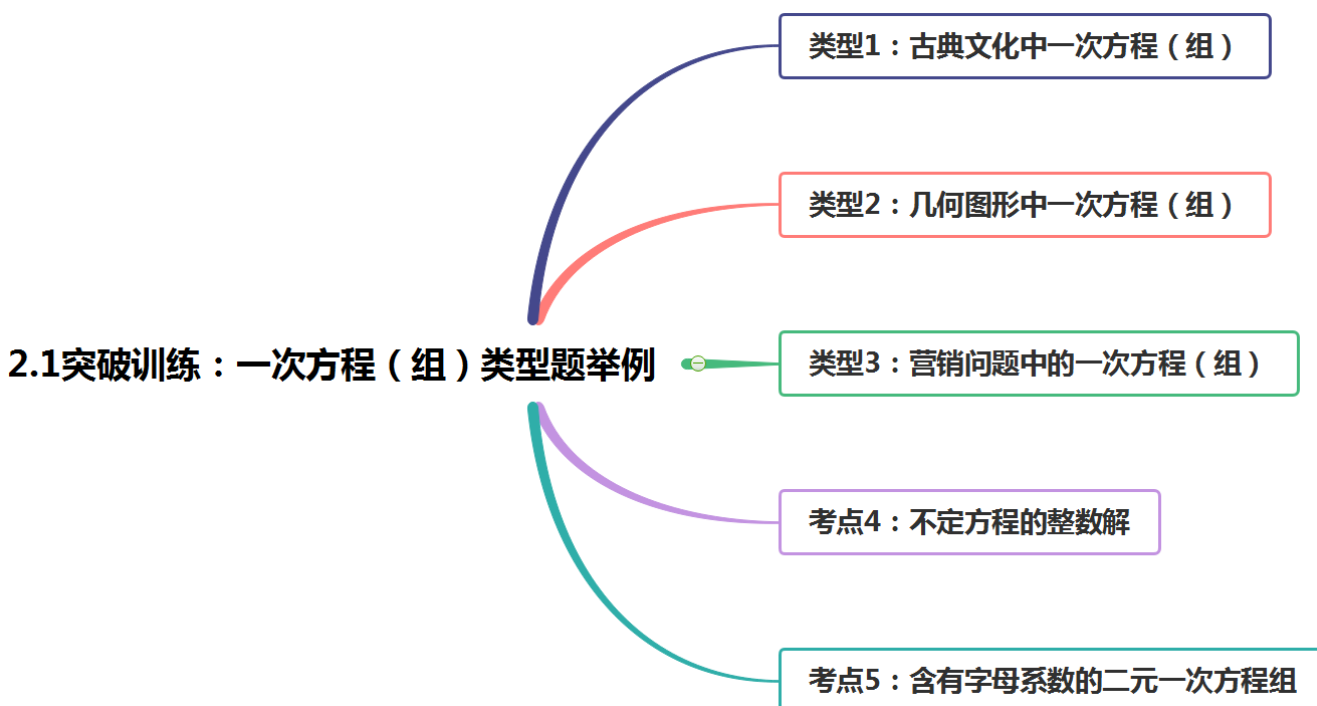


## 2.1 突破训练：一次方程（组）类型题举例

类型体系 （本专题共 56 题 34 页）



### 类型 1：古典文化中一次方程（组）

**典例 1：**（2020·安徽初三学业考试）《算法统宗》中有一首“以碗知僧”的趣味诗，原文如下：巍巍古寺在山中，不知寺内几多僧。三百六十四只碗，恰合用尽不差争。三人共食一碗饭，四人共尝一碗羹。请问先生明算者，算来寺内几多僧？

译文为：寺内有三百六十四只碗，如果三个和尚共吃一碗饭，四个和尚共吃一碗羹，恰好把碗用完，请问寺内共有多少个和尚？请解答上述问题。

**【答案】**寺内共有 624 个和尚。

**【解析】**

解：设寺内共有  $x$  个和尚，依题意得：

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x = 364,$$

解得  $x = 624$ ，

答：寺内共有 624 个和尚。

### 方法或规律点拨

考核知识点：一元一次方程应用.理解题意，根据等量关系列出方程是关键.

**典例 2：**（2019·北京怀柔·初一期末）《九章算术》是中国传统数学重要的著作，奠定了中国传统数学的基本框架。它的代数成就主要包括开方术、正负术和方程术。其中方程术是《九章算术》最高的数学成就。《九章算术》中记载：“今有人共买鸡，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数、鸡价各几何？”译文：“今天

有几个人共同买鸡，每人出 8 钱，多余 3 钱，每人出 7 钱，还缺 4 钱。问人数和鸡的价钱各是多少？”请列方程组解决此问题。

**【答案】**人数为 7 人，鸡的价钱为 53 钱

**【解析】**

解：设人数为  $x$  人，鸡的价钱为  $y$  钱，根据题意，列方程组得：

$$\begin{cases} 8x - y = 3 \\ y - 7x = 4 \end{cases}$$

解方程组得  $\begin{cases} x = 7 \\ y = 53 \end{cases}$ 。

答：人数为 7 人，鸡的价钱为 53 钱。

### 方法或规律点拨

本题考查由实际问题抽象出二元一次方程组，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程组。

### 巩固练习

1. (2020·安庆市教育体育局初三二模) 中国古代算书《算法统宗》中有这样一道题：甲赶群羊逐草茂，乙拽肥羊随其后，戏问甲及一百否？甲云所说无差谬，若得这般一群凑，再添半群小半（注：四分之一的意思）群，得你一只来方凑，玄机奥妙谁参透？大意是说：牧羊人赶着一群羊去寻找草长得茂盛的地方放牧，有一个过路人牵着 1 只肥羊从后面跟了上来，他对牧羊人说你赶的这群羊大概有 100 只吧？牧羊人答道：如果这一群羊加上 1 倍，再加上原来羊群的一半，又加上原来这群羊的四分之一，连你牵着的这只肥羊也算进去，才刚好满 100 只你知道牧羊人放牧的这群羊一共有多少只吗？

