福建省福州第一中学2023-2024学年八年级下学期期中数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

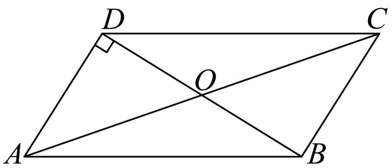
1．下列方程是一元二次方程的是（　　）

A．$3x+2=0$　　B．$x+y^2=-2$　　C．$ax^2+2x-1=0$　　D．$x^2=7x$

2．正比例函数$y=-\frac{1}{2}x$的图象经过（　　）

A．第一、二象限　B．第二、四象限　C．第一、三象限　D．第二、三象限

3．如图，在平行四边形$ABCD$中，已知$\angle ODA=90^\circ$，$AC=10\text{cm}$，$BD=6\text{cm}$，则AD的长为（　　）



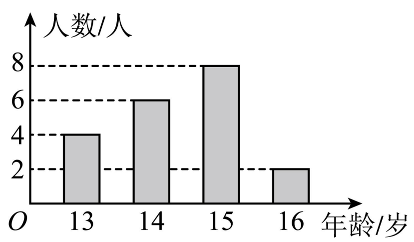
A．4cm　　B．5cm　　C．6cm　　D．8cm

4．用配方法解方程$x^2-2x-3=0$时，配方后正确的是（　　）

A．$(x-2)^2=-2$　　B．$(x-1)^2=4$

C．$(x-1)^2=-2$　　D．$(x+2)^2=4$

5．下图是描述某校足球队员年龄的条形图，则这个足球队员年龄的中位数和众数分别是（　　）



A．14，14　　B．14.5，14　　C．15，15　　D．14.5，15

6．下列说法正确的是（　　）

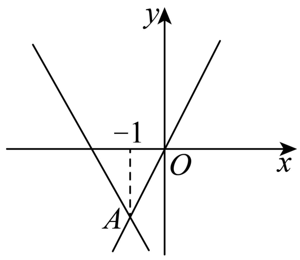
A．对角线互相垂直的平行四边形是矩形

B．菱形的对角线相等

C．平行四边形的对角线相等

D．对角线相等的平行四边形是矩形

7. 如图，直线 $y=-\frac{5}{3}x+b$ 与直线 $y=2x$ 交于点A，点A的横坐标为 -1，则不等式 $-\frac{5}{3}x+b>2x$ 的解集为（　）



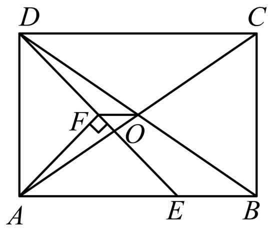
A．$x<-1$　　B．$x<-2$　　C．$-2<x<-1$　　D．$-1<x<2$

8．要组织一次排球邀请赛，参赛的每两个队之间都要比赛一场，根据场地和时间等条件，赛程计划安排3天，每天安排12场比赛，设比赛组织者应邀请 x 个队参赛，则 x 满足的关系式为（　）

A．$\frac{1}{2}x\left(x+1\right)=3\times12$　　B．$\frac{1}{2}x\left(x-1\right)=3\times12$

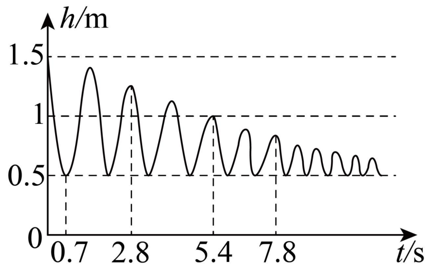
C．$x\left(x+1\right)=3\times12$　　D．$x\left(x-1\right)=3\times12$

9．如图，矩形 $ABCD$ 对角线 AC、BD 相交于点 O，DE 平分 $\angle ADC$ 交 AB 于点 E，过点A作 $AF\perp DE$ 交 DE 于 F 点，连接 FO，若 $DF=\sqrt{2}$，$CD=3$，则 FO 的长为（　）



A．1　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{4}$

10．荡秋千不仅可以增进健康，而且可以培养勇敢精神，为人们特别是儿童所喜爱．已知小明某次荡秋千，秋千离地面的高度 $h\left(\mathrm{m}\right)$ 与摆动时间 $t\left(\mathrm{s}\right)$ 之间的关系如图所示．结合图象，下列结论正确的有（　）



