

江苏省苏州市南航苏州附中 2024 届高三上学期零模模拟

数学试题

学校: _____ 姓名: _____ 班级: _____ 考号: _____

一、单选题

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, 集合 $B = \{y \mid y = |x|, x \in A\}$, 则 $B =$ ()
- A. $\{-1\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 已知向量 $\vec{a} = (-1, 1)$, $\vec{b} = (2, x)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ ()
- A. 3 B. -3 C. 4 D. -4
3. 已知各顶点都在一个球面上的正三棱柱的高为 2, 这个球的体积为 $\frac{20\sqrt{5}}{3}\pi$, 则这个正三棱柱的体积为 ()
- A. $4\sqrt{3}$ B. $6\sqrt{3}$ C. 6 D. 4
4. 已知函数 $f(x) = (e^x - e^{-x}) \cdot x^3$, 若 m 满足 $f(\log_2 m) + f(\log_{0.5} m) < 2\left(e - \frac{1}{e}\right)$, 则实数 m 的取值范围是 ()
- A. $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ B. $(2, +\infty)$ C. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ D. $\left(0, \frac{1}{2}\right) \cup (2, +\infty)$
5. 某罐中装有大小和质地相同的 4 个红球和 3 个绿球, 每次不放回地随机摸出 1 个球. 记 $R_1 =$ “第一次摸球时摸到红球”, $G_1 =$ “第一次摸球时摸到绿球”, $R_2 =$ “第二次摸球时摸到红球”, $G_2 =$ “第二次摸球时摸到绿球”, $R =$ “两次都摸到红球”, $G =$ “两次都摸到绿球”, 则下列说法中正确的是 ()

A. $P(G_2) = \frac{1}{3}$

B. $P(R) = P(R_1)P(R_2)$

C. $P(R_2) + P(G_2) = 1$

D. $P(G_2 | R_1) + P(R_2 | G_1) = 1$

6. 在 $\triangle ABC$ ，角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，若 $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{DC}$, $b\sin A + \sqrt{3}a\cos B = 0$ ，且 $2a + c = 12$ ，则 BD 的最小值为 ()

A. $\sqrt{2}$

B. 2

C. $2\sqrt{6}$

D. $3\sqrt{2}$

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = \frac{3}{5}$ ，且 $a_{n+1} = \frac{3a_n}{2a_n + 1}$ ， $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n} < 2025$ ，则满足条件的最大整数 $n =$ ()

A. 2022

B. 2023

C. 2024

D. 2025

8. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的右焦点为 F ，以坐标原点 O 为圆心、 OF 为半径作圆与双曲线 C 的渐近线在第一象限交于点 P ，设 H 为 $\triangle OPF$ 的垂心，恰有 $OH = b$ ，

则双曲线 C 的离心率 e 应满足 ()

A. $e \in (1, \sqrt{2})$

B. $e \in (\sqrt{2}, \sqrt{3})$

C. $e \in (\sqrt{3}, 2)$

D. $e \in (2, +\infty)$

二、多选题

9. 下列说法正确的是 ()

A. 一组数 1, 5, 6, 7, 10, 13, 15, 16, 18, 20 的第 75 百分位数为 15.5

B. 在经验回归方程 $\hat{y} = -0.6x + 2$ 中，当解释变量 x 每增加 1 个单位时，相应变量 \hat{y}

增加 0.6 个单位

C. 数据 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 的方差为 M , 则数据 $3a_1+1, 3a_2+1, 3a_3+1, \dots, 3a_n+1$ 的方差为 $9M$

D. 一个容量为 50 的样本方差 $s^2 = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} (x_i - 2)^2$, 则这组样本数据的总和等于 100

10. 已知 $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$, 则 ()

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 所得图象关于 y 轴对称

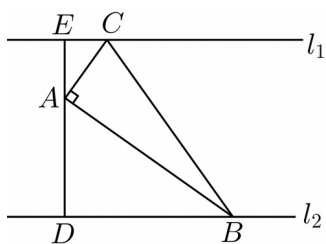
C. 函数 $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减

D. 若 $f(\theta) = \frac{1}{2}$, 则 $8 \tan\left(\theta + \frac{\pi\pi}{6}\right) - \tan^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

11. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 点 A 是 l_1, l_2 之间的一个定点, 点 A 到 l_1, l_2 的距离分别为 1 和 2.