**【答案】**36 只

**【解析】**设牧羊人放牧的这群羊一共有  $x$  只

由题意得： $2x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 100$

解得  $x = 36$

答：牧羊人放牧的这群羊一共有 36 只。

2. (2020·合肥市五十中学东校初三一模) 我国古代《算法统宗》里有这样一首诗：我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空.诗中后两句的意思是：如果每间客房住 7 人，那么有 7 人无房可住；如果每间客房住 9 人，那么就空出一间房.求该店有客房多少间？房客多少人？

**【答案】**客房 8 间,房客 63 人

**【解析】**设该店有  $x$  间客房,则

$$7x + 7 = 9x - 9$$

解得  $x = 8$

$$7x + 7 = 7 \times 8 + 7 = 63$$

答:该店有客房 8 间,房客 63 人.

3. (2020·安徽滁州·初三其他)《孙子算经》是中国传统数学的重要著作,其中有一道题,原文是“今有木,不知长短,引绳度之,余绳四尺五寸;屈绳量之,不足一尺,木长几何?”意思是:用一根绳子去量一根木头的长,绳子还剩余4.5尺;将绳子对折再量木头,则木头还剩余1尺,问木头长多少尺?请你用一元一次方程的知识解决.

**【答案】**6.5 尺

**【解析】**

**【分析】**设木头长  $x$  尺,根据题意有

$$x + 4.5 = 2(x - 1)$$

解得  $x = 6.5$

所以木头长 6.5 尺

4. (2019·安徽初三月考)《孙子算经》是中国古代重要的数学著作,其中记载:“今有甲、乙二人,持钱各不知数.甲得乙中半,可满四十八;乙得甲太半,亦满四十八.问甲、乙二人原持钱各几何?”译文:“甲,乙两人各有若干钱,如果甲得到乙所有钱的一半,那么甲共有钱 48 文,如果乙得到甲所有钱的  $\frac{2}{3}$ ,那么乙也共有钱 48 文,问甲、乙二人原来各有多少钱?”

**【答案】**甲原来有 36 文钱,乙原来有 24 文钱

**【解析】**解:设甲原有  $x$  文钱,则乙原有  $2(48-x)$ 文钱,

根据题意,得:  $\frac{2}{3}x + 2(48-x) = 48$ ,

解得  $x = 36$ ,

则  $2(48-x) = 24$ ,

答:甲原来有 36 文钱,乙原来有 24 文钱.

故答案为:甲原有 36 文钱,乙原有 24 文钱.

5. (2020·安徽安庆·初三其他)中国古代人民很早就在生产生活中发现了许多有趣的数学问题,其中《孙子算经》中有个问题,原文:今有三人共车,二车空;二人共车,九人步,问人与车各几何?译文为:今有若干人乘车,每 3 人共乘一车,最终剩余 2 辆车,若每 2 人共乘一车,最终剩余 9 个人无车可乘,问共有多少人,多少辆车?

**【答案】**共有 39 人, 15 辆车.

**【解析】**解:设共有  $x$  人,

根据题意得:  $\frac{x}{3} + 2 = \frac{x - 9}{2}$ ,

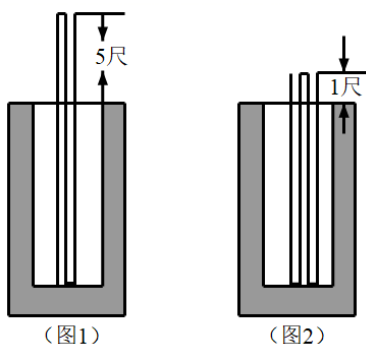
去分母得:  $2x + 12 = 3x - 18$ ,

解得:  $x = 39$ ,

$\therefore \frac{39 - 9}{2} = 15$ ,

则共有 39 人，15 辆车.

6. (2019·吉林吉林·初三月考) 我国古代有这样一个数学问题：以绳测井，若将绳三折测之，绳多五尺；若将绳四折测之，绳多一尺，绳长、井深各几何？大意是：用绳测量井深，若将绳子折成三等分(如图 1)，则一份绳长比井深多 5 尺；若将绳子折成四等分(如图 2)，则一份绳长比井深多 1 尺，求绳长和井深各是多少尺.



**【答案】**绳长是 48 尺，井深是 11 尺

**【解析】**解:设绳长是  $x$  尺，井深是  $y$  尺

依据题意，得 
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - y = 5, \\ \frac{x}{4} - y = 1 \end{cases}$$

解这个方程组，得 
$$\begin{cases} x = 48, \\ y = 11. \end{cases}$$

答:绳长是 48 尺，井深是 11 尺.

7. (2020·江西) 唐朝的高彦休在《唐阙史》中讲述了这样一则故事，尚书杨损在选拔官员时出了一道数学题：一位行人傍晚经过一片树林，忽听得林间有人在说话，细听方知是群窃贼在讨论分赃之事，只听得窃贼说：每人 6 匹，则多出 5 匹；每 7 匹又少了 8 匹. 试问：窃贼共有几人？赃物共有几匹？

**【答案】**窃贼 13 人，赃物 83 匹

**【解析】**设窃贼共有  $x$  人，赃物共有  $y$  匹，

由题意得： 
$$\begin{cases} 6x + 5 = y \\ 7x - 8 = y \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} x = 13 \\ y = 83 \end{cases}$$

答：窃贼共有 13 人，赃物共有 83 匹.

