菇 4 箱、干品猴头菇 5 箱需 910 元. 请解答下列问题：

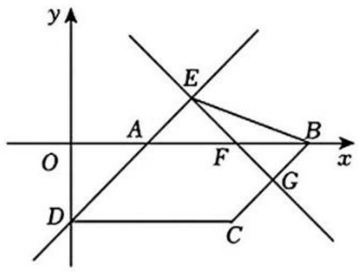
⑴特级鲜品猴头菇和特级干品猴头菇每箱的进价各是多少元?

⑵某商店计划同时购进特级鲜品猴头菇和特级干品猴头菇共 80 箱，特级鲜品猴头菇每箱售价定为 50 元，特级干品猴头菇每箱售价定为 180 元，全部销售后，获利不少于 1560 元，其中干品猴头菇不多于 40 箱，该商店有哪几种进货方案?

⑶在⑵的条件下，购进猴头菇全部售出，其中两种猴头菇各有 1 箱样品打 a(a 为正整数)折售出，最终获利 1577 元，请直接写出商店的进货方案.

27. 如图，在平面直角坐标系中，直线. $y=x+b$与 x 轴的正半轴交于点 A，与 y 轴的负半轴交于点 D，点 B 在 x 轴的正半轴上，四边形 ABCD 是平行四边形，线段 OA 的长是一元二次方程 $x^2-4x-12=0$的一个根. 请解答下列问题：





备用图

⑴求点 D 的坐标；

(2) 若线段 BC 的垂直平分线交直线 AD 于点 E, 交 x 轴于点 F, 交 BC 于点 G, 点 E 在第一象限, $AE=3\sqrt{2}$,连接 BE, 求 1 $tan\angle ABE$的值；

(3) 在⑵的条件下, 点 M 在直线 DE 上, 在 x 轴上是否存在点 N, 使以 E、M、N 为顶点的三角形是直角边比为 1：2 的直角三角形?若存在，请直接写出 $\triangle EMN$的个数和其中两个点 N 的坐标；若不存在，请说明理由.

2024 年黑龙江省牡丹江市中考数学试题参考答案

一、单项选择题（本题 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. C　2. D　3. C　4. A　5. B

6. C　7. B　8. D　9. B　10. A

二、填空题（本题 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分）

11. x⩾−3 且 x≠0　12. （示例）$DE=EF$或 $AD=CF$　13. 2　14. $3\sqrt{10}$　15. 5

16. − 1　17. 13 或 $\sqrt{109}$　18. ①②③⑤

三、解答题（共 66 分）

19. 解：$\frac{2x-6}{x}\div(x-9x)$

$$=\frac{2x-6}{x}\div\left(\frac{x^2}{x}-\frac{6x-9}{x}\right)$$

$$=\frac{2x-6}{x}\div\frac{x^2-6x+9}{x}$$

$$=\frac{2(x-3)}{x},\frac{x}{(x-3)^2}$$

$$=\frac{2}{x-3}.$$

:$x\neq 0$且 x≠3,

∴x=−1 或 x=1 或 x=2.

当 x=−1 时，原式 $=\frac{2}{-1-3}=\frac{1}{2}$.

20. 解：根据题意可知四边形 BEDC 是矩形,

$\therefore DE=BC=1.5m.$

如图，$\angle ABE=45°,\angle AFE=58°.$

$\because \tan\angle ABE=\frac{AE}{BE},\tan\angle AFE=\frac{AE}{EF}.$

$\therefore AE=BE\cdot\tan45°=BE,EF=\frac{AE}{\tan58°}.$

$\because BE=EF+BF,$

$\therefore AE=6+\frac{AE}{\tan58°}$

$\therefore AE\approx 16.$

$\therefore AD=AE+DE=17.5$（米）

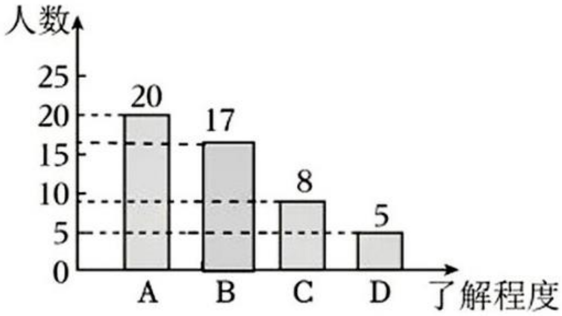
答：建筑物 AD 的高度约为 17. 5 米.

21. 解：（1）这次被调查的学生人数为：（20+8+5）÷（1−34%）=50（名）；

（2）“了解较少”所对应的圆心角度数为： $360°\times\frac{5}{50}=36°$,

50×34%=17（人）

补全图形如下：



(3) $1200\times\frac{20}{50}=480$（名），

估计全校有多少名学生“非常了解”垃圾分类问题有 480 名.

