

专题 02 常用逻辑用语

【考点预料】

一、充分条件、必要条件、充要条件

1、定义

假如命题“若 p ，则 q ”为真(记作 $p \Rightarrow q$)，则 p 是 q 的充分条件；同时 q 是 p 的必要条件.

2、从逻辑推理关系上看

- (1) 若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$ ，则 p 是 q 的充分不必要条件；
- (2) 若 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ，则 p 是 q 的必要不充分条件；
- (3) 若 $p \Rightarrow q$ 且 $q \Rightarrow p$ ，则 p 是 q 的充要条件(也说 p 和 q 等价)；
- (4) 若 $p \not\Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$ ，则 p 不是 q 的充分条件，也不是 q 的必要条件.

对充分和必要条件的理解和推断，要搞清晰其定义的实质： $p \Rightarrow q$ ，则 p 是 q 的充分条件，同时 q 是 p 的必要条件. 所谓“充分”是指只要 p 成立， q 就成立；所谓“必要”是指要使得 p 成立，必须要 q 成立(即假如 q 不成立，则 p 确定不成立).

二. 全称量词与存在量词

(1) 全称量词与全称量词命题. 短语“全部的”、“随意一个”在逻辑中通常叫做全称量词，并用符号“ \forall ”表示. 含有全称量词的命题叫做全称量词命题. 全称量词命题“对 M 中的随意一个 x ，有 $p(x)$ 成立”可用符号简记为“ $\forall x \in M, p(x)$ ”，读作“对随意 x 属于 M ，有 $p(x)$ 成立”.

(2) 存在量词与存在量词命题. 短语“存在一个”、“至少有一个”在逻辑中通常叫做存在量词，并用符号“ \exists ”表示. 含有存在量词的命题叫做存在量词命题. 存在量词命题“存在 M 中的一个 x_0 ，使 $p(x_0)$ 成立”可用符号简记为“ $\exists x_0 \in M, P(x_0)$ ”，读作“存在 M 中元素 x_0 ，使 $p(x_0)$ 成立”.

(存在量词命题也叫存在性命题).

三. 含有一个量词的命题的否定

(1) 全称量词命题 $p: \forall x \in M, p(x)$ 的否定 $\neg p$ 为 $\exists x_0 \in M, \neg p(x_0)$.

(2) 存在量词命题 $p: \exists x_0 \in M, p(x_0)$ 的否定 $\neg p$ 为 $\forall x \in M, \neg p(x)$.

注: 全称、存在量词命题的否定是高考常见考点之一.

【方法技巧与总结】

1、从集合与集合之间的关系上看

设 $A = \{x | p(x)\}, B = \{x | q(x)\}$.

(1) 若 $A \subseteq B$, 则 p 是 q 的充分条件 ($p \Rightarrow q$), q 是 p 的必要条件; 若 $A \not\subseteq B$, 则 p 是 q 的充分不必要条件, q 是 p 的必要不充分条件, 即 $p \Rightarrow q$ 且 $q \not\Rightarrow p$;

注: 关于数集间的充分必要条件满意: “小 \Rightarrow 大”.

(2) 若 $B \subseteq A$, 则 p 是 q 的必要条件, q 是 p 的充分条件;

(3) 若 $A = B$, 则 p 与 q 互为充要条件.

2、常见的一些词语和它的否定词如下表

原词语	等于	大于	小于	是	都是	随意	至多	至多
	(=)	(>)	(<)			(全部)	有一个	有一个
否定词语	不等于	小于等于	大于等于	不是	不都是	某个	至少有	一个都
	(\neq)	(\leq)	(\geq)				两个	没有

(1) 要判定一个全称量词命题是真命题, 必需对限定集合 M 中的每一个元素 x

证明其成立，要推断全称量词命题为假命题，只要能举出集合 M 中的一个 x_0 ，使得其不成立即可，这就是通常所说的举一个反例.

(2)要推断一个存在量词命题为真命题，只要在限定集合 M 中能找到一个 x_0 使之成立即可，否则这个存在量词命题就是假命题.

【题型归纳书目】

题型一：充分条件与必要条件的推断

题型二：依据充分必要条件求参数的取值范围

题型三：全称量词命题与存在量词命题的真假

题型四：全称量词命题与存在量词命题的否定

题型五：依据命题的真假求参数的取值范围

【典例例题】

题型一：充分条件与必要条件的推断

例 1. (2024 · 上海 · 高三专题练习) 王昌龄《从军行》中两句诗为“黄沙百战穿金甲，不破楼兰终不还”，其中后一句中“攻破楼兰”是“返回家乡”的 ()

- A. 充分条件
- B. 必要条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】由题可知：“攻破楼兰”是“返回家乡”的必要不充分条件.

故选：B

例 2. (2024 · 全国 · 高三专题练习) “直线 a 与平面 M 内的多数条直线都垂直”是“直线 a 与平面 M 垂直”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】B

【解析】设直线 a 与平面 M 内一条直线 b 垂直，

则平面内与直线 b 平行的多数条直线都与直线 a 垂直，

则由“直线 a 与平面 M 内的多数条直线都垂直”不能得到“直线 a 与平面 M 垂直”，

即“直线 a 与平面 M 内的多数条直线都垂直”不是“直线 a 与平面 M 垂直”的充分条件.

故 A, C 错误.

当直线 a 与平面 M 垂直时，由直线与平面垂直定义可得，

直线 a 与平面 M 内任意一条直线垂直，

则由“直线 a 与平面 M 垂直”可得“直线 a 与平面 M 内的多数条直线都垂直”.

即“直线 a 与平面 M 内的多数条直线都垂直”是“直线 a 与平面 M 垂直”的必要条件.

综上所述,“直线 a 与平面 M 内的多数条直线都垂直”是“直线 a 与平面 M 垂直”的必要不充分条件.

故选: B

例 3. (2024 · 全国 · 高三专题练习) 荀子曰:“故不积跬步, 无以至千里; 不积小流, 无以成江海. “这句话来自先秦时期的名言. 此名言中的“积跬步”是“至千里”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】 B

【解析】 由名言, 可得大意为假如不“积跬步”, 便不能“至千里”, 其逆否命题为若要“至千里”, 则必要“积跬步”, 另一方面, 只要“积跬步”就确定能“至千里”吗, 不确定成立,

所以“积跬步”是“至千里”的必要不充分条件.

故选: B

变式 1. (2024 春 · 北京大兴 · 高三校考阶段练习) “ $a > 0 > b$ ”是“ $3^a > 3^b$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

【答案】 A

【解析】 因为指数函数 $y = 3^x$ 单调递增,

由 $a > 0 > b$ 可得: $3^a > 3^b$, 充分性成立,

当 $3^a > 3^b$ 时, $a > b$, 但不确定 $a > 0 > b$, 必要性不成立,

故选: A

变式 2. (2024 春 · 全国 · 高三校联考开学考试) “ $\log_3(x-2) < 1$ ”

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/528132136073006104>