8. (2020·安徽马鞍山·初三二模) 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等，交易其一，金轻十三两，问金、银各重几何？”意思是：甲袋中装有黄金 9 枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银 11 枚（每枚白银重量相同），称重两袋相等，两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两（袋子重量忽略不计），问黄金、白银每枚各重多少两？

**【答案】**每枚黄金重  $\frac{143}{4}$  两，每枚白银重  $\frac{117}{4}$  两

【解析】(1) 设每枚黄金重  $x$  两，每枚白银重  $y$  两，

根据题意，得 
$$\begin{cases} 9x = 11y, \\ (x+10y) - (8x+y) = 13. \end{cases}$$

解得 
$$\begin{cases} x = \frac{143}{4}, \\ y = \frac{117}{4}. \end{cases}$$

答：每枚黄金重  $\frac{143}{4}$  两，每枚白银重  $\frac{117}{4}$  两。

9. (2019·浙江衢州·初一期中) 列方程(组)解应用题：

《九章算术》是中国古代第一部数学专著，也是世界上最早的印刷本数学书，它的出现标志着中国古代数学体系的形成。《九章算术》早在隋唐时期即已传入朝鲜、日本并被译成日、俄、德、法等多种文字版本。书中有如下问题：今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四。问人数、物价各几何？

大意是：有几个人一起去买一件物品，如果每人出 8 元，则多了 3 元；如果每人出 7 元，则少了 4 元钱，问有多少人？该物品价值多少元？

【答案】有 7 人，该物品价值 53 元。

【解析】设有  $x$  人，该物品价值  $y$  元，

根据题意得： 
$$\begin{cases} 8x - y = 3 \\ y - 7x = 4 \end{cases}$$

解得： 
$$\begin{cases} x = 7 \\ y = 53 \end{cases}.$$

答：有 7 人，该物品价值 53 元。

10. (2019·江西初三二模) 《九章算术》记载了一个方程的问题，译为：今有上禾 6 束，减损其中之“实”十八升，与下禾 10 束之“实”相当；下禾 15 束，减损其中之“实”五升，与上禾 5 束之“实”相当。问上、下禾每束之实各为多少升？

【答案】上禾每束之实 8 升，下禾每束之实 3 升

【解析】解：设上、下禾每束之实各为  $x$  升和  $y$  升。

依题意，得 
$$\begin{cases} 6x - 18 = 10y \\ 15y - 5 = 5x \end{cases}.$$

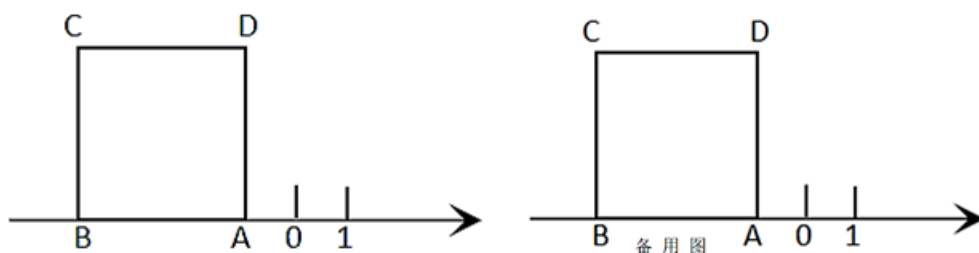
解得 
$$\begin{cases} x = 8 \\ y = 3 \end{cases}.$$

答：上禾每束之实 8 升，下禾每束之实 3 升。

类型 2：几何图形中一次方程(组)

典例 1：(2019·云南师范大学实验中学初一期中) 如图，正方形 ABCD 的边 AB 在数轴上，数轴上点 A 表

示的数为-1，正方形 ABCD 的面积为 16.



(1)数轴上点 B 表示的数为\_\_;

(2)将正方形 ABCD 沿数轴水平移动，移动后的正方形记为 A'B'C'D'，移动后的正方形 A'B'C'D'与原正方形 ABCD 重叠部分的面积为 S.

①当 S=4 时，画出图形，并求出数轴上点 A'表示的数;

②设正方形 ABCD 的移动速度为每秒 2 个单位长度，点 E 为线段 AA'的中点，点 F 在线段 BB'上，且  $BF = \frac{1}{4} BB'$ .

经过 t 秒后，点 E, F 所表示的数互为相反数，直接写出 t 的值.

**【答案】**(1) -5; (2) ①点 A'表示的数为-4 或 2; ②t=4.

**【解析】**解：(1)  $\because$  正方形 ABCD 的面积为 16,

$$\therefore AB=4,$$

$$\therefore \text{点 A 表示的数为}-1,$$

$$\therefore AO=1,$$

$$\therefore BO=5,$$

$$\therefore \text{数轴上点 B 表示的数为}-5,$$

故答案为：-5.

(2) ①  $\because$  正方形的面积为 16,

$$\therefore \text{边长为} 4,$$

当 S=4 时，分两种情况：

若正方形 ABCD 向左平移，如图 1，

$$A'B=4-4=1,$$

$$\therefore AA'=4-1=3,$$

$$\therefore \text{点 A'表示的数为}-1-3=-4;$$

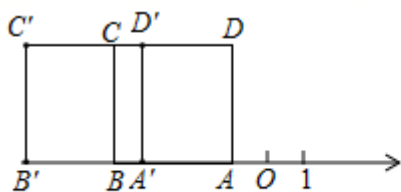


图1

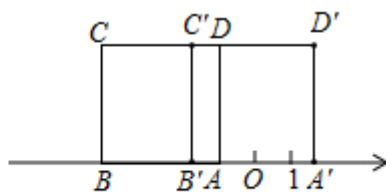


图2

若正方形 ABCD 向右平移，如图 2，

$$AB'=4-4=1,$$

$$\therefore AA'=4-1=3,$$

$$\therefore \text{点 } A' \text{ 表示的数为 } -1+3=2;$$

综上所述, 点 A' 表示的数为 -4 或 2;

② t 的值为 4.