22. 解：当∠CBE=60° 时，所作图形如图，作 OF⊥BC，垂足为 F,

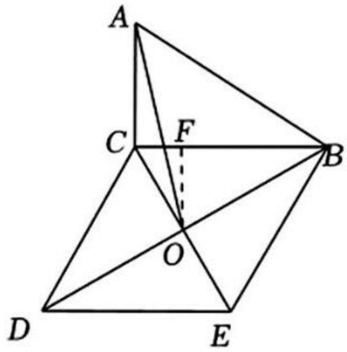


图1

∵菱形 BCDE，∠CBE=60° ，

∴∠COB=90° ，∠CBO=30° ，∠OCB=60° ，

∵BC=12,

$\therefore OC=\frac{1}{2}BC=6,$

∵∠OCB=60° ，

∴∠COF=30° ，

$\therefore CF=\frac{1}{2}OC=3$

∴△AOC 的面积为 $\frac{1}{2}\times 8\times 3=12;$

当∠BCD=60° 时，所作图形如图，作 OF⊥BC，垂足为 F，如图 2,

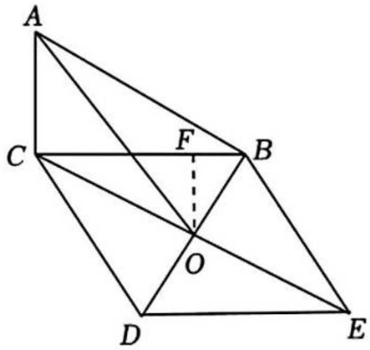


图2

∵菱形 BCDE，∠BCD=60°，

$\therefore \angle COB = 90°, \angle BCO = 30°,$

∵BC=12,

$\therefore OB = \frac{1}{2}BC = 6, OC = \sqrt{BC^2 - 0B^2} = 6\sqrt{3}.$
$\therefore OF = \frac{1}{2}0C = 3\sqrt{3}, CF = \sqrt{0C^2 - 0F^2} = 9$

∴△AOC 的面积为 $\frac{1}{2} \times 8 \times 9 = 36;$

综上，△AOC 的面积为 12 或 36.

23. 解：(1) 把（−1，0）和（0，−3）代入得：
$\begin{cases} \frac{1}{2} - b + c = 0 \\ c = -3 \end{cases},$

解得 $\begin{cases} b = -\frac{5}{2}, \\ c = -3 \end{cases}$

∴二次函数的解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3;$

(2) 令 y=0，则 $O = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - 3$

解得：$x_1 = -1, x_2 = 6,$

∴点 B 的坐标为（6，0），

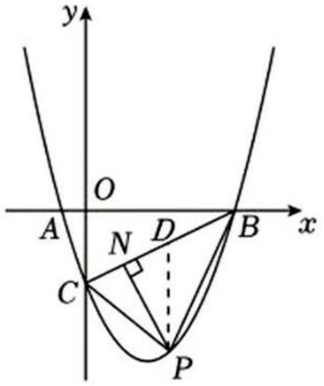
$\therefore BC = \sqrt{0B^2 + 0C^2} = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5}.$

设直线 BC 的解析式为 y=mx+n，代入得：
$\begin{cases} n = -3 \\ 6m + n = 0' \end{cases}$

解得 $\begin{cases} m = \frac{1}{2}, \\ n = -3 \end{cases}$

∴直线 BC 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x-3$

过点 P 作 $PD\perp x$轴交 BC 于点 D，如图，



设点 P 的坐标为 $\left(x,\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-3\right)$，则点 D 的坐标为 $\left(x,\frac{1}{2}x-3\right)$，

$\therefore PD=\frac{1}{2}x-3-\left(\frac{1}{2}x^2-\frac{5}{2}x-3\right)=-\frac{1}{2}x^2+3x$

$\therefore S_{PBC}=\frac{1}{2}PD\cdot OB=\frac{1}{2}\times 6\left(-\frac{1}{2}x^2+3x\right)=\frac{3}{2}(x-3)^2+\frac{27}{2}$，

$\therefore\triangle PBC$最大为 $\frac{27}{2}$，

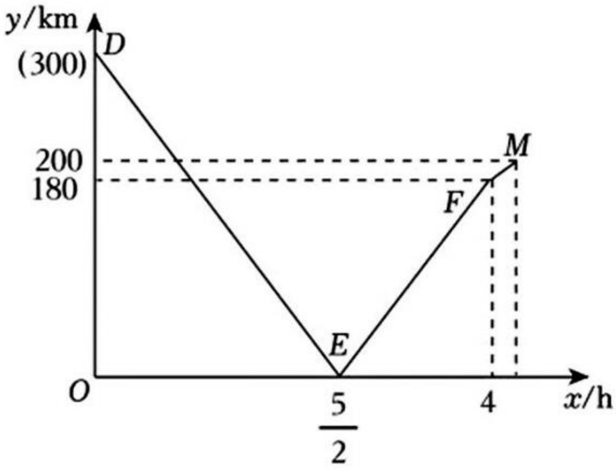
$\therefore PN=\frac{2S_{PBC}}{BC}=\frac{27}{3\sqrt{5}}=\frac{9\sqrt{5}}{5}$，

故答案为：$\frac{9}{5}\sqrt{5}$.