点 B 是直线 l_2 上一个动点, 过点 A 作 $AC \perp AB$, 交直线 l_1 于点 $C, \overline{GA} + \overline{GB} + \overline{GC} = \vec{0}$, 则

()



A. $\overline{AG} = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC})$

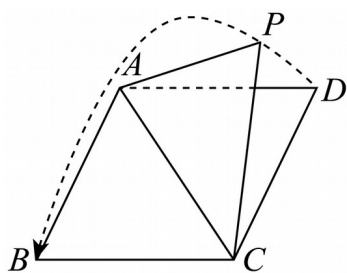
B. $\triangle GAB$ 面积的最小值是 $\frac{2}{3}$

C. $|\overline{AG}| \geq 1$

D. $\overline{GA} \cdot \overline{GB}$ 存在最小值

12. 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle ADC = 60^\circ$, 将 $\triangle ACD$ 沿 AC 翻折为三棱锥

$P-ABC$ ，点 P 为翻折过程中点 D 的位置，则下列结论正确的是 ()



- A. 无论点 P 在何位置，总有 $AC \perp PD$
- B. 点 P 存在两个位置，使得 $V_{P-ABC} = 1$ 成立
- C. 当 $PB = \sqrt{6}$ 时，边 AD 旋转所形成的曲面的面积为 $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
- D. 当 $PB = 2$ 时， M 为 PB 上一点，则 $|AM| + |CM|$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$

三、填空题

13. $(1-2x^2)\left(x+\frac{2}{x}\right)^8$ 的展开式中常数项为____. (用数字作答)

14. 在 $\triangle ABC$ 中 $A = \frac{\pi}{3}$ ，点 O 在 $\triangle ABC$ 所在平面内，且 $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} = \vec{0}$ ，

$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$ ，则 $\triangle ABC$ 外接圆的面积为____.

15. 已知抛物线 $E: x^2 = 4y$ 和圆 $F: x^2 + (y-1)^2 = 1$ ，过 F 点作直线 l 与上述两曲线自左而右依次交于点 A, C, D, B ，则 $|AC| + 2|BD|$ 的最小值为____

16. 已知 $f(x) = |xe^x|$ ，若 $g(x) = [f(x)]^2 - 2tf(x) + 1 (t \in \mathbf{R})$ 有四个不同的零点，则 t 的取值范围是____.

四、解答题

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为整数, $a_3 = 9$, 设其前 n 项和为 S_n , 且 $\left\{\frac{S_n}{a_n+1}\right\}$ 是公差

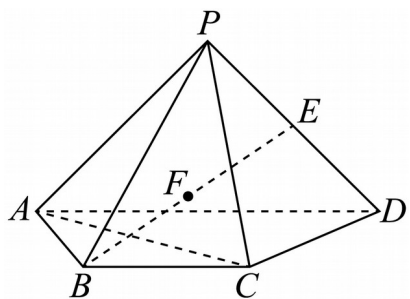
为 $\frac{1}{2}$ 的等差数列.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = a_{2n-1} - 80$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, $\triangle PAD$ 是以 AD 为斜边的等腰直角三角形, 且面

$PAD \perp$ 面 $ABCD$, $BC \parallel AD$, $AB \perp AD$, $AD = 2AB = 2BC = 2$, E 为 PD 的中点.



(1) 求二面角 $P-AC-D$ 所成角的余弦值;

(2) 设 F 是 BE 的中点, 判断点 F 是否在平面 PAC 内, 并证明结论.

19. 已知锐角 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c , $c=1$.

$$\textcircled{1} \frac{b}{a} = \frac{\cos B}{1 + \cos A}; \quad \textcircled{2} \sin^2 A - \sin^2 B = \sin B \sin C.$$

(1) 从 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 两个条件中任选一个, 证明: $A=2B$;

(2) 若 S 为 $\triangle ABC$ 的面积, 求 S 的取值范围.

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答计分.

20. 一只蚂蚁位于数轴 $x=0$ 处, 这只蚂蚁每隔一秒钟向左或向右移动一个单位长度,

设它向右移动的概率为 $\frac{2}{3}$, 向左移动的概率为 $\frac{1}{3}$.

(1) 已知蚂蚁 2 秒后所在位置对应的实数为非负数, 求 2 秒后这只蚂蚁在 $x=0$ 处的概率;

(2)记蚂蚁4秒后所在位置对应的实数为 X ，求 X 的分布列与期望.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A 、

B ，点 F 是椭圆的右焦点， $\overline{AF} = 3\overline{FB}$ ， $\overline{AF} \cdot \overline{FB} = 3$.