①变量h是变量t的函数；

②秋千静止时，最低点离地面的高度是0.5m；

③秋千摆第二个来回需2.6s；

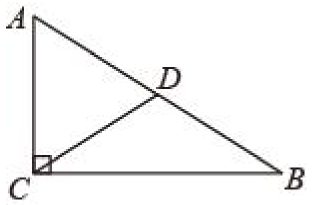
④秋千离地面的高度$h(\text{m})$随着摆动时间$t(\text{s})$的增大而减小．

A．①②③　　B．①②③④　　C．①③④　　D．②③

二、填空题

11．已知点$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$都在函数$y=-3x+b$（b为常数）的图象上，若$x_2>x_1$，则y_2____y_1（用“>”或“<”填空）．

12．如图，在$Rt\triangle ABC$中，CD为斜边AB上的中线，若$CD=2$，则$AB=$________．

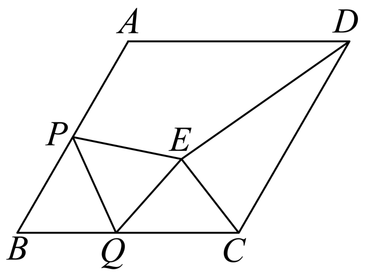


13．一组数据$1、2、3、4、5$的方差为S_1^2，另一组数据$0、2、3、4、6$的方差为S_2^2，那么S_1^2____S_2^2（填“>”、“=”或“<”）．

14．已知a是方程$x^2-2x-1=0$的一个根，则代数式$2a^2-4a-1$的值为__．

15．已知直线$l:y=kx-3k+3$，则该直线一定经过第______象限．

16．如图，在菱形$ABCD$中，$\angle B=60°,AB=6,P$为边AB的中点，Q为边BC上一动点（不与点B重合），点E是菱形$ABCD$内的一点，且点B点与E关于直线PQ对称，连接DE、CE，当$\triangle CDE$为直角三角形时，BQ的长为______．



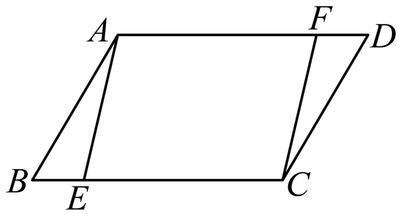
三、解答题

17．解方程：

(1) $(x-3)^2=4$；

(2) $x^2+2x-15=0$．

18．如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E，F 分别在 BC，AD 边上，且 $BE=DF$，连接 AE，CF．求证：$AE=CF$．



19．某校为了解本校学生周末校外体育活动情况，随机对本校 100 名学生周末某天的校外体育活动时间进行了调查，并按照体育活动时间分 A,B,C,D，四组整理如下：

组别	体育活动时间/分钟	人数
A	$0\le x<30$	10
B	$30\le x<60$	30
C	$60\le x<90$	a
D	$90\le x<120$	10

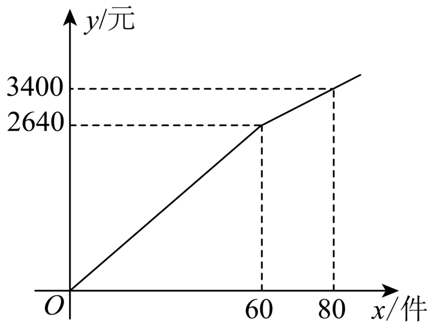
根据以上信息解答下列问题：

(1) $a=$______；

(2)通过计算，请估计本校学生周末平均每天的校外体育活动时间；

(3)若该校共有 1200 名学生，请估计该校周末每天校外体育活动时间不少于 1 小时的学生人数．

20．某杜团准备采购实验材料，据了解，甲商家对该实验材料的售价根据购买量给予优惠，而乙商家按40元/件的价格出售该实验材料，设该社团需购买此实验材料x件，在甲商家需付款y件，y与x之间的函数关系如图所示：



(1)当$0 \le x \le 60$和$x > 60$时，求y关于x的函数解析式；

(2)设社团需购买该实验材料a件，经过社团成员小明的计算，发现在甲商家购买更省钱，求a的取值范围.

21．关于x的一元二次方程$x^2 - 6x + k - 1 = 0$.

(1)如果方程有实数根，求k的取值范围；

(2)如果x_1, x_2是这个方程的两个根，且${x_1}^2 + {x_2}^2 + 3x_1x_2 = 24$，求$k$的值.

22．一间花店因举行七周年店庆：现将原价每支7.5元的A种玫瑰花，连续两次降价后每支以4.8元的价格销售，若每次下降的百分率相同.