24. 解：(1) 由图可知，甲车 $\frac{2}{7}$小时行驶的路程为（200−180）km，∴甲车行驶的速度是 $(200-180)\div\frac{2}{7}=70(km/h)$，

$70\times\left(4+\frac{2}{7}\right)=300(km)$，

填图如下：



故答案为：70；

(2) 由图可知 E，F 的坐标分别为（$\frac{5}{2}$，0），（4，180），

设线段 EF 所在直线的函数解析式为：$y = k + b$,

则 $\begin{cases} \frac{5}{2}k + b = 0 \\ 4k + b = 180 \end{cases}$,

解得 $\begin{cases} k = 120 \\ b = -300 \end{cases}$,

∴线段 EF 所在直线的函数解析式为. $y = 120x - 300$;

(3) 由题意知, A、C 两地的距离为：$\left(4 + \frac{2}{7}\right) \times 70 = 300(km)$,

乙车行驶的速度为：$300 \div \frac{5}{2} - 70 = 50(km/h)$,

C、B 两地的距离为：$50 \times 4 = 200(km)$,

A、B 两地的距离为：$300 - 200 = 100(km)$,

设两车出发 x 小时，乙车距 B 地的路程是甲车距 B 地路程的 3 倍，

分两种情况，当甲乙相遇前时：

200−50x=3（100−70x），

解得 $x = \frac{5}{8}$;

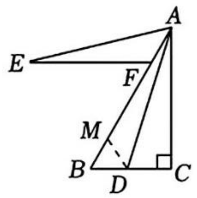
当甲乙相遇后时：

200−50x=3（70x−100），

解得 $x = \frac{25}{13}$;

综上可知，两车出发 $\frac{5}{8}h$或 $\frac{25}{13}h$时，乙车距 B 地的路程是甲车距 B 地路程的 3 倍.

25. （1）证明：在 $Rt\triangle ABC$中，$\angle ACB = 90°, \angle BAC = 30°$,点 D 在直线 BC 上，将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60°得到线段 AE，过点 E 作. $EF \| BC$,交直线 AB 于点 F. 在 AB 边上截取 $AM = EF$, 连接 DM. 如 图 1,



$\therefore \angle B = 90° - \angle BAC = 90° - 30° = 60°$.

∵EF∥BC,

∴∠EFB=∠B=60°.

又∵∠EAD=60°,

∴∠EFB=∠EAD.

又∵∠BAD=∠EAF, ∠AEF=∠EAD−∠EFB −∠EAF,

∴∠BAD=∠AEF.

又∵AD=AE, AM=EF,

∴△DAM≌△AEF（SAS）.

∴AF=DM.

∴∠AMD=∠EFA=180° −∠EFB=180° −60° =120°.

∴∠BMD=180° −∠AMD=180° −120° =60°.

∵∠B=60°,

∴∠BMD=∠B=∠BDM.

∴△BMD 是等边三角形.

∴BD=BM=DM,

∵AB=AM+BM,

∴AB=EF+BD;

