2024—2025 学年度第一学期期中学业质量监测

九年级数学

注意事项：

1．本试题分为第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分．第Ⅰ卷为选择题，44 分; 第Ⅱ卷为非选择题，106 分; 共 150 分．考试时间为 120 分钟．

2．答卷前务必将试题密封线内及答题卡上面的项目填涂清楚．所有答案都必须涂、写在答题卡相应位置，答在本试卷上一律无效．

第Ⅰ卷（选择题，44 分）

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．每题四个选项中只有一项符合题目要求）

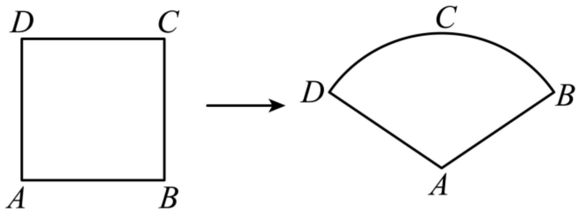
1. 方程$(x-3)(x+2)=0$的解是（）

A. $x=3$　　B. $x=-2$　　C. $x_1=-3$，$x_2=2$　　D. $x=3$，$x=-2$

2. 在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90^\circ$，$\sin A=\frac{4}{5}$，则$\cos A=$（）

A. $\frac{5}{3}$　　B. $\frac{3}{5}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{3}{4}$

3. 如图，某数学兴趣小组将边长为 5 的正方形铁丝框$ABCD$变形为以A为圆心，AB为半径的扇形（忽略铁丝的粗细），则所得的扇形ABD的面积为（）



A. $\frac{25}{5}\pi$　　B. $\frac{25}{3}\pi$　　C. 25　　D. 20

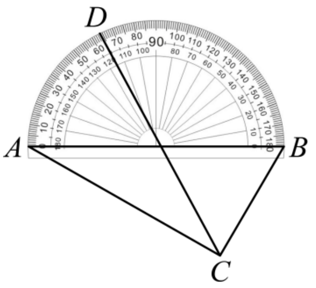
4. 探索关于x的一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$的一个解的过程如下表：

x	-1	0	1	2
ax^2+bx+c	-2.5	-0.5	2.5	6.5

可以看出该方程的一个解应介于整数m和$n(m<n)$之间，则整数m，n分别是（）

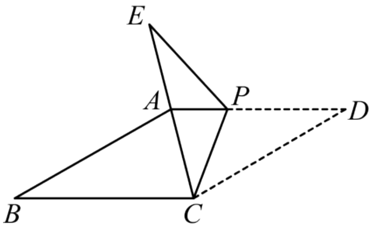
A. -1，0　　B. -1，1　　C. 0，1　　D. 1，2

5. 如图，一块直角三角板ABC的斜边AB与量角器的直径重合，点D对应的刻度值为64°，则$\angle BCD$的度数为（）



A. $58°$　　B. $60°$　　C. $62°$　　D. $64°$

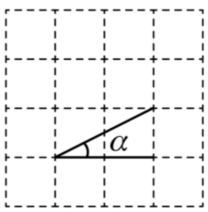
6. 如图，将菱形纸片 $ABCD$ 沿过点 C 的直线折叠，使点 D 落在射线 CA 上的点 E 处，折痕 CP 交 AD 于点 P．若 $\angle ABC=30°$， $AP=4$，则 $PE=$（）

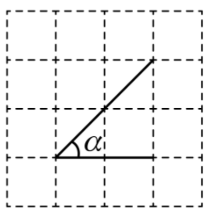


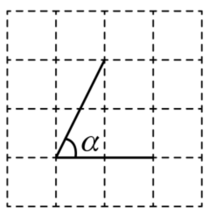
A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}+\sqrt{6}$　　D. $2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

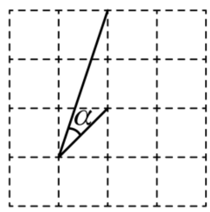
二、选择题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分）

7. 如图，$\angle\alpha$ 的顶点位于正方形网格的格点上，若 $\tan\alpha=\frac{1}{2}$，则满足条件的是（）

A. 

