2023学年第一学期温州十校联合体高一高二期中联考

高二年级数学学科试题

考生须知：

1．本卷满分 **150** 分，考试时间 **120** 分钟**.**

2．答题前，在答题卷指定区域填写班级、姓名、考场号、座位号及准考证号并填涂相应数字**.**

3．所有答案必须写在答题纸上，写在试卷上无效**.**

4．考试结束后，只需上交答题纸**.**

选择题部分

一、选择题：本题共 **8** 小题，每小题 **5** 分，共 **40** 分**.**在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求**.**

1. 双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线方程为（　　）

A. $y=\pm 4x$　　B. $y=\pm 2x$　　C. $y=\pm\frac{1}{2}x$　　D. $y=\pm\frac{1}{4}x$

【答案】C

【解析】

【分析】利用双曲线方程可得渐近线方程.

【详解】双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的渐近线方程为$\frac{x^2}{4}-y^2=0$，即$y=\pm\frac{1}{2}x$，

故选：C.

2. 平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，化简$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BB_1}=$（　　）

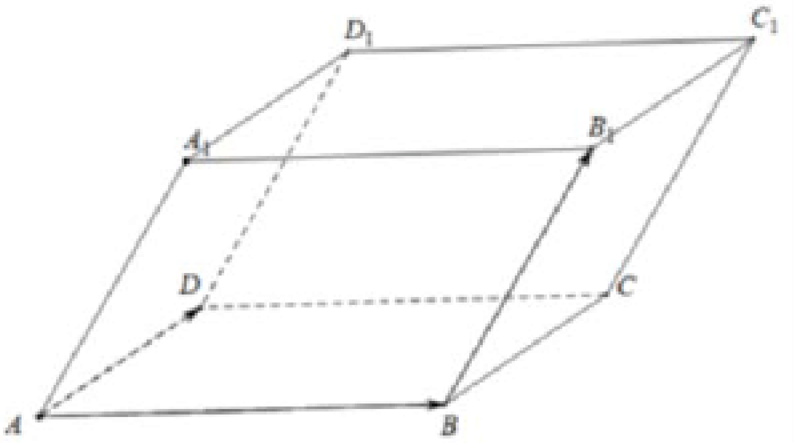
A. $\overrightarrow{A_1C}$　　B. $\overrightarrow{AC_1}$　　C. $\overrightarrow{BD_1}$　　D. $\overrightarrow{DB_1}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用空间向量的线性运算计算即可.

【详解】



如图所示，$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CC_1}=\overrightarrow{AC_1}$.

故选：B.

3. 若直线 $y=2x+3$ 的倾斜角为 α，直线 $y=kx-5$ 的倾斜角为 2α，则 $k=$（　　）

A. $\frac{4}{3}$　　　　B. $\frac{3}{4}$　　　　C. $-\frac{4}{3}$　　　　D. $-\frac{3}{4}$

【答案】C

【解析】

【分析】由已知直线斜率可以求得 $\tan\alpha=2$，再根据二倍角公式可以求得.

【详解】由直线 $y=2x+3$ 可知，$\tan\alpha=2$，$\tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}=\frac{4}{1-4}=-\frac{4}{3}$，

则 $k=-\frac{4}{3}$.

故选：C

4. 若圆 $E: x^2+y^2=4$ 与圆 $F: x^2+(y-a)^2=1$ 仅有一条公切线，则实数 a 的值为（　　）

A. 3　　　　B. ± 1　　　　C. ± 3　　　　D. 1

【答案】B

【解析】

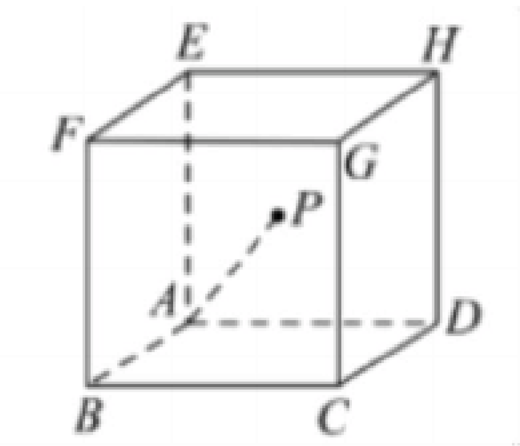
【分析】利用两圆的位置关系计算即可.

【详解】由题意可知两圆相内切，易得两圆圆心 $E(0,0), F(0,a)$，且两圆半径分别为 $r_1=2, r_2=1$，

所以 $|EF|=|a|=r_1-r_2=1 \Rightarrow a=\pm 1$.

故选：B

5. 如图，是棱长为 1 的正方体 $ABCD-EFGH$ 中，点 P 在正方体的内部且满足 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AE}$，则 P 到面 $ADGF$ 的距离为（　　）



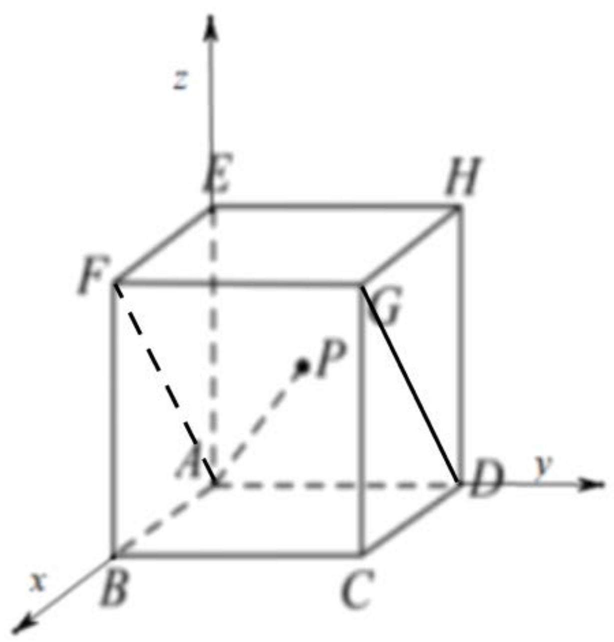
A. $\frac{\sqrt{2}}{8}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$　　C. $\frac{3}{8}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】建立合适的坐标系，利用空间向量求点面距离即可.