(2）解：图②：AB=BD − EF，证明如下：

如图 2. 1 所示，在 BD 上取点 H，使 BH=AB，连接 AH 并延长到点 G 使 AG=AF，连接 DG,

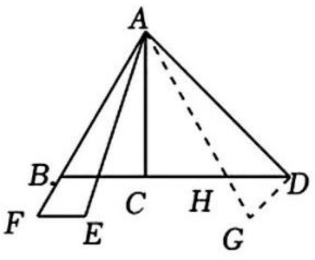


图2.1

∵∠ABC=60°,

∴△ABH 是等边三角形,

∴∠BAH=60°,

∵线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60°得到线段 AE,

∴∠DAE=60°, AE=AD,

∴∠BAH=∠DAE,

∴∠BAH−∠EAH=∠DAE−∠EAH，即∠BAE=∠HAD, 又∵AG=AF,

∴△FAE≌△GAD（SAS）,

∴EF=DG，∠AFE=∠G,

∵BD∥EF,

∴∠ABC=∠F=∠G=60°，

∵∠DHG=∠AHB=60°，

∴△DHG 是等边三角形,

∴DH=DG=EF,

∴AB=BH=BD−DH=BD− EF；

图③：AB=EF−BD，证明如下：

如图 2. 2 所示，在 EF 上取点 H 使 AH=AF,

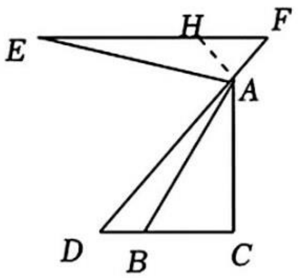


图2.2

∵EF∥BC,

∴∠F=∠ABC=60°，

∵AH=AF,

∴△AHF 是等边三角形,

∴∠AHF=∠HAF=60°，

∴∠AHE=120°，

∵将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 60°得到线段 AE，

∴AD=AE，∠DAE=60°，

$$\therefore \angle DAB + \angle EAH = 180° - \angle EAD - \angle HAF = 60°$$

∵∠D+∠DAB=∠ABC=60°，

∴∠D=∠EAH,

∵∠DBA=180°－∠ABC=120°=∠EHA, 又∵AD=AE,

∴△EAH≌△ADB（AAS),

∴BD=AH, AB=EH,

∵AH=FH,

∴BD=HF,

∴AB=EH=EF−FH=EF−−BD；

(3）解：如图 3. 1 所示,

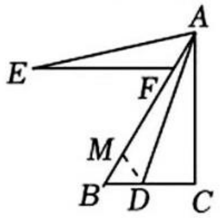


图3.1

∵∠BAC=30°，∠C=90°，

$\therefore AB=2BC, AB^2=BC^2+AC^2$,

$\therefore (2BC)^2=BC^2+\left(6\sqrt{3}\right)^2$,

∴BC=6,

∴AB=2BC=12,

∵CD=2BD, BC=BD+CD,

$\therefore CD=\frac{1}{3}BC=2$,

由（1）可知，BD+EF=AB,

∴EF=AB−BD=12−2=10；

如图 3. 2 所示， 当点 D 在线段 BC 的延长线上时，

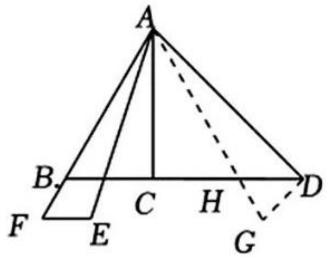


图3.2

∵CD<BD, 与 CD=2BD 矛盾,

∴不符合题意；

如图 3. 3 所示，当点 D 在线段 CB 的延长线上时，

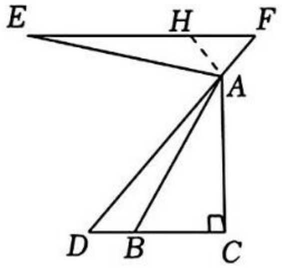


图3.3

$\because CD=2BD=BD+BC, BC=6,$

$\therefore BD=BC=6,$

由 (2) 可知，$AB=EF-BD,$

$\because AB=2BC=12,$

$\therefore EF=AB+BD=12+6=18.$

综上所述， $EF=10$或 18,

故答案为：10 或 18.

26. 解：(1) 设特级鲜品猴头菇和特级干品猴头菇每箱的进价分别是 x 元和 y 元，则

$\begin{cases}3x+2y=420\\4x+5y=910\end{cases}$'

解得：$\begin{cases}x=40\\y=150\end{cases}$'

故特级鲜品猴头菇每箱进价为 40 元，特级干品猴头菇每箱进价为 150 元；

(2) 解：设商店计划购进特级鲜品猴头菇 m 箱，则购进特级干品猴头菇（ $(80-m)$ 箱, 则

$\{(50-40)_{m+}(80-m)(180-150)\geq 1560,$

解得：40≤m≤42,

∵m 为正整数，

∴m=40， 41， 42,

故该商店有三种进货方案，

分别为：①购进特级鲜品猴头菇 40 箱，则购进特级干品猴头菇 40 箱；

②购进特级鲜品猴头菇 41 箱，则购进特级干品猴头菇 39 箱；

③购进特级鲜品猴头菇 42 箱，则购进特级干品猴头菇 38 箱；

(3) 解：当购进特级鲜品猴头菇 40 箱，则购进特级干品猴头菇 40 箱时：

根据题意得 $(40-1)\times(50-40)+(40-1)\times(180-150)+\left(50\cdot\frac{a}{10}-40\right)+(180^{\circ}\frac{a}{10}\ -150)=1577,$

解得：a=9；

当购进特级鲜品猴头菇 41 箱，则购进特级干品猴头菇 39 箱时：

根据题意得 $(41-1)\times(50-40)+(39-1)\times(180-150)+\left(50\cdot\frac{a}{10}-40\right)+$ (180 $\circ\frac{a}{10}$−150) =1577,

解得：a≈9. 9（是小数，不符合要求）；

当购进特级鲜品猴头菇 42 箱，则购进特级干品猴头菇 38 箱时：

根据题意得 $(42-1)\times(50-40)+(38-1)\times(180-150)+\left(50\cdot\frac{a}{10}-40\right)+$ (180° $\frac{a}{10}$−150) =1577,

解得：a≈10. 7（不符合要求）；

故商店的进货方案是特级干品猴头菇 40 箱，特级鲜品猴头菇 40 箱.