(1)求椭圆 C 的方程；

(2)经过椭圆右焦点 F 且斜率不为零的动直线 l 与椭圆交于 M 、 N 两点，试问 x 轴上是

否存在异于点 F 的定点 T ，使 $|MF| \cdot |NT| = |NF| \cdot |MT|$ 恒成立？若存在，求出 T 点坐标，

若不存在，说明理由.

22. 已知函数 $f(x) = ax - \frac{\sin \pi x}{\cos^3 x}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$

(1) 当 $a = 8$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $f(x) < \sin 2x$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

参考答案:

1. C

【分析】根据集合 $B = \{y | y = |x|, x \in A\}$, 求解 B 中的元素, 即可求出集合 B .

【详解】因为 $B = \{y | y = |x|, x \in A\}, A = \{-1, 0, 1, 2\}$, 所以 $B = \{0, 1, 2\}$.

故选: C.

2. D

【分析】利用平面向量共线的坐标表示以及数量积的坐标运算求解.

【详解】因为 $\vec{a} // \vec{b}$, 所以 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$, 即 $x = -2$, 所以 $\vec{b} = (2, -2)$,

所以 $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2 - 2 = -4$,

故选: D.

3. B

【分析】先根据外接球体积得到外接球半径, 进而得到底面正三角形的外接圆半径为 r ,

利用柱体体积公式求出答案.

【详解】设球的半径为 R , 则 $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{20\sqrt{5}}{3}\pi \Rightarrow R = \sqrt{5}$,

又正三棱柱的高为 $h = 2$,

设底面正三角形的外接圆半径为 r ,

$\therefore \left(\frac{h}{2}\right)^2 + r^2 = R^2$, 故 $1 + r^2 = 5$, 解得 $r = 2$,

由正弦定理得底面等边三角形的边长为 $a = 2r \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$,

则这个正三棱柱的体积为 $\frac{1}{2}a^2 \times \sin 60^\circ \cdot h = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 = 6\sqrt{3}$.

故选: B.

4. A

【分析】根据题意，由奇偶性的定义可得 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数，然后求导得 $f'(x)$ ，

即可判断 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性，再将不等式化简求解，即可得到结果。

【详解】因为函数 $f(x) = (e^x - e^{-x}) \cdot x^3$ 定义域为 \mathbf{R} 关于原点对称，

$$\text{且 } f(-x) = (e^{-x} - e^x) \cdot (-x)^3 = (e^x - e^{-x}) \cdot x^3 = f(x),$$

所以 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数，

$$\text{又 } f'(x) = (e^x + e^{-x}) \cdot x^3 + 3x^2 \cdot (e^x - e^{-x}),$$

当 $x > 0$ 时， $e^x > 1, 0 < e^{-x} < 1$ ，则 $f'(x) > 0$ ，所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增，

$$\text{又 } \log_{0.5} m = -\log_2 m, \text{ 则 } f(\log_{0.5} m) = f(-\log_2 m) = f(\log_2 m),$$

且 $f(1) = e - \frac{1}{e}$ ，则不等式 $f(\log_2 m) + f(\log_{0.5} m) < 2\left(e - \frac{1}{e}\right)$ 可化为

$$2f(\log_2 m) < 2f(1), \text{ 即 } f(\log_2 m) < f(1),$$

且 $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的偶函数， $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增，

$$\text{则 } |\log_2 m| < 1, \text{ 即 } -1 < \log_2 m < 1, \text{ 即 } \log_2 \frac{1}{2} < \log_2 m < \log_2 2,$$

所以 $\frac{1}{2} < m < 2$ ，即实数 m 的取值范围是 $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ 。

故选：A

5. C

【分析】根据题意得 $P(G_2) = \frac{C_3^1 C_6^1}{A_7^2}$ ，可对 A 项判断；由 $R = R_1 \cap R_2$ ，可对 B 项判断；

由 $P(R_2) = \frac{4}{7}$, 且 $P(R_2) + P(G_2) = 1$ 可对 C 项判断; 由 $P(G_2 | R_1) = \frac{1}{2}$, $P(R_2 | G_1) = \frac{2}{3}$ 可对

D 项判断.

【详解】对于 A 项: 由题意知 $P(G_2) = \frac{C_3^1 C_6^1}{A_7^2} = \frac{3}{7}$, 故 A 错误.