【详解】如图所示建立空间直角坐标系，则 $\overrightarrow{AB}=(1,0,0),\overrightarrow{AD}=(0,1,0),\overrightarrow{AE}=(0,0,1)$,



$\overrightarrow{AF}=(1,0,1)$，所以 $\overrightarrow{AP}=\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{4}\right)$,

设平面 $ADGF$ 的一个法向量 $\vec{n}=(x,y,z)$，所以 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x+z=0\\ y=0\end{cases}$,

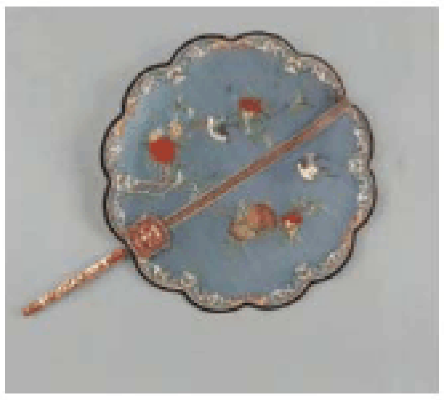
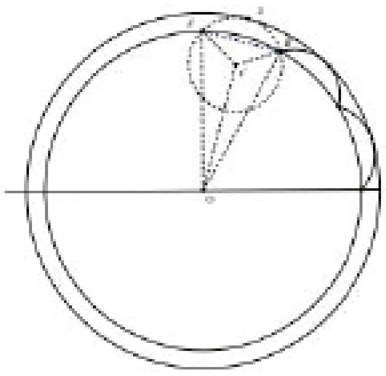
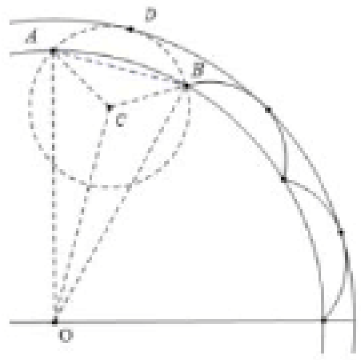
令 $x=1\Rightarrow y=0,z=-1$，即 $\vec{n}=(1,0,-1)$,

故 P 到面 $ADGF$ 的距离 $d=\frac{\left|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}\right|}{|\vec{n}|}=\frac{\frac{1}{4}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{8}$.

故选：A

6. 细心的观众发现，2023 亚运会开幕式运动员出场的地屏展示的是 8 副团扇，分别是梅兰竹菊松柳荷桂．“梅兰竹菊，迎八方君子；松柳荷桂，展大国风范“．团扇是中国传统文化中的一个重要组成部分，象征着团结友善．花瓣型团扇，造型别致，扇作十二葵瓣形，即有 12 个相同形状的弧形花瓣组成，花瓣的

圆心角为120°，花瓣端点也在同一圆上，12 个弧形花瓣也内切于同一个大圆，圆心记为 O，若其中一片花瓣所在圆圆心记为 C，两个花瓣端点记为 A、B，切点记为 D，则不正确的是（　　）

A. O,C,D 在同一直线上

B. 12 个弧形所在圆的圆心落在同一圆上

C. $\angle AOB=30^\circ$

D. 弧形所在圆的半径 BC 变化时，存在$|OC|=|BC|$

【答案】D

【解析】

【分析】根据两个圆的位置关系逐个判断即可.

【详解】已知外圈两个圆的圆心都为O，令最外面圆半径为R，花瓣所在圆半径为r，

对于 A：因为大圆与小圆内切且切点为D，所以切点与两个圆心共线，即O,C,D在同一条直线上，A 正确；

对于 B：由两圆内切可知$|OC|=R-r$为定值，所以 12 个弧形的圆心在同一圆上，B 正确；

对于 C：因为 12 个弧形花瓣也内切于同一个大圆，所以$\angle AOB=\dfrac{360^\circ}{12}=30^\circ$，C 正确；

对于 D：由$\begin{cases}CA=CB\\OC=OC\\OA=OB\end{cases}$得$\triangle OAC\cong\triangle OAB$，所以$\angle COB=\dfrac{1}{2}\times30^\circ=15^\circ$，

又$\angle ACB=120^\circ$，所以$\angle OCB=\dfrac{1}{2}(360^\circ-120^\circ)=120^\circ$，

所以$\angle OBC=45^\circ\neq\angle COB$，所以$|OC|\neq|BC|$恒成立，D 错误，

故选：D

7. 已知$P(x_0,y_0)$是直线$l:\sqrt{3}x-y+4=0$上一点，过点 P 作圆$O:x^2+y^2=1$的两条切线，切点分别为 A，B，当直线 AB 与 l 平行时，$|AB|=$（　　）