27. 解：（1）解方程 $x^2-4x-12=0$ 得 $x_1=6,x_2=-2,$

∴OA=6, 即点 A 的坐标为（6, 0）,

把（6, 0）代入 y=x+b 得 b=−6,

∴y=x−6, 点 D 的坐标为（0, −6）;

（2）过点 E 作 EH⊥AB 于点 H, 如图 1,

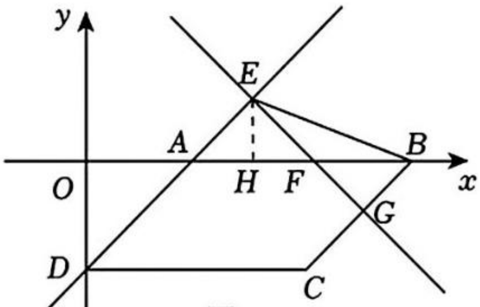


图1

∵OA=OD=6,

$\therefore\angle OAD=\angle ODA=\angle EAH=45^\circ,AD=\sqrt{0A^2+0D^2}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2},$

$\therefore AH=EH=AE\cdot\tan\angle EAH=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$

又∵ABCD 是平行四边形,

∴BC=AD=6 $\sqrt{2}$, AE∥BC,

∵GE 是 BC 的垂直平分线,

$\cdots BG=\frac{1}{2}BC=3\sqrt{2}=AE$

∵AE∥BC,

$\therefore \angle EAF = \angle GBF, \angle AEF = \angle FGB = 90°$,

$\therefore \triangle AEF \cong \triangle BGF$,

$\therefore BF = AF = 2AH = 6$,

$\therefore BH = AF + FB - AH = 6 + 6 - 3 = 9$,

$\therefore \tan\angle ABE = \frac{EH}{BH} = \frac{1}{3}$;

（3）存在，12 个，$N_1(0,0), N_2(8,0), N_3(10,0), N_4(12,0), N_5(18,0)$,（写出两个即可）；理由如下：

如图 2，当 $\angle MEN = 90°$ 时，有 4 个，

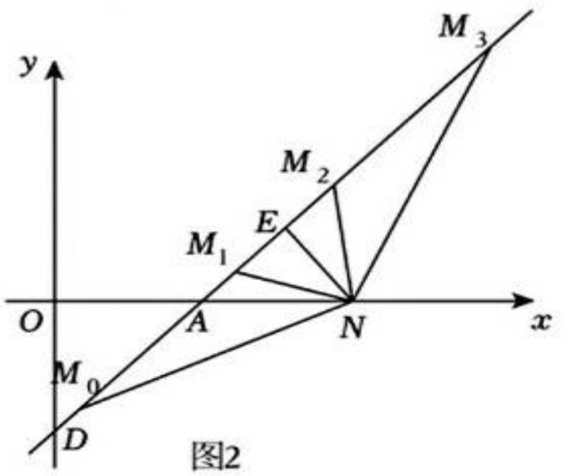


图2

$\because \angle EAN_1 = 45°$,

$\therefore EN_1 = EA = 3\sqrt{2}$,

由(2)得 $AN_1 = 6, OA = 6$,

$\therefore ON_1 = 12$,

∴点 N 得坐标为（12，0）;