B. 

C. 

D. 

8. 已知关于 x 的方程 $kx^2+(1-k)x-1=0$，下列说法中正确的是（　　）

A. 当 $k=0$ 时，方程无解　　B. 当 $k=1$ 时，方程有两个不相等的实根

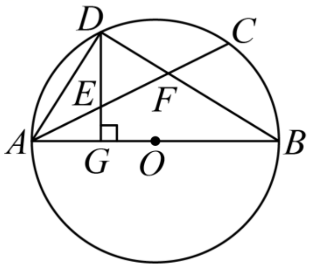
C. 当 $k=-1$ 时，方程有一个实根　　D. 当 $k\neq 0$ 时，方程有两个实根

9. 下列命题错误的是（）

A. 任意三点确定一个圆　　B. 三角形的外心都在三角形的外部

C. 同弧或等弧所对的圆周角相等　　D. 相等的圆周角所对的弧相等

10. 如图，在 $\odot O$ 中，AB 是直径，AC 是弦，D 是弧 AC 的中点，$DG\perp AB$ 于点 G，交 AC 于点 E，BD 交 AC 于点 F，下列结论一定正确的是（）



A. $\angle DAE=\angle GAE$　　B. $DE=EF$

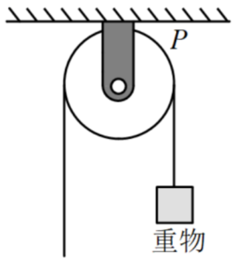
C. $AC=2DG$　　D. 若 $\tan\angle BAC=\frac{3}{4}$，则 $\frac{BF}{CF}=\sqrt{5}$

第Ⅱ卷（非选择题，106 分）

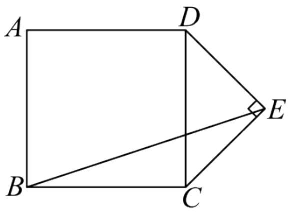
三、填空题（共 4 小题，共 16 分，只要求填写最后结果，每小题填对得 4 分）

11. 若方程 $3x^2-5x-2=0$ 有一个根是 a，则 $9a^2-15a$ 的值为________.

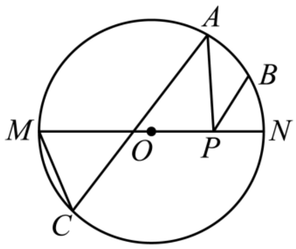
12. 如图，用一个半径为 10cm 的定滑轮带动重物上升，滑轮上一点 P 旋转了 $36°$，假设绳索（粗细不计）与滑轮之间没有滑动，则重物上升了_____.



13. 如图，在正方形 ABCD 外作等腰直角△CDE，DE=CE，连接 BE，则 tan∠EBC=____.



14. 如图，MN 是⊙O 的直径，A，B，C 是⊙O 上的三点，$\angle ACM=60°$，点 B 是弧 AN 的中点，点 P 是 MN 上一动点，若⊙O 的半径为 2，则 $PA+PB$ 的最小值为________.



四、解答题（共 8 小题，共 90 分．解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

15. 用适当的方法解方程：

（1）$2x^2-4x+1=0$

（2）$x(2x-1)=3(2x-1)$

16. 计算：

（1）$\sqrt{8}-2\sin 45°+2\cos 60°$

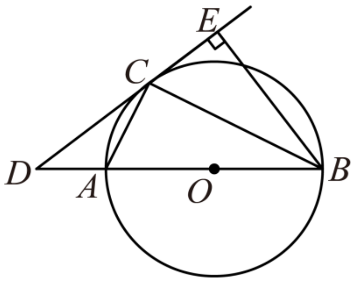
（2）$2\cos 45°+4\sin 30°\cos 30°-\tan 60°$