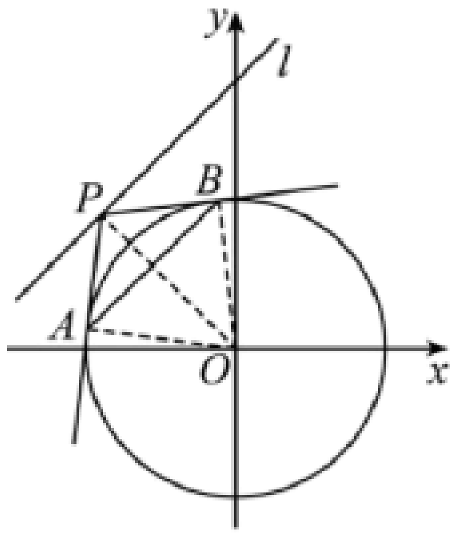
A. $\sqrt{3}$　　B. $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$　　C. $\dfrac{\sqrt{30}}{2}$　　D. 4

【答案】A

【解析】

【分析】根据跟定条件，利用圆的切线的性质，结合面积法求解作答.

【详解】



连接OA,OB,OP，由PA,PB切圆O于A，B知，$OA\perp PA,OB\perp PB,OP\perp AB$，

因为直线AB与l平行，则$OP\perp l$，

$|OP|=\dfrac{4}{\sqrt{(\sqrt{3})^2+(-1)^2}}=2$，而圆$O$半径为 1，

于是$|PA|=\sqrt{|OP|^2-1^2}=\sqrt{3}$，

由四边形$OAPB$面积$S=2S_{\triangle OPA}$，

得$\dfrac{1}{2}|AB||OP|=2\times\dfrac{1}{2}|OA||AP|$，

所以$|AB|=\dfrac{2|OA||AP|}{|OP|}=\dfrac{2\times1\times\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

故选：A.

8. 已知曲线 C 的方程为$x^2+y^2+axy=1(a\in\mathbf{R})$，则下列说法不正确的是（　　）

A. 无论a取何值，曲线C都关于原点成中心对称

B. 无论a取何值，曲线C关于直线$y=x$和$y=-x$对称

C. 存在唯一的实数a使得曲线C表示两条直线

D. 当$a=1$时，曲线C上任意两点间的距离的最大值为$2\sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】对于 AB 选项，根据对称性即可判断，C 选项可以代入$a=2,a=-2$可以验证，D 选项可以判断出为椭圆，则根据椭圆的性质即可判断.

【详解】A 选项，在曲线 C 上任取一点$P(x,y)$，则P关于原点的对称点为$(-x,-y)$，

代入曲线方程可知，$(-x)^2+(-y)^2+a(-x)(-y)=1$，

即 $x^2+y^2+axy=1(a\in\mathbf{R})$，所以无论 a 取何值，曲线 C 都关于原点成中心对称；

故 A 选项正确；

B 选项，$P(x,y)$ 关于 $y=x$ 的对称点为 (y,x)，代入曲线方程得，$x^2+y^2+axy=1(a\in\mathbf{R})$，

所以对称点在曲线上. $P(x,y)$ 关于 $y=-x$ 的对称点为 $(-y,-x)$，

代入曲线方程得，$x^2+y^2+axy=1(a\in\mathbf{R})$，故对称点也在曲线上；故 B 选项正确；

C 选项，当 $a=2$ 时，曲线方程为 $x^2+y^2+2xy=1$, 即 $(x+y)^2=1$，即 $x+y=1$ 或 $x+y=-1$，

当 $a=-2$，曲线方程 $x^2+y^2-2xy=1$, 即 $(x-y)^2=1$，即 $x-y=1$ 或 $x-y=-1$；故 C 选项错误；

D 选项，当 $a=1$ 时，曲线 C 的方程为 $x^2+y^2+xy=1$，$x=\dfrac{u+v}{\sqrt{2}}$，$y=\dfrac{u-v}{\sqrt{2}}$，

则代入曲线方程化简得，$\dfrac{u^2}{\frac{2}{3}}+\dfrac{v^2}{2}=1$，方程表示焦点在 v 轴上的椭圆，所以曲线 C 上任意两点间的距离的

最大值为 $2\sqrt{2}$，故 D 选项正确；

故选：C

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知 A,B,C 三点不共线，对平面 ABC 外的任一点 O，下列条件中能确定点 M,A,B,C 共面的是（　　）

A. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$　　B. $\overrightarrow{OM}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

C. $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$　　D. $\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$

【答案】ABD

【解析】

【分析】利用空间向量的共面定理的推论计算即可.

【详解】因为 A,B,C 三点不共线，若 M,A,B,C 四点共面，

不妨设 $\overrightarrow{MA}$　$x\overrightarrow{MB}+y\overrightarrow{MC}(x+y\neq1)$，则

$\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OM}=x\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OM}\right)+y\left(\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OM}\right)\Rightarrow(x+y-1)\overrightarrow{OM}=-\overrightarrow{OA}+x\overrightarrow{OB}+y\overrightarrow{OC}$，

即 $\overrightarrow{OM}=-\dfrac{1}{x+y-1}\overrightarrow{OA}+\dfrac{x}{x+y-1}\overrightarrow{OB}+\dfrac{y}{x+y-1}\overrightarrow{OC}$，

显然有 $-\dfrac{1}{x+y-1}+\dfrac{x}{x+y-1}+\dfrac{y}{x+y-1}=1$，

反之若 $\overrightarrow{OM}=a\overrightarrow{OA}+b\overrightarrow{OB}+(1-a-b)\overrightarrow{OC}$，

则有 $\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OC}=a\left(\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OC}\right)+b\left(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}\right)\Rightarrow\overrightarrow{CM}=a\overrightarrow{CA}+b\overrightarrow{CB}$，