理由如下:

当正方形 ABCD 沿数轴负方向运动时, 点 E, F 表示的数均为负数, 不可能互为相反数, 不符合题意;

当点 E, F 所表示的数互为相反数时, 正方形 ABCD 沿数轴正方向运动, 如图 3,

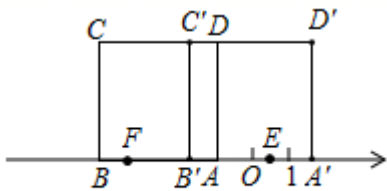


图3

$$\because AE = \frac{1}{2} AA' = \frac{1}{2} \times 2t = t, \text{ 点 } A \text{ 表示 } -1,$$

$$\therefore \text{点 } E \text{ 表示的数为 } -1+t,$$

$$\because BF = \frac{1}{4} BB' = \frac{1}{4} \times 2t = \frac{1}{2} t, \text{ 点 } B \text{ 表示 } -5,$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 表示的数为 } -5 + \frac{1}{2} t,$$

$\because$  点 E, F 所表示的数互为相反数,

$$\therefore -1+t + \left(-5 + \frac{1}{2} t\right) = 0,$$

解得  $t=4$ .

### 方法或规律点拨

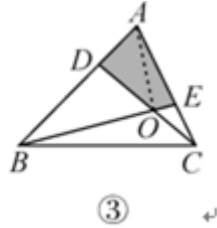
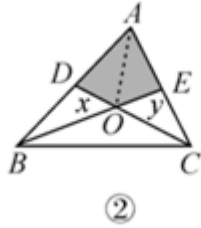
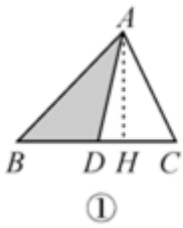
此题主要考查了一元一次方程的应用, 数轴以及两点间的距离公式的运用, 解决问题的关键是正确理解题意, 利用数形结合列出方程, 注意要分类讨论, 不要漏解.

**典例 2:** (2018·全国初二单元测试) 已知  $\triangle ABC$  的面积是 60, 请完成下列问题:

(1) 如图①, 若 AD 是  $\triangle ABC$  的 BC 边上的中线, 则  $\triangle ABD$  的面积       $\triangle ACD$  的面积(选填“>”“<”或“=”).

(2) 如图②, 若 CD, BE 分别是  $\triangle ABC$  的 AB, AC 边上的中线, 求四边形 ADOE 的面积可以用如下方法: 连接 AO, 由  $AD=DB$  得:  $S_{\triangle ADO} = S_{\triangle BDO}$ , 同理:  $S_{\triangle CEO} = S_{\triangle AEO}$ , 设  $S_{\triangle ADO} = x$ ,  $S_{\triangle CEO} = y$ , 则  $S_{\triangle BDO} = x$ ,  $S_{\triangle AEO} = y$ , 由题意得:  $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 30$ ,  $S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 30$ , 可列方程组为:             , 通过解这个方程组可得四边形 ADOE 的面积为            .

(3) 如图③,  $AD:DB=1:3$ ,  $CE:AE=1:2$ , 请你计算四边形 ADOE 的面积, 并说明理由.



【答案】(1) =; (2)  $\begin{cases} 2x+y=30 \\ x+2y=30 \end{cases}$ , 20; (3)  $S_{\text{四边形}ADOE}=13$ .

【解析】解：(1) 如图 1，过 A 作  $AH \perp BC$  于 H，

$\because AD$  是  $\triangle ABC$  的 BC 边上的中线，

$$\therefore BD=CD, \therefore S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}BD \cdot AH,$$

$$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}CD \cdot AH, \therefore S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ACD};$$

(2) 列方程组  $\begin{cases} 2x+y=30, \\ x+2y=30, \end{cases}$  解方程组得  $\begin{cases} x=10, \\ y=10, \end{cases}$

$$\therefore S_{\triangle AOD}=S_{\triangle BOD}=10, \therefore S_{\text{四边形}ADOE}=S_{\triangle AOD}+S_{\triangle AOE}=10+10=20;$$

(3) 如图 3，连接 AO， $\because AD:DB=1:3$ ，

$$\therefore S_{\triangle ADO}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDO}, \because CE:AE=1:2,$$

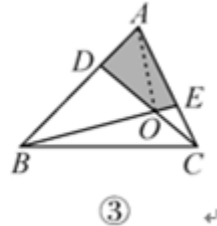
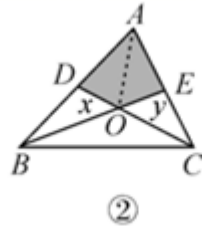
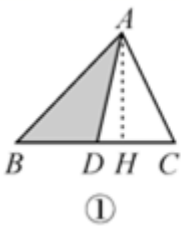
$$\therefore S_{\triangle CEO}=\frac{1}{2}S_{\triangle AEO},$$

设  $S_{\triangle ADO}=x$ ， $S_{\triangle CEO}=y$ ，则  $S_{\triangle BDO}=3x$ ， $S_{\triangle AEO}=2y$ ，

由题意得： $S_{\triangle ABE}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}=40$ ， $S_{\triangle ADC}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}=15$ ，