对于 B 项: 因为 $R = R_1 \cap R_2$, R_1, R_2 不相互独立, 所以 $P(R) \neq P(R_1)P(R_2)$, 故 B 错误.

对于 C 项: 因为 $P(R_2) = \frac{C_4^1 C_6^1}{A_7^2} = \frac{4}{7}$, 所以 $P(R_2) + P(G_2) = 1$, 故 C 正确.

对于 D 项: $P(G_2 | R_1) = \frac{P(R_1 G_2)}{P(R_1)} = \frac{C_4^1 C_3^1}{A_7^2} = \frac{1}{2}$, $P(R_2 | G_1) = \frac{P(G_1 R_2)}{P(G_1)} = \frac{C_3^1 C_4^1}{A_7^2} = \frac{2}{3}$,

则 $P(G_2 | R_1) + P(R_2 | G_1) \neq 1$, 故 D 错误.

故选: C.

6. B

【分析】已知 $b \sin A + \sqrt{3} a \cos B = 0$, 由正弦定理边化角, 化简可得 $B = \frac{2\pi}{3}$, 设

$CD = m, BD = n$, 在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CDB$ 中, 由余弦定理可得 $3n^2 = 4(a-3)^2 + 12$, 可求 BD 的最小值.

【详解】由 $b \sin A + \sqrt{3} a \cos B = 0$ 及正弦定理可得 $\sin B \sin A + \sqrt{3} \sin A \cos B = 0$,

由 $A \in (0, \pi)$, $\sin A > 0$ 可得 $\tan B = -\sqrt{3}$, 故 $B = \frac{2\pi}{3}$.

通解 设 $CD = m, BD = n$, 由 $\overline{AC} = 3\overline{DC}$ 可得 $AD = 2m$,

由余弦定理可得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \angle ABC = a^2 + c^2 + ac$, 又 $2a + c = 12$,

所以 $9m^2 = a^2 + (12-2a)^2 + a(12-2a)$, 得 $3m^2 = a^2 - 12a + 48$.

在 $\triangle ADB$ 和 $\triangle CDB$ 中, 由余弦定理得 $\cos \angle ADB = \frac{4m^2 + n^2 - c^2}{4mn}$, $\cos \angle CDB = \frac{m^2 + n^2 - a^2}{2mn}$,

由 $\angle ADB + \angle CDB = \pi$ 可得 $\frac{4m^2 + n^2 - c^2}{4mn} = -\frac{m^2 + n^2 - a^2}{2mn}$,

故 $3n^2 = -6m^2 + 2a^2 + c^2 = -2(a^2 - 12a + 48) + 2a^2 + (12-2a)^2 = 4(a-3)^2 + 12$,

当 $a=3$ 时, $3n^2$ 取得最小值 12, 即 $3n^2 \geq 12$, 得 $n \geq 2$, 故 BD 的最小值为 2.

优解 由题意知 $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$,

两边同时平方得

$$\overrightarrow{BD}^2 = \frac{1}{9}\overrightarrow{BA}^2 + \frac{4}{9}\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} + \frac{4}{9}\overrightarrow{BC}^2 = \frac{1}{9}c^2 - \frac{2}{9}ac + \frac{4}{9}a^2 \geq 2\sqrt{\frac{1}{9}c^2 \times \frac{4}{9}a^2} - \frac{2}{9}ac = \frac{2}{9}ac,$$

又 $2a+c=12$, 所以当且仅当 $c^2 = 4a^2$, 即 $a=3, c=6$ 时取等号,

则 $\overrightarrow{BD}^2 \geq \frac{2}{9}ac = \frac{1}{9} \times 2a \times c = \frac{1}{9} \times 6 \times 6 = 4$, 故 BD 的最小值为 2.

故选: B

7. C

【分析】将已知条件恒等变换为 $\frac{1}{a_{n+1}} - 1 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a_n} - 1 \right)$, 则有 $\left\{ \frac{1}{a_n} - 1 \right\}$ 是等比数列, 从而得

$\frac{1}{a_n} = 2 \times \left(\frac{1}{3} \right)^n + 1$, $S_n = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$, 根据 S_n 的单调性, 即可得答案.