即 $\overrightarrow{CM},\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB}$ 共面，所以 M,A,B,C 共面，

对于 A，$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$，有 $a=1,b=1,1-a-b=-1$，

故 M,A,B,C 共面，A 正确；

对于 B，$\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OC}$，有 $a=b=\dfrac{1}{3},1-a-b=\dfrac{1}{3}$，

故 M,A,B,C 共面，B 正确；

对于 C，$\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{OB}+\dfrac{1}{4}\overrightarrow{OC}$，有 $a=1,b=\dfrac{1}{2},1-a-b=-\dfrac{1}{2}\neq\dfrac{1}{4}$，

故 M,A,B,C 不共面，C错误；

对于 D，$\overrightarrow{OM}=3\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OC}$，有 $a=3,b=-1,1-a-b=-1$，

故 M,A,B,C 共面，D 正确；

故选：ABD

10. 已知曲线 $\dfrac{x^2}{12-m}+\dfrac{y^2}{m-4}=1$ 表示椭圆，下列说法正确的是（　　）

A. m 的取值范围为 $(4,12)$

B. 若该椭圆的焦点在 y 轴上，则 $m\in(8,12)$

C. 若 $m=6$，则该椭圆的焦距为 4

D. 若椭圆的离心率为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，则 $m=10$

【答案】BC

【解析】

【分析】由方程表示椭圆可得 $m\in(4,8)\cup(8,12)$ 判断 A，再根据其它各项描述及椭圆的性质判断正误即可.

【详解】由题意 $\begin{cases}12-m>0\\ m-4>0\\ 12-m\neq m-4\end{cases}\Rightarrow m\in(4,8)\cup(8,12)$，A 错；

椭圆的焦点在 y 轴上，则 $m-4>12-m \Rightarrow m>8$，即 $m\in(8,12)$，B 对；

若 $m=6$，则 $\frac{x^2}{6}+\frac{y^2}{2}=1$，故 $c=\sqrt{6-2}=2$，该椭圆的焦距为 4，C 对；

若椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，则 $1-\frac{m-4}{12-m}=\frac{2}{3}$ 或 $1-\frac{12-m}{m-4}=\frac{2}{3}$，可得 $m=6$ 或 $m=10$，D 错.

故选：BC

11. 已知过点 $P(-1,0)$ 的直线 l 与圆 $C: x^2+y^2+4x=0$ 交于 A，B 两点，在 A 处的切线为 l_1，在 B 处的切线为 l_2，直线 l_1 与 l_2，交于 Q 点，则下列说法正确的是（　　）

A. 直线 l 与圆 C 相交弦长最短为 $2\sqrt{3}$

B. AB 中点的轨迹方程为 $x^2+y^2+3x+2=0$

C. Q、A、B、C 四点共圆

D. 点 Q 恒在直线 $x=2$ 上

【答案】ACD

【解析】

【分析】利用弦长公式可判定 A，利用圆的性质可判定 B、C，利用两圆的公共弦方程可判定 D.

【详解】由题意可知 $C(-2,0)$，圆 C 半径 $r=2$，

设 AB 的中点为 D，则 $|AB|=2\sqrt{r^2-|CD|^2}=2\sqrt{4-|CD|^2}$，

而 $|CD|\le|CP| \Rightarrow |CD|^2\le 1$，所以 $|AB|\ge 2\sqrt{3}$，故 A 正确；

当 D、P 不重合时，易知 $CD\perp PD$，即 D 在以 CP 为直径的圆上，

易知 C、P 的中点为 $\left(-\frac{3}{2},0\right)$，

所以 D 的轨迹方程为 $\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+y^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2+y^2+3x+2=0$，

显然 D、P 重合时 $D(-1,0)$ 符合上方程，

但当 $l_{AB}: y=0$ 时，此时 AB 为直径，过 AB 的切线平行，不符合题意，

即 D 的轨迹方程为 $x^2+y^2+3x+2=0\ (x\ne-2)$，故 B 错误；

易知 $CA\perp AQ, CB\perp BQ$，即 Q、A、B、C 四点在以 CQ 为直径的圆上，

故 C 正确；

不妨设 $Q(a,b)$，

则 CQ 为直径的圆心为 $E\left(\frac{a-2}{2},\frac{b}{2}\right)$，半径为 $\frac{\sqrt{(a+2)^2+b^2}}{2}$，