17. 已知关于 x 的一元二次方程 $2x^2+4x+m=0$．

（1）当 $x=2$ 是方程 的一个根时，求方程的另一个根；

（2）若 x_1，x_2 是方程的两个不相等的实根，且 x_1，x_2 满足 $2x_1^2+5x_1+x_2=0$，求 m 的值．

18. 如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，点 D 在 BA 的延长线上，DC 与 $\odot O$ 相切于点 C，连接 AC，BC，过点 B 作 $BE\perp DC$ 于点 E．



（1）求证：$\angle ACD=\angle CBE$；

（2）若 $AD=2$，$CD=4$，求 $\odot O$ 半径的长．

19. 某超市计划购进一批单价为 20 元的洗衣液．经市场调查发现：该洗衣液以 30 元的价格出售时，平均每月售出 500 桶，且洗衣液的售价每提高 1 元，某月销售量就减少 10 桶．

（1）若售价定为 35 元，每月可售出多少桶？

（2）若洗衣液的月销售量为 200 桶，则每桶洗衣液的定价为多少元？

（3）当超市每月有 8000 元的销售利润时，为体现“薄利多销”的销售原则，你认为销售价格应定为多少？

20. 为美化市容，某广场用规格为 10×20 的灰、白两色的广场砖铺设图案，设计人员画出的一些备选图案如图所示．

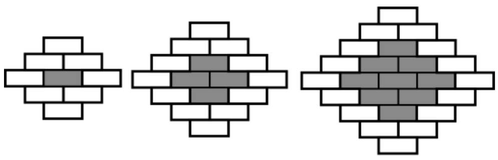


图1　　图2　　图3

【观察思考】

图 1 灰砖有 1 块，白砖有 8 块；图 2 灰砖有 4 块，白砖有 12 块；以此类推．

【规律总结】

（1）图 5 灰砖有________块，白砖有________块；图 n 灰砖有________块，白砖有________块；

【问题解决】

（2）是否存在白砖数恰好比灰砖数少 56 的情形，请通过计算说明你的理由．

21. 图 1 是我国古代提水的器具桔槔（jié gāo），创造于春秋时期．它选择大小两根竹竿，大竹竿中点架在作为杠杆的竹梯上．大竹竿末端悬挂一个重物，前端连接小竹竿（小竹竿始终与地面垂直），小竹竿上悬挂水桶．其原理是通过对架在竹梯上的大竹竿末端下压用力，从而提水出井．当放松大竹竿时，小竹竿下降，水桶就会回到井里．如图 2 是桔槔的示意图，大竹竿 $AB=8$ 米，O 为 AB 的中点，支架 OD 垂直地面 EF，此时水桶在井里时，$\angle AOD=120°$．

图1

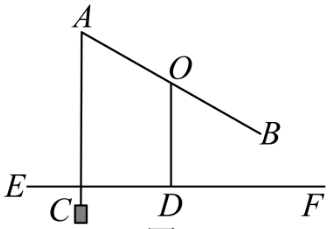


图2

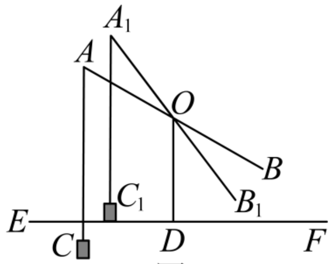


图3

（1）如图 2，求支点 O 到小竹竿 AC 的距离（结果精确到 0.1 米）；

（2）如图 3，当水桶提到井口时，大竹竿 AB 旋转至 A_1B_1 的位置，小竹竿 AC 至 A_1C_1 的位置，此时 $\angle A_1OD=143°$，求点 A 上升的高度（结果精确到 0.1 米）．（参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73$，$\sin 37°\approx 0.6$，$\cos 37°\approx 0.8$，$\tan 37°\approx 0.75$）