可列方程组为  $\begin{cases} x+3y=15, \\ 4x+2y=40, \end{cases}$  解得  $\begin{cases} x=9, \\ y=2. \end{cases}$

$$\therefore S_{\text{四边形}ADOE}=S_{\triangle ADO}+S_{\triangle AEO}=x+2y=13.$$



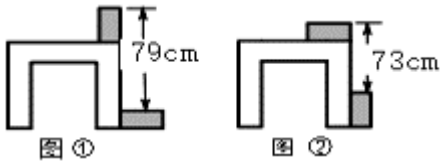
### 方法或规律点拨

本题考查了三角形的中线能把三角形的面积平分，列二元一次方程组解决几何问题，等高三角形的面积的比等于底的比，熟练掌握这个结论是解题的关键。

### 巩固练习

1. (2020·广东潮南·初一期末) 利用两块长方体测量一张桌子的高度，首先按图①方式放置，再交换木块的位置，按图②方式放置，测量的数据如图，则桌子的高度是 ( )



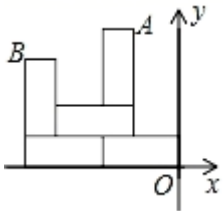


- A. 73cm                      B. 74cm                      C. 75cm                      D. 76cm

**【答案】D**

**【解析】**设桌子的高度为  $h$ cm，第一个长方体的长为  $x$ cm，第二个长方体的宽为  $y$ cm，由第一个图形可知桌子的高度为： $h-y+x=79$ ，由第二个图形可知桌子的高度为： $h-x+y=73$ ，两个方程相加得： $(h-y+x) + (h-x+y) = 152$ ，解得： $h=76$ cm. 故选 D.

2. (2020·浙江椒江·初一期末) 如图，用大小形状完全相同的长方形纸片在直角坐标系中摆成如图图案，已知  $A(-2, 6)$ ，则点  $B$  的坐标为( )



- A.  $(-6, 4)$                       B.  $(-\frac{20}{3}, \frac{14}{3})$                       C.  $(-6, 5)$                       D.  $(-\frac{20}{3}, 4)$

**【答案】B**

**【解析】**设长方形纸片的长为  $x$ ，宽为  $y$ ，

根据题意得：
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ x + 2y = 6 \end{cases}$$

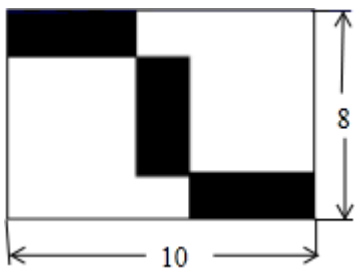
解得：
$$\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$\therefore -2x = -\frac{20}{3}, x+y = \frac{14}{3}$ ,

$\therefore$ 点  $B$  的坐标为 $(-\frac{20}{3}, \frac{14}{3})$ .

故选：B.

3. (2020·株洲景炎学校初一期中) 如图，三个一样大小的小长方形沿“横-竖-横”排列在一个长为 10，宽为 8 的大长方形中，则图中一个小长方形的面积等于\_\_\_\_\_.



【答案】8

【解析】解：设小长方形的长为  $x$ ，宽为  $y$ ，

根据题意得： 
$$\begin{cases} 2x + y = 10 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

解得： 
$$\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$$

$\therefore xy = 4 \times 2 = 8$ .

故答案为 8.

4. (2020·浙江南浔·初三月考) 在边长为 1 的小正方形组成的方格纸中，若多边形的各顶点都在方格纸的格点（横竖格子线的交错点）上，这样的多边形称为格点多边形，记格点多边形内的格点数为  $a$ ，边界上的格点数为  $b$ （如图 1，格点三角形  $ABC$ ， $a = 10, b = 4$ ），则格点多边形的面积可表示为  $S = ma + nb - 1$ ，其中  $m, n$  为常数.

(1) 在图 2 中各画出一个面积为 12 的格点多边形，依次为平行四边形（非菱形）、菱形；

（温馨提示：请画在答题卷相对应的图上）

(2) 利用 (1) 中的格点多边形确定  $m, n$  的值；

(3) 利用该公式求出图 1 中  $\triangle ABC$  的面积以及 A 点到直线 BC 的距离.

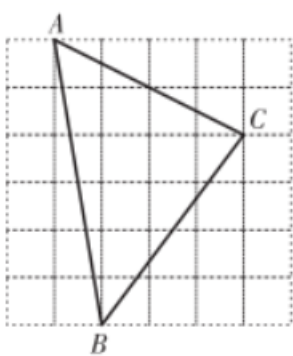
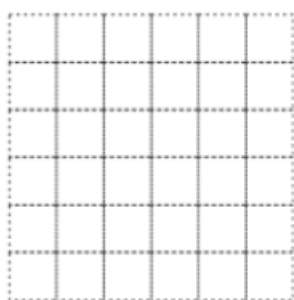
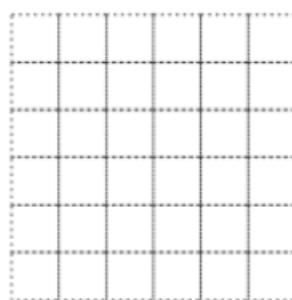


图1



平行四边形（非菱形）



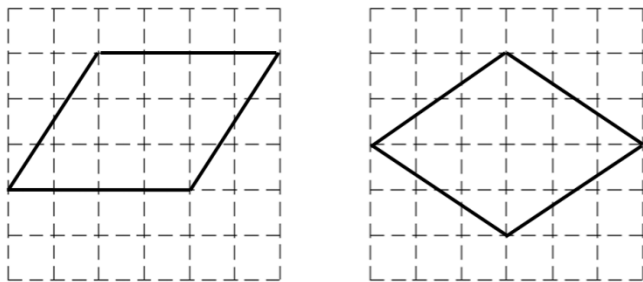
菱形

图2

【答案】(1) 图形见解析；(2)  $m = 1, n = \frac{1}{2}$ ；(3) 4.4.