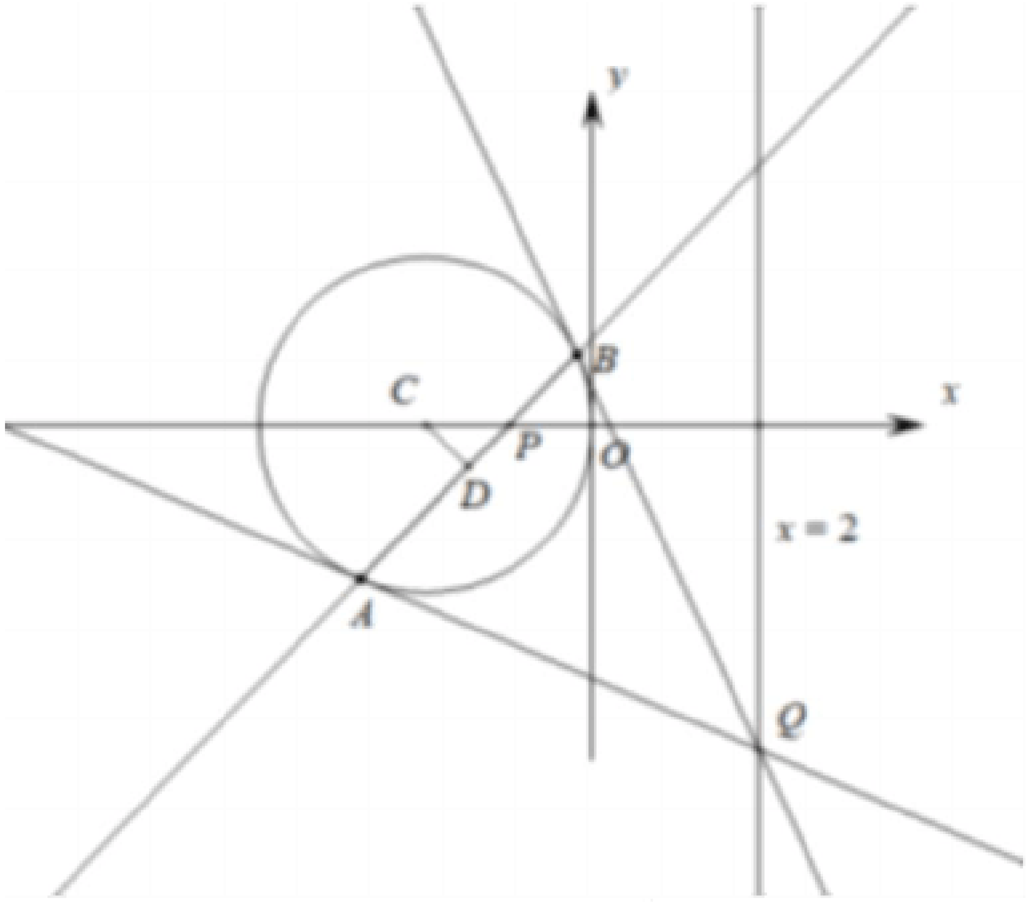
故该圆方程为 $E:x^2-(a-2)x+y^2-by-2a=0$，

易知直线 AB 为圆 C 与圆 E 的公共弦，

两圆方程作差可得 $l_{AB}:(a+2)x+by+2a=0$，

又直线 AB 过点 P，即 $-a-2+2a=0\Rightarrow a=2$，故 D 正确；

故选：ACD



12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，H 为棱 AA_1（包含端点）上的动点，下列命题正确的是（　　）

A. 二面角 D_1-AB_1-C 的大小为 $\frac{\pi}{3}$

B. $CH\perp BD$

C. 若 O 在正方形 DCC_1D_1 内部，且 $|OB|=\frac{\sqrt{6}}{2}$，则点 O 的轨迹长度为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. 若 $CH\perp$ 平面 β，则直线 CD 与平面 β 所成角的正弦值的取值范围为 $\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

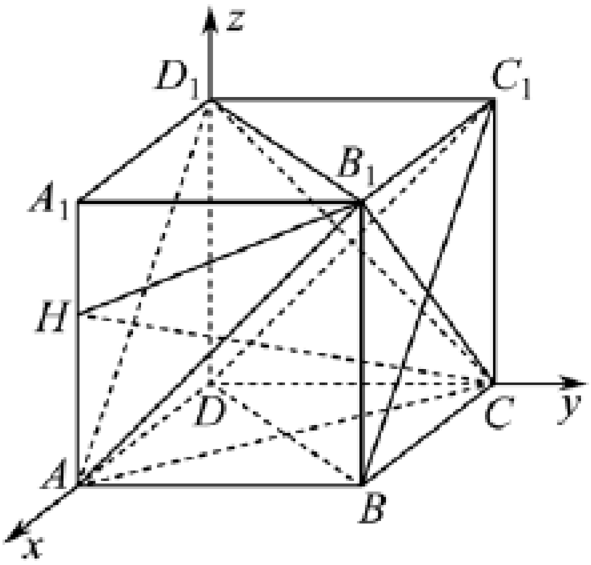
【答案】BD

【解析】

【分析】根据几何体为正方体可建立如图所示的空间直角坐标系，求出平面 AB_1C 的法向量和平面 AB_1D_1 的法向量，可利用数量积计算夹角的余弦值后可判断 A 的正误，求出 $\overrightarrow{CH},\overrightarrow{DB}$ 的坐标后利用数量积可判断 B

的正误，由已知确定O轨迹图形，进而求其长度判断 C；最后利用直线CD和平面β的法向量计算线面角的正弦值后可判断 D 的正误.

【详解】



由正方体可建立如图所示的空间直角坐标系，

则$D(0,0,0), B(1,1,0), C(0,1,0), A(1,0,0), D_1(0,0,1), C_1(0,1,1), B_1(1,1,1)$,

设$H(1,0,h)$，其中$0 \le h \le 1$，

对于 A：$\overrightarrow{AB_1}=(0,1,1)$，$\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,1), \overrightarrow{AC}=(-1,1,0)$,

设平面AB_1D_1的法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$,

则$\begin{cases} \vec{m}\cdot\overrightarrow{AB_1}=0 \\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{AD_1}=0 \end{cases}$，即$\begin{cases} y+z=0 \\ -x+z=0 \end{cases}$，取$z=1$，则$x=1, y=-1$，

故$\vec{m}\ (1,-1,1)$.

设平面AB_1C的法向量为$\vec{n}=(a,b,c)$,

则$\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{AB_1}=0 \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \end{cases}$，即$\begin{cases} b+c=0 \\ -a+b=0 \end{cases}$，取$b=1$，则$a=1, c=-1$，

故$\vec{n}\ (1,1,-1)$.