22. “不倒翁”是我国一种古老的儿童玩具，一经触动就会左右摇摆．某款“不倒翁”的纵截面（沿顶端以垂直于水平面方向截取所得的截面）如图 1，它由半圆 O 和等边三角形 PAB 组成，直径 $AB=12\text{cm}$，半圆 O 的中点为点 C，MN 为桌面，半圆 O 与 MN 相切于点 Q，拨动“不倒翁”后它在桌面 MN 上做无滑动的滚动．

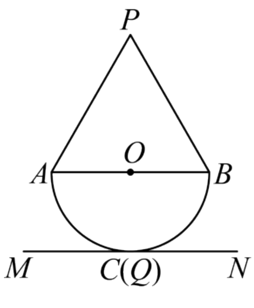


图1

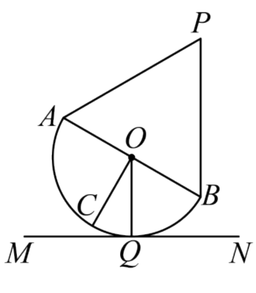


图2

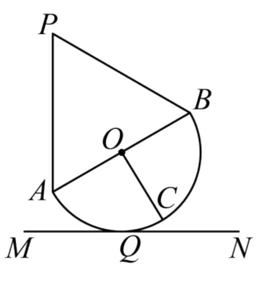


图3

（1）如图 1，若 $AB\,//\,MN$，则 PC 的长为________cm（结果保留根号）；

（2）如图 2，连接 OC，向右拨动“不倒翁”使 $\angle COQ=30°$，

①猜想 PB 与 MN 的位置关系并证明；

②点 C 到 MN 的距离为________cm（结果保留根号）；

（3）当 PA 或 PB 垂直于 MN 时“不倒翁”开始折返．求在一次摆动（由图 2 到图 3）的过程中圆心 O 移动的距离．

答案：

第Ⅰ卷（选择题，44 分）

一、选择题（共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分．每题四个选项中只有一项符合题目要求）

1. 方程 $(x-3)(x+2)=0$ 的解是（）

A. $x=3$　　B. $x=-2$　　C. $x_1=-3$，$x_2=2$　　D. $x=3$，$x=-2$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了解一元二次方程，解一元二次方程的方法有：直接开平方法、配方法、因式分解法、公式法，选择合适的方法进行计算，将一元二次方程转化为一元一次方程是解此题的关键．由题意可得 $x-3=0$ 或 $x+2=0$，解方程即可得到答案．

解：根据题意：得 $x-3=0$ 或 $x+2=0$，

解得：$x=3$ 或 $x=-2$，

故选：D.

2. 在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\sin A=\dfrac{4}{5}$，则 $\cos A=$（）

A. $\dfrac{5}{3}$　　B. $\dfrac{3}{5}$　　C. $\dfrac{4}{5}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了锐角三角函数的定义，熟练掌握锐角三角函数的表示是解题的关键，根据题意设 $BC=4x$，$AB=5x$，根据勾股定理求出 AC，最后根据锐角三角函数的定义进行计算即可.

解：在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 中，$\angle C=90^{\circ}$，$\sin A=\dfrac{4}{5}$，

$\therefore \sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{4}{5}$，

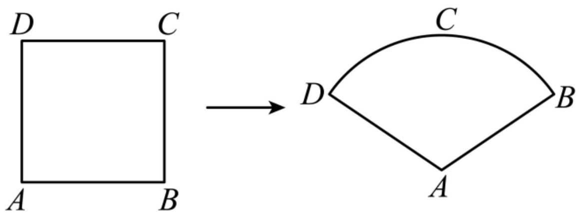
设 $BC=4x$，$AB=5x$，

由勾股定理得：$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{(5x)^2-(4x)^2}=3x$，

$\therefore \cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{3x}{5x}=\dfrac{3}{5}$，

故选：B.