【解析】(1) 要使平行四边形的面积为 12，则选其一条边长为 4，该边上对应的高为 3，据此画图如下：（答案不唯一）

要使菱形的面积为 12，则选其两条对角线的长分别为 4 和 6，据此画图如下：（答案不唯一）



(2) 平行四边形:  $a = 8, b = 10, S = 12$

菱形:  $a = 11, b = 4, S = 12$

$$\text{则} \begin{cases} 8m + 10n - 1 = 12 \\ 11m + 4n - 1 = 12 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} m = 1 \\ n = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{即 } m = 1, n = \frac{1}{2};$$

(3) 由(2)可知,  $S = a + \frac{1}{2}b - 1$

$\therefore \triangle ABC$  中,  $a = 10, b = 4$

$\therefore \triangle ABC$  的面积为  $S = 10 + \frac{1}{2} \times 4 - 1 = 11$

由勾股定理得:  $BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

设 A 点到直线 BC 的距离为  $h$

$$\text{则 } S = \frac{1}{2}BC \cdot h, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 5h = 11$$

解得  $h = 4.4$

即 A 点到直线 BC 的距离为 4.4 .

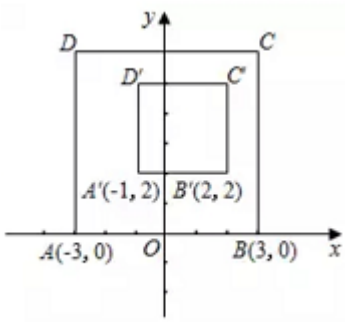
5. (2019·北京交通大学附属中学初一期末) 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 把一个点  $P$  的横、纵坐标都乘以同一个实数  $a$ , 然后将得到的点先向右平移  $m$  个单位, 再向上平移  $n$  个单位 ( $m > 0, n > 0$ ), 得到点  $P'$

(1) 若  $P(2, -1)$ ,  $a = 5$ ,  $m = 1$ ,  $n = 2$ , 则点  $P'$  坐标是\_\_\_\_\_;

(2) 对正方形  $ABCD$  及其内部的每个点进行上述操作, 得到正方形  $A'B'C'D'$  及其内部的点, 其中点  $A, B$  的对应点分别为  $A', B'$ . 求  $m, n, a$ ;

(3) 在(2)的条件下, 已知正方形  $ABCD$  内部的一个点  $F$  经过上述操作后得到的对应点  $F'$  与点  $F$  重合,

求点  $F$  的坐标.



**【答案】** (1)  $(11, -3)$ ; (2)  $a = \frac{1}{2}$ ,  $m = \frac{1}{2}$ ,  $n = 2$ ; (3)  $(1, 4)$

**【解析】** (1)  $\because P(2, -1)$ ,  $a = 5$ ,  $m = 1$ ,  $n = 2$ ,

$$\therefore P'(2 \times 5 + 1, -1 \times 5 + 2)$$

$$\therefore P'(11, -3)$$

故答案为:  $(11, -3)$ ;

(2) 根据题意得:

$$\begin{cases} -3a + m = -1 \\ 3a + m = 2 \\ 0 \cdot a + n = 2 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ m = \frac{1}{2} \\ n = 2 \end{cases}$$

即  $a = \frac{1}{2}$ ,  $m = \frac{1}{2}$ ,  $n = 2$ ;

(3) 设点  $F$  的坐标为  $(x, y)$ , 根据题意得

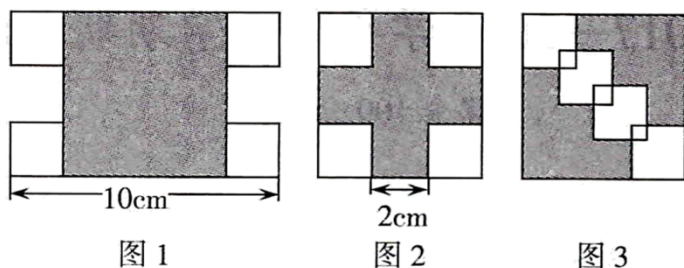
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = x \\ \frac{1}{2}y + 2 = y \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases}$$

$\therefore F$  的坐标为  $(1, 4)$ .

6. (2018·浙江温州·初一期末) 如图, 现有一个大正方形和四个一样的小正方形, 小明、小聪、小方分别用

这些正方形设计出了图 1，图 2，图 3 三种图案：



- (1) 根据图 1，图 2 中所标数据，求出大正方形和小正方形的边长分别是多少厘米？  
 (2) 若图 3 中四个小正方形的重叠部分也是三个一样的小正方形，求大正方形中未被小正方形覆盖的阴影部分的面积。

**【答案】** (1) 大正方形和小正方形的边长分别是 6 厘米和 2 厘米 (2)  $\frac{64}{3}$

**【解析】** (1) 设大正方形和小正方形的边长分别是  $x$  厘米和  $y$  厘米，

由题意得，
$$\begin{cases} x+2y=10 \\ x-2y=2 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=6 \\ y=2 \end{cases}$$

答：大正方形和小正方形的边长分别是 6 厘米和 2 厘米；

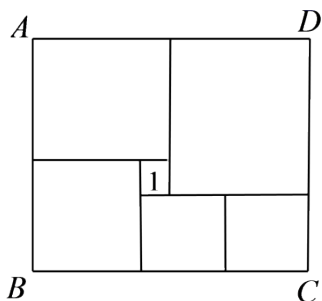
(2) 设四个小正方形的重叠部分形成小正方形的边长为  $z$  cm，

由题意得， $6-2=3 \times (2-z)$ ，

解得： $z=\frac{2}{3}$ ，

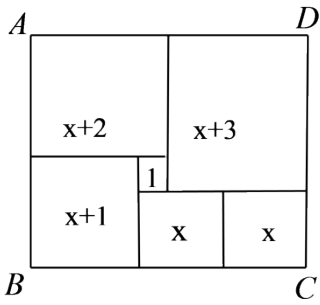
$\therefore$  大正方形中未被小正方形覆盖的阴影部分的面积  $=6 \times 6 - 4 \times 2 \times 2 + 6 \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{64}{3}$ 。