当 $\angle ENM = 90°$ 时，有 4 个，如图 3,

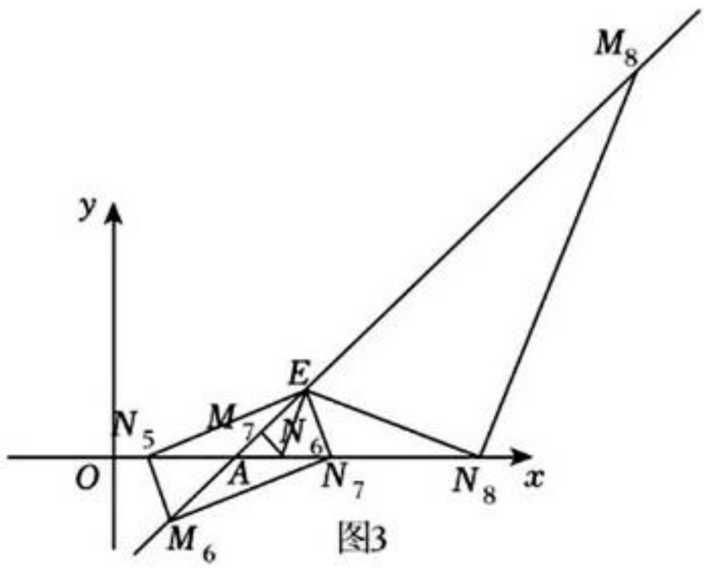


图3

当 $\angle EMN=90°$时，有 4 个，如图 4，

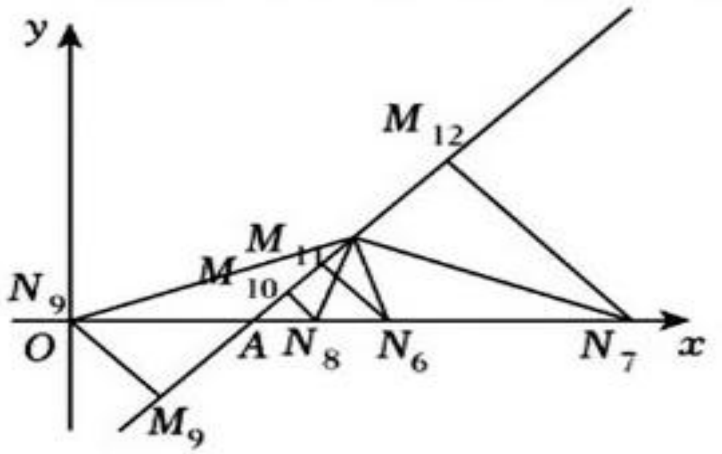


图4

$\because \angle NoAM9=45°$，

$\therefore N_9m_9=M_9A=\frac{1}{2}EM_9=EA=3\sqrt{2}$

$\therefore N_9A=\sqrt{M_9A^2+N_9M_9}^2$，

∴点 N_9与 O 重合，

故点 N_9得坐标为（0，0），

综上所述，点 $\triangle EMN$的个数为 12 个，点 N 的坐标为：

$N_1(0,0)$，N_2 (8，0)，$N_3(10,0)$,N_4 (12，0)，N_5 (18，0)(写出两个即可).

数学试卷答案解析

考生注意：

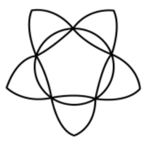
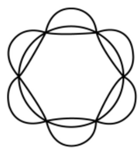
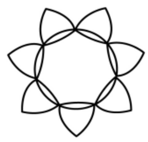
1．考试时间 120 分钟；

2．全卷共三道大题，总分 120 分；

3．所有试题请在答题卡上作答，在试卷上答题无效．

一、单项选择题（本题 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1．下列图形既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（　）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，正确掌握中心对称图形与轴对称图形定义是解题关键．中心对称图形的定义：把一个图形绕某一点旋转 $180°$，如果旋转后的图形能与原来的图形重合，那么这个图形就叫做中心对称图形；轴对称图形的定义：如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重台，这样的图形叫做轴对称图形．根据定义依次对各个选项进行判断即可．

【详解】A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

B、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

C、是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项符合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不符合题意；

故选：C．

2. 下列计算正确的是（　）

A. $2a^3 \cdot a^2 = 2a^6$　　B. $(-2a)^3 \div b \times \frac{1}{b} = -8a^3$

C. $\left(a^3 + a^2 + a\right) \div a = a^2 + a$　　D. $3a^{-2} = \frac{3}{a^2}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了单项式的乘除法，多项式除以单项式，负整数指数幂，根据运算法则进行逐项计算，即可作答．

【详解】解：A、$2a^3 \cdot a^2 = 2a^5$，故该选项是错误的；

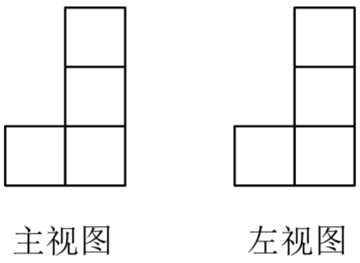
B、$(-2a)^3 \div b \times \frac{1}{b} = -\frac{8a^3}{b^2}$，故该选项是错误的；

C、$\left(a^3 + a^2 + a\right) \div a = a^2 + a + 1$，故该选项是错误的；

D、$3a^{-2} = \frac{3}{a^2}$，故该选项是正确的；

故选：D．

3. 由 5 个形状、大小完全相同的小正方体组合而成的几何体，其主视图和左视图如图所示，则搭建该几何体的方式有（　）



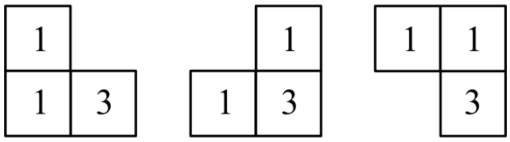
A. 1 种　　B. 2 种　　C. 3 种　　D. 4 种

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了三视图，解题的关键是理解三视图的定义．根据小正方体一共 5 个，以及主视图和左视图，画出俯视图即可．

【详解】解：由主视图可知，左侧一列最高一层，右侧一列最高三层，由左视图可知，前一排最高三层，后一排最高一层，可知右侧第一排一定为三层，可得该几何体俯视图如图所示，