3. 如图，某数学兴趣小组将边长为 5 的正方形铁丝框 $ABCD$ 变形为以 A 为圆心，AB 为半径的扇形（忽略铁丝的粗细），则所得的扇形 ABD 的面积为（）



A. $\dfrac{25}{5}\pi$　　B. $\dfrac{25}{3}\pi$　　C. 25　　D. 20

【答案】C

【解析】

【分析】根据扇形的半径为 5，求得 $\overset{\frown}{BD}=DC+CB=10$ 代入公式计算即可.

本题考查了正方形的性质，扇形的面积公式，熟练掌握公式是解题的关键.

解：根据题意，得扇形的半径为 5，$\overset{\frown}{BD}=DC+CB=10$，

故扇形 ABD 的面积为 $\dfrac{1}{2}\overset{\frown}{BD}\times 5=\dfrac{1}{2}\times 10\times 5=25$，

故选 C.

4. 探索关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(\mathrm{a}\neq 0)$ 的一个解的过程如下表：

x	-1	0	1	2
ax^2+bx+c	-2.5	-0.5	2.5	6.5

可以看出该方程的一个解应介于整数 m 和 $n(m<n)$ 之间，则整数 m，n 分别是（）

A. -1，0　　B. -1，1　　C. 0，1　　D. 1，2

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了估算一元二次方程的近似解：用列举法估算一元二次方程的近似解．利用表中数据得到 $x=0$，$ax^2+bx+c=-0.5$，$x=1$，$ax^2+bx+c=2.5$，于是可判断该方程的一个解应介于 $0<x<1$，即可求解．

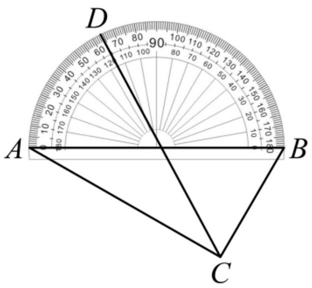
解：∵当 $x=0$ 时 $y=-0.5<0$，当 $x=1$ 时 $y=2.5>0$，

∴该方程的一个解应介于 $0<x<1$，

∴ $m=0$，$n=1$．

故选：C.

5. 如图，一块直角三角板 ABC 的斜边 AB 与量角器的直径重合，点 D 对应的刻度值为 $64°$，则 $\angle BCD$ 的度数为（）



A. $58°$　　B. $60°$　　C. $62°$　　D. $64°$

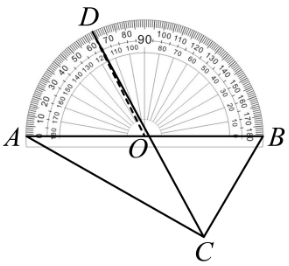
【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了 $90°$ 的圆周角所对的弦为直径，圆周角定理等知识．熟练掌握 $90°$ 的圆周角所对的弦为直径，圆周角定理是解题的关键．

如图，记 AB 的中点为 O，连接 OD，由题意知，$\angle AOD=64°$，A、B、C、D 四点共圆，由圆周角定理可得 $\angle ACD=\frac{1}{2}\angle AOD=32°$，根据 $\angle BCD=\angle ACB-\angle ACD$，计算求解即可．

解：如图，记 AB 的中点为 O，连接 OD，



由题意知，$\angle AOD=64^\circ$，

$\because \angle ACB=90^\circ$，

$\therefore A$、B、C、D四点共圆，

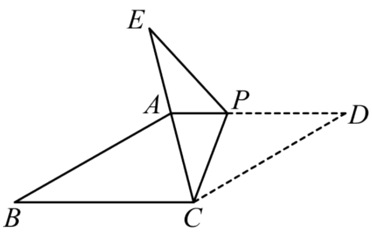
$\because \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AD}$，

$\therefore \angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle AOD=32^\circ$，