7. (2020·全国单元测试) 如图，长方形  $ABCD$  被分成六个大小不同的正方形，现在只知道中间一个最小的正方形的面积为 1，求长方形  $ABCD$  的面积。



**【答案】** 143

**【解析】** 设第四个大正方形的边长为  $x$  (如图所示)。



$1 = 1 \times 1$ ，故最小的正方形的边长为 1；

$$2x - 1 = x + 1 + 1 + 1$$

$$2x - x = 3 + 1$$

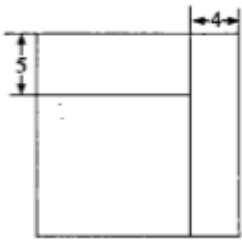
$$x = 4$$

长方形的长： $2 \times 4 + (4 + 1) = 13$

长方形的宽： $4 + 3 + 4 = 11$

长方形的面积： $13 \times 11 = 143$ 。

8. (2020·陕西西安·西北工业大学附属中学期末) 如图所示，小明将一个正方形纸片剪去一个宽为 4 的长条后，再从剩下的长方形纸片上剪去一个宽为 5 的长条。如果两次剪下的长条面积正好相等，那么每一个长条的面积是多少？



**【答案】** 长方条的面积为 80。

**【解析】** 解：设正方形的边长是  $x$ 。

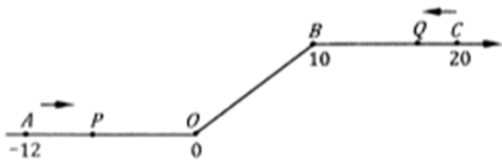
则有： $4x = 5(x - 4)$ ，

解得  $x = 20$ ，

则  $4x = 80$ ，

答：长方条的面积为 80。

9. (2020·全国初一课时练习) 如图，将一条数轴在原点  $O$  和点  $B$  处各折一下，得到一条“折线数轴”，图中点  $A$  表示 -12，点  $B$  表示 10，点  $C$  表示 20，我们称点  $A$  和点  $C$  在数轴上相距 32 个长度单位。动点  $P$  从点  $A$  出发，以 2 单位/秒的速度沿着“折线数轴”的正方向运动，从点  $O$  运动到点  $B$  期间速度变为原来的一半，之后立刻恢复原速；同时，动点  $Q$  从点  $C$  出发，以 1 单位/秒的速度沿着折线数轴的负方向运动，从点  $B$  运动到点  $O$  期间速度变为原来的两倍，之后也立刻恢复原速。设运动的时间为  $t$  秒。则：



- (1) 动点  $P$  从点  $A$  运动至点  $C$  需要时间多少秒？  
 (2) 若  $P, Q$  两点在点  $M$  处相遇，则点  $M$  在折线数轴上所表示的数是多少？  
 (3) 求当  $t$  为何值时， $P, O$  两点在数轴上相距的长度与  $Q, B$  两点在数轴上相距的长度相等。

**【答案】** (1) 21; (2) 6; (3) 当  $t = 2, 8, 14, 17$  时， $OP = BQ$ 。

**【解析】** 解：(1) 点  $P$  运动至点  $C$  时，所需时间  $t = 12 \div 2 + 10 \div 1 + 10 \div 2 = 21$  (秒)，

答：动点  $P$  从点  $A$  运动至  $C$  点需要 21s ；

(2) 由题意可得  $t > 10s$  ，

$P, Q$  两点在线段  $BO$  上相遇

$$\therefore (t-6) + 2(t-10) = 10,$$

$$\therefore t = 12,$$

$$\therefore M \text{ 所对的数字为 } 12-6=6;$$

(3) 当点  $P$  在  $AO$  上，点  $Q$  在  $CB$  上时， $OP = 12 - 2t$ ， $BQ = 10 - t$ ，

$$\therefore OP = BQ,$$

$$\therefore 12 - 2t = 10 - t,$$

$$\therefore t = 2;$$

当点  $P$  在  $OB$  上，点  $Q$  在  $CB$  上时， $OP = t - 6$ ， $BQ = 10 - t$ ，

$$\therefore OP = BQ,$$

$$\therefore t - 6 = 10 - t,$$

$$\therefore t = 8;$$

当点  $P$  在  $OB$  上，点  $Q$  在  $OB$  上时， $OP = t - 6$ ， $BQ = 2(t - 10)$ ，

$$\therefore OP = BQ,$$

$$\therefore t - 6 = 2(t - 10),$$

$$\therefore t = 14,$$

当点  $P$  在  $OB$  上，点  $Q$  在  $OA$  上时， $t - 6 = t - 15 + 10$ ，无解

当点  $P$  在  $BC$  上，点  $Q$  在  $OA$  上时， $OP = 10 + 2(t - 16)$ ， $BQ = 10 + (t - 15)$ ，

$$\therefore OP = BQ,$$

$$\therefore 10 + 2(t - 16) = 10 + (t - 15),$$

$$\therefore t = 17$$

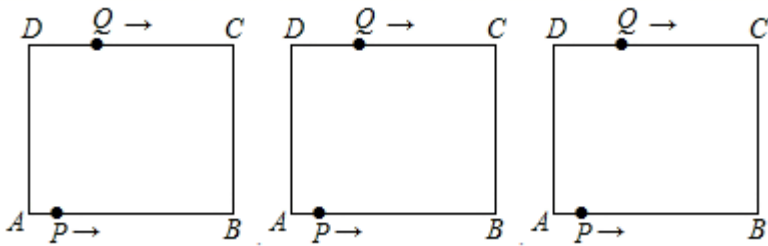
∴当  $t = 2, 8, 14, 17$  时,  $OP = BQ$ .