故$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\frac{-1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=-\frac{1}{3}$，而二面角$D_1-AB_1-C$为锐二面角，

故其余弦值为$\frac{1}{3}$，不为$\frac{1}{2}$，故二面角D_1-AB_1-C的平面角不是$\frac{\pi}{3}$，故 A 错误.

对于 B：$\overrightarrow{CH}=(1,-1,h), \overrightarrow{DB}=(1,1,0)$，故$\overrightarrow{CH}\cdot\overrightarrow{DB}=0$即$CH\perp BD$，

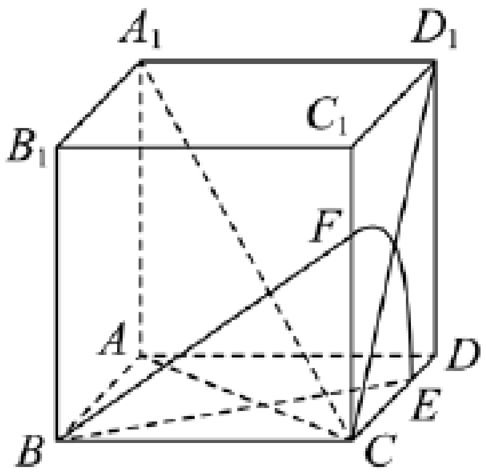
故 B 正确.

对于 C：由O在正方形DCC_1D_1内部，且$|OB|=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

若 E,F 分别是 CD,CC_1 上的点，且 $CE=CF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，此时 $BE=BF=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

由图知：O 在 $\overset{\frown}{EF}$ 上，故以 C 为圆心，$\frac{\sqrt{2}}{2}$ 为半径的四分之一圆弧上，

所以点 O 轨迹的长度为 $\frac{1}{4}\times\sqrt{2}\pi=\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$；



故 C 错误.

对于 D：设直线 CD 与平面 β 所成的角为 θ.

因为 $CH\perp$ 平面 β，故 $\overrightarrow{CH}=(1,-1,h)$ 为平面 β 的法向量，

而 $\overrightarrow{DC}=(0,1,0)$，故 $\sin\theta=\left|\cos\left\langle\overrightarrow{DC},\overrightarrow{CH}\right\rangle\right|=\left|\frac{1}{\sqrt{h^2+2}}\right|=\frac{1}{\sqrt{h^2+2}}$，

而 $h\in[0,1]$，$\therefore\frac{1}{\sqrt{h^2+2}}\in\left[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$，故 D 正确.

故选：BD.

【点睛】思路点睛：空间中位置关系的判断、角的计算或范围的判断，可结合几何体的规则性建立合适空间直角坐标系，通过向量的共线、向量的数量积等来判断位置关系，通过平面的法向量、直线的法向量等来处理相关角的计算或范围问题.

非选择题部分

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 过点 $(1,1)$ 且与直线 $l_1:3x+4y+5=0$ 平行的直线记为 l_2，则两平行线 l_1，l_2 之间的距离为________.

【答案】$-\frac{12}{5}$ ##－2.4

【解析】

【分析】利用两直线的平行关系先求 l_2，再由平行线的距离公式计算即可.

【详解】由题意不妨设 $l_2: 3x+4y+m=0$，则 $3\times1+4\times1+m=0 \Rightarrow m=-7$，

所以两平行线 l_1，l_2 之间的距离 $d=\frac{|-7-5|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{12}{5}$.

故答案为：$-\frac{12}{5}$

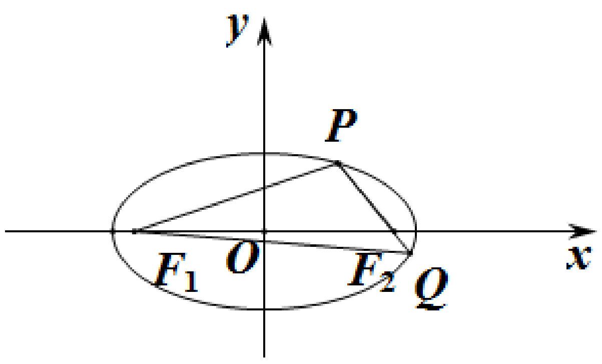
14. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1, F_1, F_2$ 为椭圆 C 的左右焦点，P 为椭圆 C 上的一点，且 $\angle F_1PF_2=90°$，延长 PF_2 交椭圆于 Q，则 $|F_1Q|=$________.

【答案】$\frac{10}{3}$

【解析】

【分析】根据 $\angle F_1PF_2=90°$，建立向量关系，求出 P 点坐标，然后求出 PF_2 直线方程，联立椭圆方程，求出 Q 点坐标，再利用两点间距离公式求解.