【详解】因为 $a_{n+1} = \frac{3a_n}{2a_n+1}$, 所以 $\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2a_n+1}{3a_n} = \frac{1}{3a_n} + \frac{2}{3}$, 所以 $\frac{1}{a_{n+1}} - 1 = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{a_n} - 1 \right)$,

所以数列 $\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$ 是等比数列，首项为 $\frac{1}{3}-1=\frac{2}{3}$ ，公比为 $\frac{1}{3}$ ，

$$\text{所以 } \frac{1}{a_n}-1=\frac{2}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}=2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n, \text{ 即 } \frac{1}{a_n}=2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n+1,$$

$$\text{所以 } S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}=2\times\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^2+\cdots+\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]+n$$

$$=2\times\frac{\frac{1}{3}\times\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{1-\frac{1}{3}}+n=n+1-\left(\frac{1}{3}\right)^n,$$

而当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时， S_n 单调递增，

$$\text{又因为 } S_{2024}=2025-\left(\frac{1}{3}\right)^{2024}<2025, \text{ 且 } S_{2025}=2026-\left(\frac{1}{3}\right)^{2025}>2025,$$

所以满足条件的最大整数 $n=2024$ 。

故选：C。

【点睛】 关键点睛：本题的关键是发现 $\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$ 是等比数列，从而由等比数列前 n 项和公式

可将 $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\cdots+\frac{1}{a_n}$ 表示出来，结合单调性即可得解。

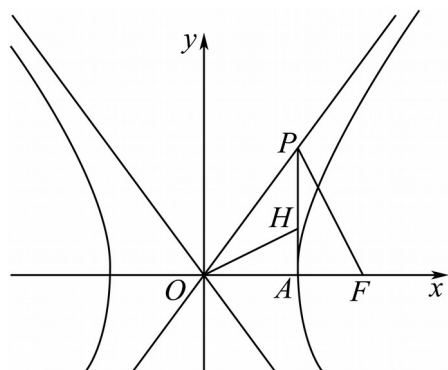
8. B

【分析】 根据 H 为垂心，且 $OP=OF$ 得到 $\angle HOA=\frac{1}{2}\angle POA$ ，利用渐近线的斜率为 $\frac{b}{a}$ 和

$OP=c$ 得到 $OA=a$ ， $PA=b$ ，然后利用余弦的二倍角公式列等式得到 $e^3+e^2-3e-1=0$ ，构

构造函数 $f(e) = e^3 + e^2 - 3e - 1$ ，利用单调性和零点存在性定理确定 e 的范围。

【详解】



连接 PA 交 OF 于 A ，由题意知， $PA \perp OF$ ， $OH \perp PF$ ， $OH = b$ ， $OP = OF = c$ ， $k_{OP} = \frac{b}{a}$ ，

在 $Rt\triangle OPA$ 中， $OP = c$ ， $k_{OP} = \frac{b}{a}$ ， $c^2 = a^2 + b^2$ ，所以 $OA = a$ ， $PA = b$ ，

因为 $OP = OF$ ， $OH \perp PF$ ，所以 $\angle HOA = \frac{1}{2} \angle POA$ ，

$\cos \angle HOA = \frac{a}{b}$ ， $\cos \angle POA = \frac{a}{c}$ ，所以 $2\left(\frac{a}{b}\right)^2 - 1 = \frac{a}{c}$ ，整理得 $\frac{2}{\left(\frac{c}{a}\right)^2} - 1 = \frac{1}{\frac{c}{a}}$ ，即

$\frac{2}{e^2 - 1} - 1 = \frac{1}{e}$ ，整理得 $e^3 + e^2 - 3e - 1 = 0$ ，

设 $f(e) = e^3 + e^2 - 3e - 1$ ， $e \in (1, +\infty)$ ，则 $f'(e) = 3e^2 + 2e - 3$ ，对称轴为 $e = -\frac{1}{3}$ ，所以 $f'(e)$

在 $(1, +\infty)$ 单调递增，又 $f'(1) = 2 > 0$ ，所以当 $e > 1$ 时， $f'(e) > 0$ ，即 $f(e)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调

递增，又 $f(\sqrt{2}) = 1 - \sqrt{2} < 0$ ， $f(\sqrt{3}) = 2 > 0$ ，所以 $e \in (\sqrt{2}, \sqrt{3})$ 。

故选：B.

【点睛】方法点点睛：双曲线的离心率是双曲线最重要的几何性质，求双曲线的离心率(或离心率的取值范围)

①求出 a, c ，代入公式 $e = \frac{c}{a}$ ；

②只需要根据一个条件得到关于 a, b, c 的齐次式，结合 $b^2 = c^2 - a^2$ 转化为 a, c 的齐次式，然后等式(不等式)两边分别除以 a 或 a^2 转化为关于 e 的方程(不等式)，解方程(不等式)即可得 e (e 的取值范围).