10. (2019·江苏沛县·初一期末) 如图在长方形  $ABCD$  中,  $AB = 12\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ , 点  $P$  从  $A$  点出发, 沿  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  路线运动, 到  $D$  点停止; 点  $Q$  从  $D$  点出发, 沿  $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$  运动, 到  $A$  点停止. 若点  $P$ 、点  $Q$  同时出发, 点  $P$  的速度为每秒  $1\text{cm}$ , 点  $Q$  的速度为每秒  $2\text{cm}$ , 用  $x$  (秒) 表示运动时间.

(1) 当  $x =$  \_\_\_\_\_ 秒时, 点  $P$  和点  $Q$  相遇.

(2) 连接  $PQ$ , 当  $PQ$  平分长方形  $ABCD$  的面积时, 求此时  $x$  的值

(3) 若点  $P$ 、点  $Q$  运动到 6 秒时同时改变速度, 点  $P$  的速度变为每秒  $3\text{cm}$ , 点  $Q$  的速度变为每秒  $1\text{cm}$ , 求在整个运动过程中, 点  $P$  点  $Q$  在运动路线上相距路程为  $20\text{cm}$  时运动时间  $x$  的值.



【答案】(1)  $\frac{32}{3}$ ; (2) 4 或 20; (3) 4 或 14.5

【解析】(1) 根据题意得:  $x + 2x = 12 \times 2 + 8$ ,

解得:  $x = \frac{32}{3}$ .

故答案: 当  $x$  的值为  $\frac{32}{3}$  时, 点  $P$  和点  $Q$  相遇.

(2) ∵  $PQ$  平分矩形  $ABCD$  的面积,

当点  $P$  在  $AB$  边上时, 点  $Q$  在  $CD$  边上,

有题意可知:  $2x = 12 - x$ ,

解得:  $x = 4$ .

当点  $Q$  运动到点  $A$  时, 用时  $(12 + 8 + 12) \div 2 = 16$  秒, 此时点  $P$  运动到点  $C$  时,  $PQ$  平分矩形  $ABCD$  面积, 此时

用时:  $(12 + 8) \div 1 = 20$  秒

故答案: 当运动 4 秒或 20 秒时,  $PQ$  平分矩形  $ABCD$  的面积.

(3) 变速前:  $x + 2x = 32 - 20$

解得  $x = 4$

变速后:  $12 + (x - 6) + 6 + 3 \times (x - 6) = 32 + 20$

解得  $x = 14.5$

综上所述:  $x$  的值为 4 或 14.5

### 类型 3: 营销问题中的一次方程 (组)

典例 1: (2020·四川大邑·初一期末) 2019 年双“11”期间, 哈市各大商场掀起购物狂潮, 现有甲、乙、丙三



个商场开展的促销活动如下表所示：

商场	优惠活动
甲	全场按标价的6折销售
乙	实行“满100元送100元的购物券”的优惠，购物券可以在再购买时冲抵现金（如：顾客购衣服220元，赠券200元，再购买裤子时可冲抵现金，不再送券）
丙	实行“满100元减50元的优惠”（比如：某顾客购物220元，他只需付款120元）

根据以上活动信息，解决以下问题：

(1) 三个商场都同时出售一套（一件上衣和一条裤子为一套）同厂家、同面料、同款式的服装，其中上衣标价都为 290 元，裤子标价都为 270 元。试计算三个商场分别按照促销活动销售出这一套服装的售价是多少元？

(2) 赵先生发现在甲、乙商场同时出售一件标价 380 元的上衣和一条标价 300 多元的裤子，最后付款额也一样，请问这条裤子的标价是多少元？

(3) 如果某种品牌的巴西大豆在三所商场的标价都是 5 元 / kg ,请探究：是否存在分别在三所商场付同样多的一百多元，并且都能够够买同样重量同品牌的该大豆？如果存在请直接说明在乙商场该购买大豆的方案（并指出在三个商场购买大豆的重量是多少 kg ，支付的费用是多少元）；如果不存在请直接回答“不存在”。

**【答案】**(1) 甲：336 元；乙：360 元；丙：310 元；(2) 370 元；(3) 存在，先购买 30kg 大豆付 150 元，再用 100 元购物券在乙商城购买 20kg 大豆，总共付 150 元，购买 50kg 大豆

**【解析】**解：(1) 选甲商城需付费用为  $(290+270) \times 0.6=336$  (元)

选乙商城需付费用为  $290+(270-200)=360$  (元)

选丙商城需付费用为  $290+270-5 \times 50=310$  (元)

答：选甲商城需付费用为 336 元；选乙商城需付费用为 360 元；选丙商城需付费用为 310 元。

(2) 设这条裤子的标价为  $x$  元，根据题意得：

$$(380+x) \times 0.6=380+x-100 \times 3$$

解得： $x=370$

答：这条裤子的标价为 370 元。

(3) 解：存在

设在乙商场先购买  $y$ kg 大豆，需付一百多元，再用 100 元的购物卷再在乙商场购买  $100 \div 5=20$ kg 大豆

由题意可得  $5(y+20) \times 0.6=5y$

解得： $y=30$

此时，在甲商场和乙商场共购买  $30+20=50$ kg 都需付款  $30 \times 5=150$  (元)

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/526021025134010134>