故选：C．

4．某校八年级 3 班承担下周学校升旗任务，老师从备选的甲、乙、丙、丁四名同学中，选择两名担任升旗手，则甲、乙两名同学同时被选中的概率是（　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{8}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{2}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查画树状图或列表法求概率，列表适用于两个因素的问题，三个或三个以上因素的问题只能用树状图．根据列表法或者树状图分析出所有可能的结果，然后根据概率公式求出结果即可．

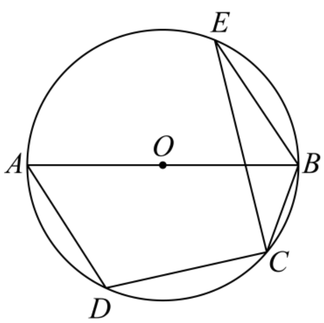
【详解】解：列表如下：

	甲	乙	丙	丁
甲		（甲，乙）	（甲，丙）	（甲，丁）
乙	（乙，甲）		（乙，丙）	（乙，丁）
丙	（丙，甲）	（丙，乙）		（丙，丁）
丁	（丁，甲）	（丁，乙）	（丁，丙）	

由列表可知，共有 12 种等可能的结果，其中甲、乙两名同学同时被选中的情况有 2 种，则甲、乙两名同学同时被选中的概率是$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$．

故选：A．

5．如图，四边形$ABCD$是$\odot O$的内接四边形，AB是$\odot O$的直径，若$\angle BEC=20°$，则$\angle ADC$的度数为（　）



A．$100°$　　B．$110°$　　C．$120°$　　D．$130°$

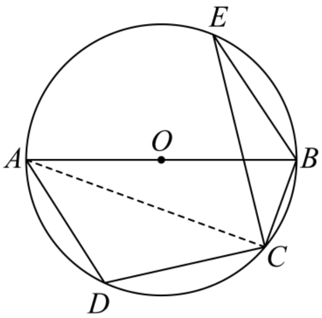
【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了圆周角定理、圆内接四边形的性质，连接AC，由AB是$\odot O$的直径得到$\angle ACB=90°$，根据圆周角定理得到$\angle CAB=\angle BEC=20°$，得到$\angle ABC=90°-\angle BAC=70°$，再

由圆内接四边形对角互补得到答案.

【详解】解：如图，连接 AC，



∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ $\angle ACB = 90°$，

∵ $\angle BEC = 20°$，

∴ $\angle CAB = \angle BEC = 20°$

∴ $\angle ABC = 90° - \angle BAC = 70°$

∵四边形 $ABCD$ 是⊙O 的内接四边形，

∴ $\angle ADC = 180° - \angle ABC = 110°$，

故选：B

6．一种药品原价每盒 48 元，经过两次降价后每盒 27 元，两次降价的百分率相同，则每次降价的百分率为（　）

A．20%　　B．22%　　C．25%　　D．28%

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程的实际应用，设每次降价的百分率为x，根据原价每盒 48 元，经过两次降价后每盒 27 元，列出方程进行求解即可．

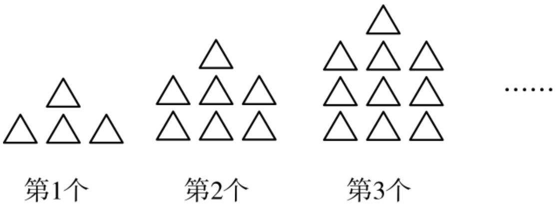
【详解】解：设每次降价的百分率为x，由题意，得：

$48(1-x)^2 = 27$，

解得：$x_1 = \frac{1}{4} = 25\%, x_2 = \frac{7}{4}$（舍去）；

故选 C．

7．如图是由一些同样大小的三角形按照一定规律所组成的图形，第 1 个图有 4 个三角形．第 2 个图有 7 个三角形，第 3 个图有 10 个三角形……按照此规律排列下去，第 674 个图中三角形的个数是（　）



A．2022　　B．2023　　C．2024　　D．2025

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了图形的变化规律，解题的关键是根据图形的排列，归纳出图形的变化规律．根据前几个图形的变化发现规律，可用含 n 的代数式表示出第 n 个图形中三角形的个数，从而可求第 674 个图形中三角形的个数．