$\therefore \angle BCD=\angle ACB-\angle ACD=58^\circ$，

故选：A．

6. 如图，将菱形纸片$ABCD$沿过点C的直线折叠，使点D落在射线CA上的点E处，折痕CP交AD于点P．若$\angle ABC=30^\circ$，$AP=4$，则$PE=$（）



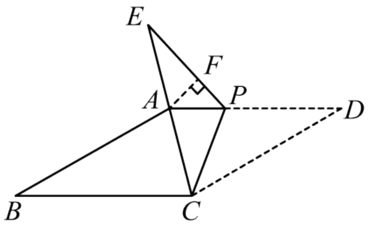
A. $\sqrt{6}-\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}+\sqrt{6}$　　D. $2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

【答案】D

【解析】

【分析】如图，作$AF\perp PE$于F，由菱形$ABCD$，$\angle ABC=30^\circ$，可得$\angle D=30^\circ$，$AD=CD$，则$\angle DAC=\angle DCA=\dfrac{180^\circ-\angle D}{2}=75^\circ$，由折叠的性质可知，$\angle E=\angle D=30^\circ$，则$\angle APE=\angle DAC-\angle E=45^\circ$，$AF=PF=AP\cdot\cos 45^\circ$，$EF=\dfrac{AF}{\tan 30^\circ}$，根据$PE=PF+EF$，计算求解即可．

解：如图，作$AF\perp PE$于F，



$\because$菱形 $ABCD$，$\angle ABC = 30°$，

$\therefore \angle D = 30°$，$AD = CD$，

$\therefore \angle DAC = \angle DCA = \dfrac{180° - \angle D}{2} = 75°$，

由折叠的性质可知，$\angle E = \angle D = 30°$，

$\therefore \angle APE = \angle DAC - \angle E = 45°$，

$\therefore AF = PF = AP \cdot \cos 45° = 2\sqrt{2}$，

$\therefore EF = \dfrac{AF}{\tan 30°} = 2\sqrt{6}$，

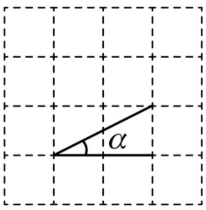
$\therefore PE = PF + EF = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$，

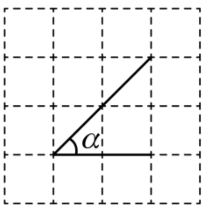
故选：D．

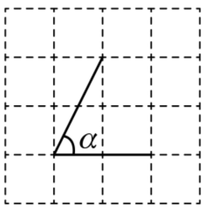
【点睛】本题考查了菱形的性质，等边对等角，三角形内角和定理，折叠的性质，三角形外角的性质，余弦，正切等知识．熟练掌握菱形的性质，等边对等角，三角形内角和定理，折叠的性质，三角形外角的性质，余弦，正切是解题的关键．

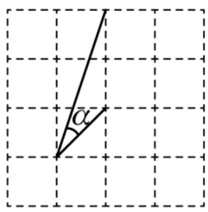
二、选择题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 3 分）

7. 如图，$\angle\alpha$ 的顶点位于正方形网格的格点上，若 $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$，则满足条件的是（）

A. 

B. 

C. 

D. 

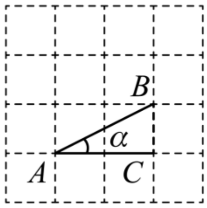
【答案】AD

【解析】

【分析】根据在直角三角形中一个角 的正切值等于其所对的边与斜边的比值进行构造直角三角形求解判断即可．

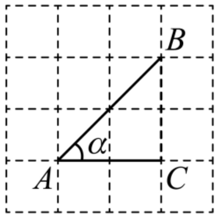
解：A、如图所示，$AC = 2$，$BC = 1$

$\therefore \tan\alpha = \tan\angle BAC = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{1}{2}$，故此选项符合题意；