(1)求每次下降的百分率；

(2)将A、B两种玫瑰花（现售价和进价如下表格）共10支包成一束整体销售，若此花束的成本不超过32.5元，如何搭配A、B两种玫瑰花的数量，才能使此花束的利润最大？

	A种玫瑰花	B种玫瑰花
进价（元）	3.7	2.7
售价（元）	4.8	3.5

23．在矩形纸片$ABCD$中，将矩形纸片折叠，使点C与点A重合，折痕交AD于E点，交BC于F点.

(1)尺规作图：求作折痕EF；

(2)若$\frac{AB}{AD}=\frac{3}{4}$，求$\frac{EF}{AF}$的值.

24．如图1，在边长为5的正方形$ABCD$中，点E是线段BC上的动点，连接AE，过点B作$BF\perp AE$交CD于F，垂足为M，连接DM．

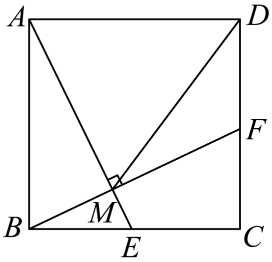


图1

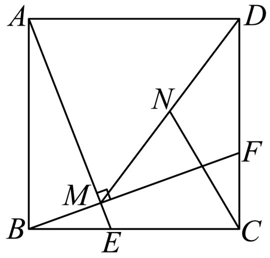


图2

(1)当点E为BC的中点时，

①求FC的值；

②求证：$\angle AMD=\angle AEB$；

(2)如图2，若N是DM的中点，连接CN，求CN的最小值.

25．如图1，直线$y=x+3$与x轴、y轴分别交于A,B两点，直线$y=-2x+18$与x轴交于点C，与$y=x+3$交于点D．

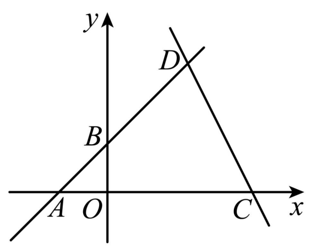


图1

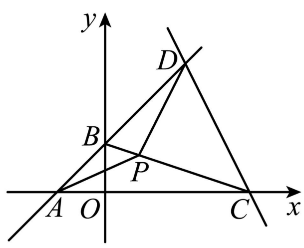


图2

(1)求点D的坐标；

(2)若点M为直线AB上一点，若$S_{\triangle BOM}=\frac{2}{3}S_{\triangle AOB}$，求满足条件的点$M$的坐标；

(3)如图2，已知P为四边形$BOCD$内一点，连接PA、PB、PC、PD，记$\triangle PAB$、$\triangle PCD$的面积分别为$S_{\triangle PAB}$、$S_{\triangle PCD}$，若点P的坐标为$\left(t+1,2t\right)$，则$\frac{S_{\triangle PAB}}{S_{\triangle PCD}}$是否为定值？若是定值，请求出这个定值；若不是，请说明理由.

参考答案：

1．D

【分析】本题考查了一元二次方程的定义，根据等号两边都是整式，只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 次的方程，叫做一元二次方程逐项进行判断即可．

【详解】解：A、未知数的次数为 1，不是一元二次方程，不符合题意；

B、含有两个未知数，不是一元二次方程，不符合题意；

C、含有两个未知数，不是一元二次方程，不符合题意；

D、,是一元二次方程，符合题意．

故选：D．

2．B

【分析】本题考查了正比例函数的图象与性质．熟练掌握正比例函数的图象与性质是解题的关键．

根据$k>0$时，正比例函数图象经过第一、三象限，$k<0$时，正比例函数图象经过第二、四象限，判断作答即可．

【详解】解：$\because -\frac{1}{2}<0$，

$\therefore$正比例函数图象经过第二、四象限，

故选：B．

3．A

【分析】本题考查平行四边形的性质、勾股定理，根据平行四边形的性质可知$AO=OC$，$OD=OB$，据此求出AO、DO的长，利用勾股定理求出AD的长即可．找到平行四边形中的直角三角形是解题的关键．

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，

$\therefore AO=OC$，$OD=OB$，

又$\because \angle ODA=90^{\circ}$，$AC=10$，$BD=6$，

$\therefore AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 10=5$，$DO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}\times 6=3$，

$\therefore$在$\mathrm{Rt}\triangle ADO$中，

$AD=\sqrt{AO^2-DO^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4\left(\mathrm{cm}\right)$，