【详解】



由椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$，得 $F_1\left(-\sqrt{2},0\right)$，$F_2\left(\sqrt{2},0\right)$，

设 $P\left(m,n\right)$，

因为 $\angle F_1PF_2=90°$，

所以 $\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_2P}=0$，则 $\left(m+\sqrt{2},n\right).\left(m-\sqrt{2},n\right)=0$，

即 $m^2-2+n^2=0$，

又因为 P 为椭圆 C 上的一点，

所以 $\frac{m^2}{4}+\frac{n^2}{2}=1$

联立得，$m^2=0, n^2=2$，

所以 $P\left(0,\sqrt{2}\right)$ 或 $P\left(0,-\sqrt{2}\right)$,、

①当 $P\left(0,\sqrt{2}\right)$时，$k_{PF_2}=-1$，PQ 直线方程为 $y-0=-\left(x-\sqrt{2}\right)$，即 $y=-x+\sqrt{2}$，

联立$\begin{cases} y=-x+\sqrt{2} \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$ 得 $Q\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3},-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$，

所以 $|F_1Q|=\sqrt{\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3}+\sqrt{2}\right)^2+\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\dfrac{10}{3}$，

②当 $P\left(0,-\sqrt{2}\right)$，$k_{PF_2}=1$，$PQ$ 直线方程为 $y-0=x-\sqrt{2}$，即 $y=x-\sqrt{2}$，

联立$\begin{cases} y=x-\sqrt{2} \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1 \end{cases}$ 得 $Q\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3},\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)$，

所以 $|F_1Q|=\sqrt{\left(\dfrac{4\sqrt{2}}{3}+\sqrt{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)^2}=\dfrac{10}{3}$，

综上，$|F_1Q|=\dfrac{10}{3}$，

故答案为：$\dfrac{10}{3}$

15. 把正方形 $ABCD$ 沿对角线 AC 折成 $\dfrac{\pi}{3}$ 的二面角，E、F 分别是 BC、AD 的中点，O 是原正方形 $ABCD$ 的中心，则 $\angle EOF$ 的余弦值为_________.

【答案】$-\dfrac{1}{4}$##-0.25

【解析】

【分析】根据空间向量的夹角公式，结合数量积的运算即可求解.

【详解】由于 $OB\perp CA, OD\perp CA$，所以 $\angle BOD=\dfrac{\pi}{3}$，

不妨设正方形的边长为 2，则 $|OA|=|OB|=|OC|=|OD|=\sqrt{2}$，$|OE|=|OF|=\dfrac{1}{2}|BC|=1$，

$\overrightarrow{OE}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right),\overrightarrow{OF}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}\right)$，

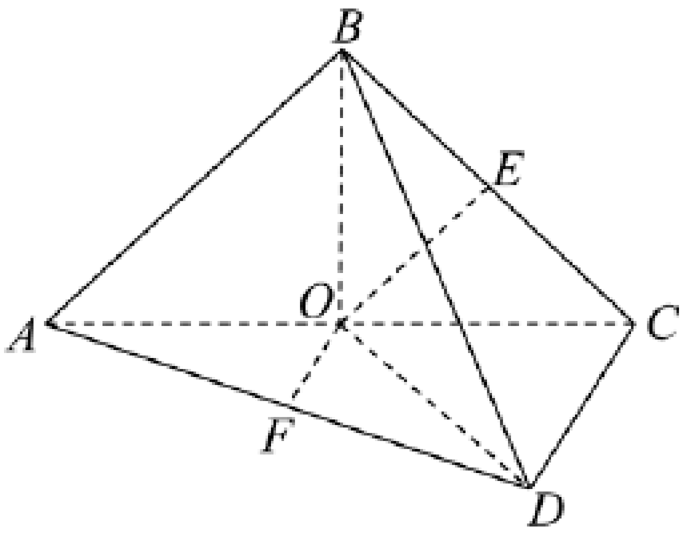
所以 $\overrightarrow{OE}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right),\overrightarrow{OF}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}\right)$，

故 $\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OF}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}\right)\cdot\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}\right)=\dfrac{1}{4}\left[\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OD}\right]$

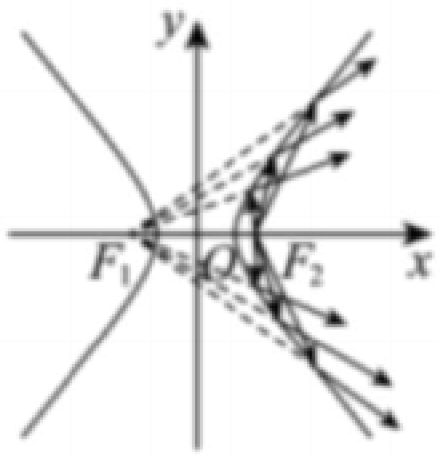
$=\dfrac{1}{4}\left(0-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\dfrac{1}{2}+0\right)=-\dfrac{1}{4}$，

所以$\cos\angle EOF=\cos\left\langle\overrightarrow{OE},\overrightarrow{OF}\right\rangle=\dfrac{\overrightarrow{OE}\cdot\overrightarrow{OF}}{\left|\overrightarrow{OE}\right|\cdot\left|\overrightarrow{OF}\right|}=-\dfrac{1}{4}$,

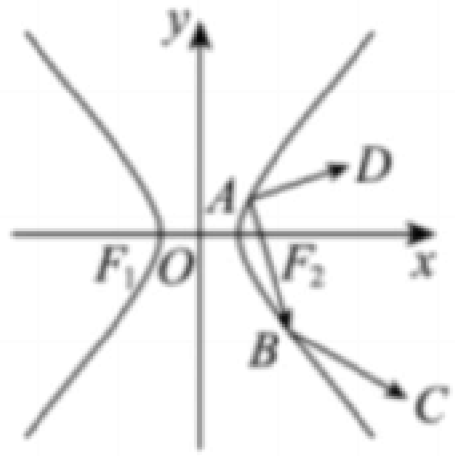
故答案为：$-\dfrac{1}{4}$



16. 双曲线的光学性质为：如图①，从双曲线的右焦点F_2发出的光纤经双曲线镜面反射，反射光线的反向延长线经过左焦点F_1．我国首先研制成功的“双曲线新闻灯”，就是利用了双曲线的这个光学性质．某“双曲线灯”的轴截面是双曲线一部分，如图②，其方程为$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1,F_1,F_2$为其左右焦点，若从由焦点$F_2$发出的光线经双曲线上的点$A$和点$B$反射后，满足$DA\perp AB,\tan\angle ABC=-\dfrac{5}{12}$，则该双曲线的离心率为________.