【详解】解：第 1 个图案有 4 个三角形，即 $4=3\times1+1$，

第 2 个图案有 7 个三角形，即 $7=3\times2+1$，

第 3 个图案有 10 个三角形，即 $10=3\times3+1$，

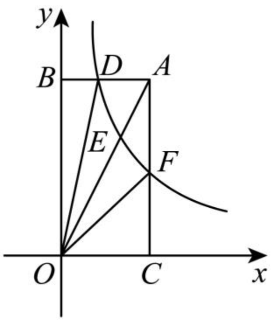
…，

按此规律摆下去，第 n 个图案有 $\left(3n+1\right)$ 个三角形，

则第 674 个图案中三角形的个数为：$3\times674+1=2023$（个）．

故选：B．

8．矩形 $OBAC$ 在平面直角坐标系中的位置如图所示，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象与 AB 边交于点 D，与 AC 边交于点 F，与 OA 交于点 E，$OE=2AE$，若四边形 $ODAF$ 的面积为 2，则 k 的值是（　）



A．$\dfrac{2}{5}$　　B．$\dfrac{3}{5}$　　C．$\dfrac{4}{5}$　　D．$\dfrac{8}{5}$

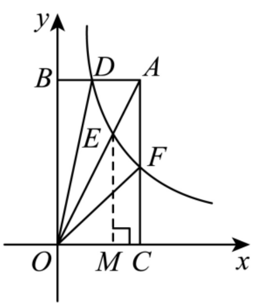
【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了矩形的性质、三角形面积的计算、反比例函数的图象和性质、相似三角形的判定和性质；熟练掌握矩形的性质和反比例函数的性质是解决问题的关键．

过点 E 作 $EM\perp OC$，则 $EM\parallel AC$，设 $E\left(a,\dfrac{k}{a}\right)$，由 $\triangle OME\sim\triangle OCA$，可得 $OC=\dfrac{3}{2}a$，$AC=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{k}{a}$，再由 $S_{矩形OBAC}=S_{\triangle OBD}+S_{\triangle OCF}+S_{四边形ODAF}$，列方程，即可得出 k 的值．

【详解】过点 E 作 $EM\perp OC$，则 $EM\parallel AC$，



$\therefore\triangle OME\sim\triangle OCA$，

$\therefore \dfrac{OM}{OC}=\dfrac{EM}{AC}=\dfrac{OE}{OA}$

设 $E\left(a,\dfrac{k}{a}\right)$，

$\because OE=2AE$

$\therefore \dfrac{OM}{OC}=\dfrac{EM}{AC}=\dfrac{2}{3}$，

$\therefore OC=\dfrac{3}{2}a$，$AC=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{k}{a}$

$\therefore S_{\text{矩形}OBAC}=S_{\triangle OBD}+S_{\triangle OCF}+S_{\text{四边形}ODAF}=\dfrac{3}{2}a\cdot\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{k}{a}$

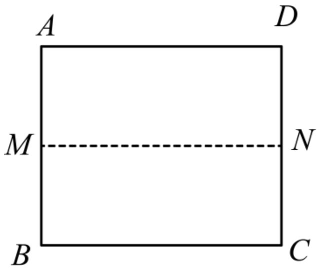
即 $\dfrac{k}{2}+\dfrac{k}{2}+2=\dfrac{3}{2}a\cdot\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{k}{a}$，解得：$k=\dfrac{8}{5}$

故选 D

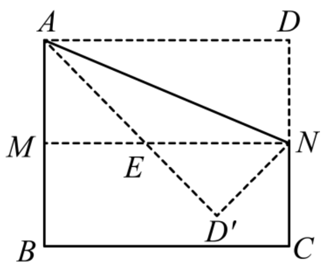
9. 小明同学手中有一张矩形纸片 $ABCD$，$AD=12\text{cm}$，$CD=10\text{cm}$，他进行了如下操作：

第一步，如图①，将矩形纸片对折，使 AD 与 BC 重合，得到折痕 MN，将纸片展平.

第二步，如图②，再一次折叠纸片，把 $\triangle ADN$ 沿 AN 折叠得到 $\triangle AD'N$，AD' 交折痕 MN 于点 E，则线段 EN 的长为（　）



图①



图②

A. 8cm　　B. $\dfrac{169}{24}\text{cm}$　　C. $\dfrac{167}{24}\text{cm}$　　D. $\dfrac{55}{8}\text{cm}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了矩形与折叠问题，熟练掌握矩形的性质，折叠的性质，勾股定理是解题的关键.根据矩形的性质和折叠的性质推出 $\angle ANM=\angle D'AN$，进而得出 $EA=AN$，设 $EA=AN=x\text{cm}$，则 $EM=(12-x)\text{cm}$，根据勾股定理可得：$AM^2+ME^2=AE^2$，列出方程求解即可.

【详解】解：$\because$四边形 $ABCD$ 是矩形，

$\therefore AB=CD=10\text{cm}$，

由折叠可得：$AM=\dfrac{1}{2}AB=5\text{cm}$，$AD=AD'=12\text{cm}$，$MN\perp AB$，$\angle DAN=\angle D'AN$，

$\therefore$四边形 $AMND$ 是矩形，

$\therefore MN\parallel AD$，$MN=AD=12\text{cm}$，

$\therefore \angle DAN=\angle ANM$，