$\therefore AD$的长为$4\mathrm{cm}$．

故选：A．

4．B

【分析】本题考查配方法，根据配方法的步骤进行求解即可．

【详解】解：$x^2-2x-3=0$，

∴$x^2-2x=3$，

∴$x^2-2x+1=4$，

∴$(x-1)^2=4$；

故选：B．

5．D

【分析】本题考查中位数、众数，根据中位数、众数的定义进行计算即可求解．

【详解】解：由条形统计图可知，有20名足球队员，

这20名足球队员年龄出现次数最多的是15岁，共出现8次，因此众数是15岁；

将这20名足球队员的年龄从小到大排列，处在中间位置的2个数是14岁和15岁，

因此中位数$=\frac{14+15}{2}=14.5$岁

故选：D．

6．D

【分析】本题主要考查了菱形，平行四边形，矩形的判定，根据菱形，矩形和平行四边形的判定定理是解题即可．

【详解】解：A、对角线互相平分且相等的四边形是矩形，原说法错误，不符合题意；

B、菱形的对角线不一定相等，原说法错误，不符合题意；

C、平行四边形的对角线不一定相等，原说法错误，不符合题意；

D、对角线相等的平行四边形是矩形，原说法正确，符合题意；

故选：D．

7．A

【分析】本题主要考查一次函数与一元一次不等式，不等式$-\frac{5}{3}x+b>2x$的解集，就是指直线 y= -直线$y=-\frac{5}{3}x+b$在直线$y=2x$的上方的自变量的取值范围．

【详解】解：由图像可知，当$x<-1$时，直线$y=-\frac{5}{3}x+b$在直线$y=2x$的上方，

$\therefore -\frac{5}{3}x+b>2x$的解集为$x<-1$，

故选：A．

8．B

【分析】本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程，根据参赛的每两个队之间都要比赛一场结合总共36场，即可得出关于x的一元二次方程，此题得解．

【详解】解：设比赛组织者应邀请x个队参赛，

根据题意得：$\frac{1}{2}x\left(x-1\right)=3\times 12$，

故选：B．

9．C

【分析】由角平分线的定义可得$\angle ADE=45°$，则V ADE为等腰直角三角形，$AD=AE$，根据等腰直角三角形三线合一的性质得$DF=EF$，$\angle AFD=90°$，进而易求得AD，BE的长，由三角形中位线定理易知OF为$\triangle BDE$的中位线，则可求出结果．

【详解】解：四边形$ABCD$为矩形，$CD=3$，

$\therefore AB=CD=3$，$\angle ADC=\angle BAD=90°$，$OD=OB$，

$\because DE$平分$\angle ADC$，

$\therefore ADE=\angle CDE=\frac{1}{2}\angle ADC=45°$，

$\therefore$V ADE为等腰直角三角形，

$\therefore AD=AE$，

$\because AF\perp DE$，

$\therefore DF=EF$，$\angle AFD=90°$，

$\therefore \vartriangle ADF$为等腰直角三角形，

$\therefore AD=\sqrt{DF^{2}+AF^{2}}=\sqrt{2}DF=2$，

$\therefore AE=AD=2$，

$\therefore BE=AB-AE=3-2=1$，

$\because DF=EF$，$OD=OB$，即点F、O分别为DE、BD的中点，

$\therefore OF$为$\triangle BDE$的中位线，

$\therefore OF=\frac{1}{2}BE=\frac{1}{2}$，

故选：C．

【点睛】本题主要考查矩形的性质、角平分线的定义、等腰直角三角形的性质、三角形中位线的判定与性质，勾股定理，根据矩形的性质得到$OD=OB$，根据等腰直角三角形的三线

合一性质得到$DF = EF$，进而得出OF为$\triangle BDE$的中位线，的中位线是解题关键.

10．A

【分析】本题考查了由函数图象读取信息，由函数的定义，结合图象逐项分析判断即可.

【详解】解：由函数的定义，结合图象可知，变量h是变量t的函数，故①正确；

有图象可知，秋千静止时，最低点离地面的高度是0.5m，故②正确；

从最高点开始向前和向后，再返回到最高点，为一个来回，由图象可知，第二个来回需要的时长为$5.4-2.8=2.6\text{s}$，故③正确；

有图象可知，秋千离地面的高度$h(\text{m})$随着摆动时间$t(\text{s})$的变化而周期变化的，不是随着摆动时间的增大而减小，故④错误；

综上所述，正确的有：①②③，

故选：A.

11．<

【分析】本题考查了一次函数值的大小比较，根据一次函数的增减性进行比较即可.