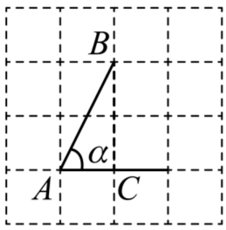
B、如图所示，$AC=2$，$BC=2$

$\therefore \tan\alpha=\tan\angle BAC=\dfrac{BC}{AC}=1$，故此选项不符合题意；



C、如图所示，$AC=1$，$BC=2$

$\therefore \tan\alpha=\tan\angle BAC=\dfrac{BC}{AC}=2$，故此选项不符合题意；



D、如图所示，$AC=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，$BC=2$，BD⊥AC，$AB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

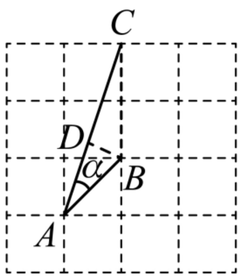
$\therefore S_{\vartriangle ABC}=\dfrac{1}{2}BC\times 1=\dfrac{1}{2}AC\cdot BD$，

$\therefore BD=\dfrac{BC}{AC}=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$，

$\therefore AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

$\therefore \tan\alpha=\tan\angle BAD=\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{1}{2}$，故此选项符合题意；

故选 AD．



【点睛】本题主要考查了求正切值和勾股定理，解题的关键在于能够构造直角三角形进行求解．

8. 已知关于 x 的方程 $kx^2+(1-k)x-1=0$，下列说法中正确的是（　　）

A. 当 $k=0$ 时，方程无解

B. 当 $k=1$ 时，方程有两个不相等的实根

C. 当 $k=-1$ 时，方程有一个实根

D. 当 $k\neq 0$ 时，方程有两个实根

【答案】C

【解析】

【分析】此题考查了一元二次方程根的判别式，解题的关键是熟练掌握一元二次方程根的判别式．当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，一元二次方程没有实数根．

根据一元二次方程根的判别式 $\Delta=(1-k)^2-4\cdot k\cdot(-1)=(k+1)^2$ 求解即可．

解：当 $k=0$ 时，方程为一元一次方程 $x-1=0$ 有唯一解 $x=1$，故 A 错误；

当 $k\neq 0$ 时，方程为一元二次方程，解的情况由根的判别式确定：

$\because \Delta=(1-k)^2-4\cdot k\cdot(-1)=(k+1)^2\geq 0$，

∴当 $k=-1$ 时，方程有两个相等的实数解，故 C 正确；

当 $k\neq 0$ 且 $k\neq -1$ 时，方程有两个不相等的实数解．故 B、D 错误；

故选：C．

9. 下列命题错误的是（）

A. 任意三点确定一个圆

B. 三角形的外心都在三角形的外部

C. 同弧或等弧所对的圆周角相等

D. 相等的圆周角所对的弧相等

【答案】ABD

【解析】

【分析】本题考查了圆的相关知识点，包括圆的确定条件、外心、弧弦角等的关系，熟记相关结论即可．

解：A、经过不在同一条直线上的三点可确定一个圆，故 A 错误，符合题意；

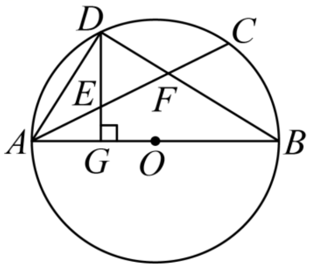
B、三角形的外心可能在三角形的外部，也可能在内部，还可能在边上，故 B 错误，符合题意；

C、同弧或等弧所对的圆周角相等，故 C 正确，不符合题意；

D、同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，故 D 错误，符合题意．

故选：ABD．

10. 如图，在 $\odot O$ 中，AB 是直径，AC 是弦，D 是弧 AC 的中点，$DG\perp AB$ 于点 G，交 AC 于点 E，BD 交 AC 于点 F，下列结论一定正确的是（）