图①



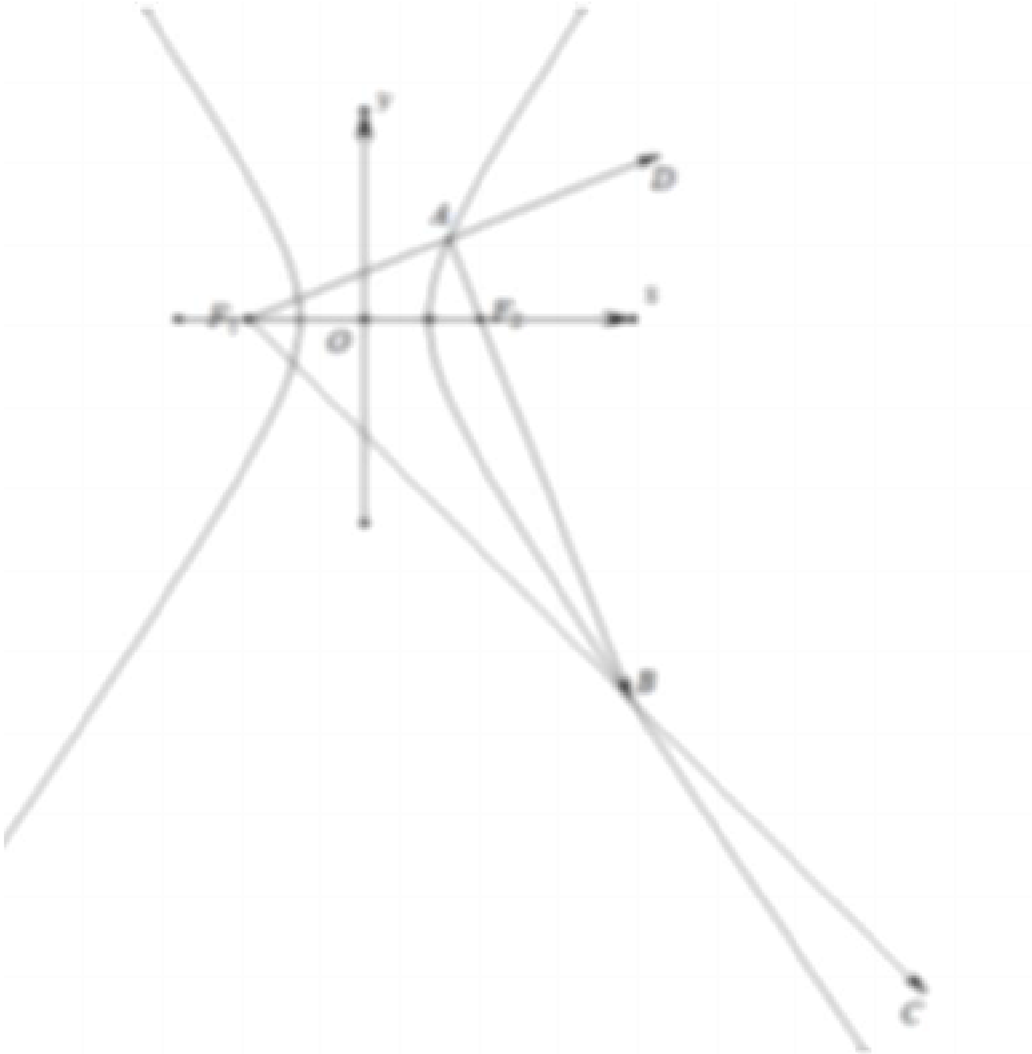
图②

【答案】$\dfrac{\sqrt{29}}{3}$

【解析】

【分析】根据双曲线的光学性质结合双曲线的定义利用勾股定理计算即可.

【详解】



根据双曲线的光学性质可知F_1,A,D与F_1,B,C三点共线，

故$F_1A\perp AB,\tan\angle ABF_1=-\tan\angle ABC=\frac{5}{12}$，

不妨设$|AF_1|=5x$，则$|AB|=12x,|BF_1|=13x$，

由双曲线的定义可知$|F_1B|-|F_2B|=2a=|F_1A|-|F_2A|\Rightarrow\begin{cases}13x-|F_2B|=2a\\5x-|F_2A|=2a\end{cases}$，

两式相加可得$18x-\left(|F_2A|+|F_2B|\right)=4a=6x$，

所以$2a=3x\Rightarrow|AF_1|=\frac{10a}{3}\Rightarrow|AF_2|=\frac{4a}{3}$，

由勾股定理可知$|AF_1|^2+|AF_2|^2=|F_1F_2|^2\Rightarrow\frac{100a^2}{9}+\frac{16a^2}{9}=4c^2\Rightarrow e^2=\frac{29}{9}$，

故$e=\frac{\sqrt{29}}{3}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{29}}{3}$.

四、解答题：本题共**6**小题，共**70**分**.**解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤**.**

17. 已知圆$O:x^2+y^2-4x-2y=0$，直线l过点$P(0,2)$.

（1）若直线l被圆O截得的弦长2，求直线l的方程；

（2）若直线l被圆O截得的优弧和劣弧的弧长之比为$3:1$，求直线l的方程.