【详解】解：函数$y=-3x+b$中，

$\because k=-3<0$，

$\therefore y$随x的增大而减小，

$\because x_2>x_1$，

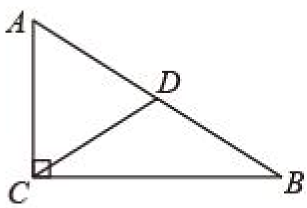
$\therefore y_2<y_1$，

故答案为：<.

12．4

【分析】根据直角三角形斜边中线等于斜边的一半即可解决问题；

【详解】解：如图，



$\because \triangle ABC$是直角三角形，CD是斜边中线，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AB$，

$\because CD=2$，

∴AB＝4，

故答案为4．

【点睛】本题考查直角三角形的性质，解题的关键是记住直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半．

13．<

【分析】本题考查了平均数，方差的求解，根据方差的定义分别求出两组数据的方差，再进行比较即可．

【详解】解：第一组的平均数为$\frac{1}{5}\times\left(1+2+3+4+5\right)=3$，

则方差为$S_1^{\ 2}=\frac{1}{5}\times\left[\left(1-3\right)^2+\left(2-3\right)^2+\left(3-3\right)^2+\left(4-3\right)^2+\left(5-3\right)^2\right]=2$，

第二组的平均数为$\frac{1}{5}\times\left(0+2+3+4+6\right)=3$，

则方差为$S_1^{\ 2}=\frac{1}{5}\times\left[\left(0-3\right)^2+\left(2-3\right)^2+\left(3-3\right)^2+\left(4-3\right)^2+\left(6-3\right)^2\right]=4$，

$\therefore S_1^{\ 2}<S_2^{\ 2}$，

故答案为：<．

14．1

【分析】由a是方程x^2-2x-1＝0的一个根，则a^2-2a＝1，然后将$2a^2-4a-1$化为2（a^2-2a）－1，最后将a^2-2a＝1代入计算即可．

【详解】解：∵a是方程x^2-2x-1＝0的一个根，

∴a^2-2a＝1，

∴$2a^2-4a-1$

＝2（a^2-2a）－1

＝2×1－1

＝1．

故答案为1．

【点睛】本题主要考查了一元二次方程的解和代数式求值，正确理解一元二次方程的解的含义是解答本题的关键．

15．一

【分析】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，判断点所位于的象限，令k的系数等于0求出x的值，再求出y的对应值即可求出直线过定点$\left(3,3\right)$，即可判断直线一定经过的

象限.

【详解】解：直线$l: y=kx-3k+3$，可化为：$y-3=k\left(x-3\right)$，

即直线过定点$\left(3,3\right)$，

$\because\left(3,3\right)$位于第一象限，

则该直线一定经过第一象限，

故答案为：一.

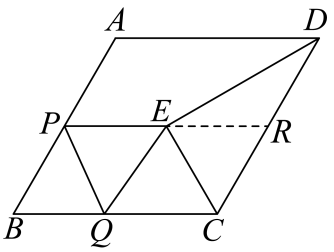
16．3或$3\sqrt{3}-3$

【分析】分为三种情况讨论，① 当$\angle DEC=90^{\circ}$时， 设CD的中点为点R，连接ER，由直角三角形的性质可得$ER=\frac{1}{2}CD=3$，证明四边形$APRD$是平行四边形，根据$PE+ER=3+3=6=PR$，可得点P、E、R三点共线，可证得$PR\parallel BC$，由轴对称的性质可得，$\angle BPQ=\angle QPE$，证得$\triangle BPQ$是等边三角形，可得$BQ=BP=3$；②当$\angle ECD=90^{\circ}$，连接CP，证明P、C、E三点共线，过点E作$EF\perp BC$于点F，设$BQ=x$，由含30度角直角三角形的性质和勾股定理$QF=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，由三线合一得$CF=QF=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，构造方程求解；③当$\angle CDE=90^{\circ}$时，点$E$在菱形外部，不合题意.

【详解】解：$\because$四边形$ABCD$是菱形，$\angle B=60^{\circ}$，

$\therefore AB=BC=CD=AD=AC$，$\angle BAC=60^{\circ}$，$\triangle ABC$与$\triangle ADC$均为等边三角形，

当$\angle DEC=90^{\circ}$时，如图所示，



设CD的中点为点R，连接ER，

$\because\angle DEC=90^{\circ}$，$R$为$CD$的中点

$\therefore ER=\frac{1}{2}CD=3$，

$\because$点P为边AB的中点，

$\therefore AP=BP=\frac{1}{2}AB=3$，

由点B点与E关于直线PQ对称可得，$PE=BP=3$，