A. $\angle DAE=\angle GAE$　　B. $DE=EF$

C. $AC=2DG$　　D. 若 $\tan\angle BAC=\dfrac{3}{4}$，则 $\dfrac{BF}{CF}=\sqrt{5}$

【答案】BCD

【解析】

【分析】假设 $\angle DAE=\angle GAE$，则 $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，再根据点 D 是弧 AC 的中点得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，则 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，即点 D，C 将半圆三等分，但是根据已知条件无法证明点 D，C 将半圆三等分，由此可对 A 进行判断；连接 BC，根据圆周角定理结合三角形内角和定理可对 B 进行判断；延长 DG 交 $\odot O$ 于 H，连接 AH，由 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AH}=\overset{\frown}{CD}$ 得 $\overset{\frown}{DH}=\overset{\frown}{AC}$，则 $DH=AC$，再根据垂径定理得 $DH=2DG$，据此可对C进行判断;根据垂径定理得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{AH}=\overset{\frown}{CD}$，则 $\angle ADH=\angle DAC$，即 $\angle ADE=\angle DAE$，推出 $AE=DE$，在 $\mathrm{Rt}\triangle AEG$ 中由 $\tan\angle BAC=\dfrac{EG}{AG}=\dfrac{3}{4}$，设 $EG=3a$，$AG=4a$，则 $AE=5a$，则 $AE=DE=5a$，则 $DG=8a$，进而得 $AD=4\sqrt{5}a$，证明 $\triangle AGD\backsim\triangle FCB$ 得 $\dfrac{BF}{CF}=\dfrac{AD}{AG}=\dfrac{4\sqrt{5}a}{4a}=\sqrt{5}$，据此可对 D 进行判断，综上所述即可得出答案.

解：假设 $\angle DAE=\angle GAE$，

则 $\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，

$\because$ 点 D 是 $\overset{\frown}{AC}$ 的中点，

$\therefore\ \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，

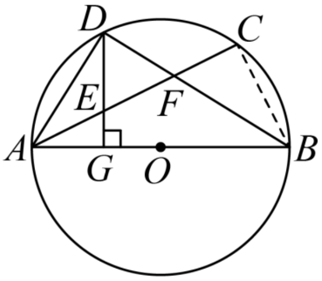
$\therefore\ \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，

$\therefore$ 点 D，C 将半圆三等分，

根据已知条件无法证明点 D，C 将半圆三等分，

$\therefore$ 假设 $\angle DAE=\angle GAE$ 是错误的，故选项 A 不正确；

连接 BC，



$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径，$DG \perp AB$，

$\therefore \angle BGD = \angle ACB = 90^\circ$，

又 $\because \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$，

$\therefore \angle ABD = \angle CBD$，

$\therefore \angle BFC = \angle BDG$，

又 $\because \angle BFC = \angle AFD$，

$\therefore \angle BDG = \angle AFD$，

$\therefore DE = EF$，故选项 B 正确；

延长 DG 交 $\odot O$ 于 H，连接 AH，如图 1 所示：

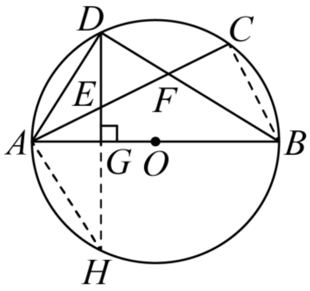


图 2

$\because \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{AH} = \overset{\frown}{CD}$，

$\therefore \overset{\frown}{DH} = \overset{\frown}{AC}$，

$\therefore DH = AC$，

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径，$DH \perp AB$，

$\therefore DH = 2DG$，

$\therefore AC = 2DG$，故选项 C 正确；

$\because AB$ 为 $\odot O$ 直径，$DH \perp AB$，

$\therefore \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{AH}$，

又 $\because \overset{\frown}{AD} = \overset{\frown}{CD}$，