9. CD

【分析】由百分位数的定义，即可判断 A，由回归方程的性质即可判断 B，由方差的性质即可判断 CD.

【详解】对于 A，因为 $10 \times 75\% = 7.5$ ，所以这组数据的第 75 百分位数是第 8 个数，即为 16，故 A 错误；

对于 B，由回归方程可知，当解释变量 x 每增加 1 个单位时，相应变量 \hat{y} 减少 0.6 个单位，故 B 错误；

对于 C，由数据 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 的方差为 M ，

则数据 $3a_1 + 1, 3a_2 + 1, 3a_3 + 1, \dots, 3a_n + 1$ 的方差为 $3^2 \cdot M = 9M$ ，故 C 正确；

对于 D，由 $s^2 = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} (x_i - 2)^2$ ，得 $\bar{x} = 2$ ，

所以这组样本数据的总和等于 $50 \times 2 = 100$ ，故 D 正确.

故选：CD.

10. ACD

【分析】运用辅助角公式化简，得到 $f(x) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，再结合正弦型图象与性质，三

角函数图象的平移变换逐项判断即可.

【详解】由 $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3}\cos 2x$ ，得 $f(x) = 2\left(\frac{1}{2}\sin 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x\right) = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ ，

对于 A：最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ ，所以 A 正确；

对于 B：将函数 $f(x)$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{\pi}{6}$ ，

所得图象的函数解析式为 $g(x) = 2\sin\left[2\left(x - \frac{\pi\pi}{6}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = 2\sin 2x$ ，

而 $g(x)$ 为奇函数，所以其图象关于原点对称，所以 B 错误；

对于 C：令 $2k\pi + \frac{\pi}{2} \leq 2x \leq 2k\pi + \frac{3\pi}{2}$ ， $k \in \mathbb{Z}$ ，化简得 $k\pi + \frac{\pi}{4} \leq x \leq k\pi + \frac{3\pi}{4}$ ，

当 $k=0$ 时， $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ，又因为 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right] \subseteq \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ ，

所以函数在 $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{7\pi}{12}\right]$ 单调递减，所以 C 正确；

对于 D 选项：因为 $f(\theta) = \frac{1}{2}$ ，所以 $\sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{4}$ ，

所以 $\sin\left(\theta + \frac{\pi\pi}{6}\right)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{8}$ ，所以 $\frac{\sin\left(\theta + \frac{\pi\pi}{6}\right)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2\left(\theta + \frac{\pi\pi}{6}\right) + \cos^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{1}{8}$ ，

即得 $\frac{\tan\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)}{\tan^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) + 1} = \frac{1}{8}$ ，也就是 $8\tan\left(\theta + \frac{\pi\pi}{6}\right) - \tan^2\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ ，

所以 D 正确。

故选：ACD.

11. BC

【分析】根据题意建立合适的直角坐标系，设出 $C(m,3)$ ， $B(n,0)$ ， $G(x,y)$ ，根据

$AC \perp AB$ 及 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ，即可找到三个点的坐标关系，分别写出 \overrightarrow{AG} ， $\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ，

即可判断 A；取 AB 中点为 F ，连接 CF ，根据 $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ ，可得 G, C, F 三点共线，

且 G 为 CF 靠近 F 的三等分点，即可找到 $\triangle GAB$ 面积与 $\triangle ABC$ 面积之间比例关系，进而建

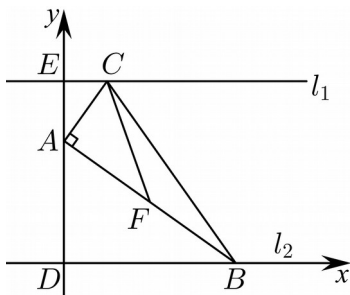
立 $\triangle GAB$ 面积等式，根据基本不等式即可判断 B；求出 $|\overrightarrow{AG}|$ ，再根据基本不等式可判断

C；写出 $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB}$ 进行化简，根据 m 的范围即可得到 $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB}$ 的最值情况.

【详解】设 AB 中点为 F ，

连接 CF ，

以 D 为原点， DB, DE 方向分别为 x, y 轴建立如图所示的直角坐标系，



则 $A(0,2)$ ， $E(0,3)$ ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/536115212151010040>