九年级上学期期末级数学试卷

一、单选题

1．一元二次方程 $(3x-1)^2=5x$ 化简成一般式后，二次项系数为 9，其一次项系数为（　　）

A．1　　B．-1　　C．-11　　D．11

2．下列环保标志，既是轴对称图形，也是中心对称图形的是（　　）

A．

B．

C．

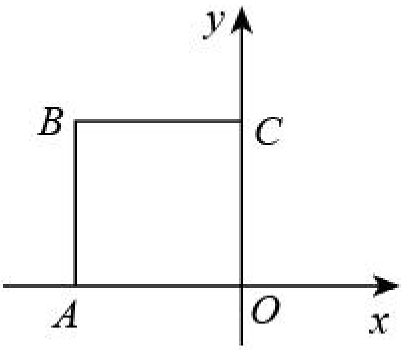
D．

3．不透明的袋子中装有形状、大小、质地完全相同的 6 个球，其中 4 个黑球、2 个白球，从袋子中一次摸出 3 个球，下列事件是不可能事件的是（　　）

A．摸出的是 3 个白球　　B．摸出的是 3 个黑球

C．摸出的是 2 个白球、1 个黑球　　D．摸出的是 2 个黑球、1 个白球

4．如图，正方形 $OABC$ 的边长为 $\sqrt{2}$，将正方形 $OABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 45°，则点 B 的对应点 B_1 的坐标为（　　）



A．$\left(\sqrt{2},0\right)$　　B．$(-\sqrt{2},0)$　　C．$(0,\sqrt{2})$　　D．$(0,2)$

5．若关于 x 的方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有两不相等实数根，则 k 的取值范围是（　　）

A．$k\le 5$　　B．$k<5$　　C．$k\le 5$ 且 $k\ne 1$　　D．$k<5$ 且 $k\ne 1$

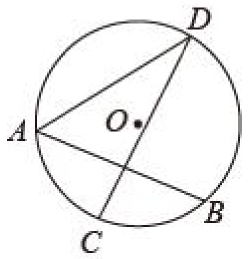
6．将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 a 个单位，再向上平移 b 个单位得到解析式 $y=x^2-4x+2$，则 a、b 的值是（　　）

A．－2，－2　　B．－2，2　　C．2，－2　　D．2，2

7．二次函数 $y=x^2+bx+3$ 满足当 $x<-2$ 时，y 随 x 的增大而减小，当 $x>-2$ 时，y 随 x 的增大而增大，则 $x=1$ 时，y 的值等于（　　）

A．－8　　B．0　　C．3　　D．8

8．如图，AB是⊙O的弦，且AB＝6，点C是弧AB中点，点D是优弧AB上的一点，∠ADC＝30°，则圆心O到弦AB的距离等于（　　）



A．$3\sqrt{3}$　　B．$\frac{3}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

9． 已知点$A\left(x_1, y_1\right)$，$B\left(x_2, y_2\right)$在反比例函数$y=\frac{6}{x}$的图象上，且$x_1<0<x_2$，则下列结论一定正确的是（　　）

A．$y_1+y_2<0$　　B．$y_1+y_2>0$　　C．$y_1<y_2$　　D．$y_1>y_2$

10．二次函数$y=ax^2+2ax+c$ （a，c为常数且a<0）经过$(1, m)$，且$mc<0$，下列结论：①$c>0$；②$a<-\frac{c}{3}$；③若关于x的方程$ax^2+2ax=p-c\left(p>0\right)$有整数解，则符合条件的p的值有3个；④当$a\le x\le a+2$时，二次函数的最大值为c，则$a=-4$.其中一定正确的有（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

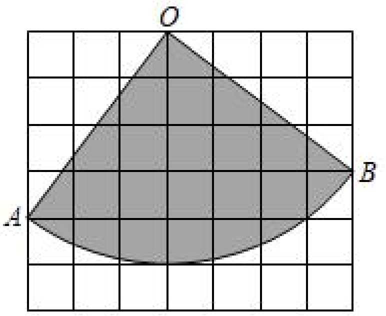
二、填空题

11．若$M(-3, y)$与$N(x, y-1)$关于原点对称，则y^x的值为_________.

12．关于 x 的一元二次方程 $x^2+x-a=0$ 的一个根是2，则另一个根是_________.

13．小亮从家到学校要经过两个设置有红绿灯的路口，第1个路口红绿灯的转换时间是：红灯60秒、绿灯30秒；第二个路口红绿灯的转换时间是：红灯50秒、绿灯50秒.路口之间红绿灯的转换互不相关，小亮上学时两次都遇到绿灯的概率是_________.

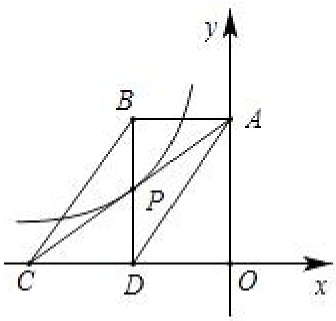
14．在如图所示的网格中，每个小正方形的边长均为1，每个小正方形的顶点叫做格点，点O、A、B都是格点，若图中扇形AOB是一个圆锥的侧面展开图，则该圆锥底面圆的半径为_________.



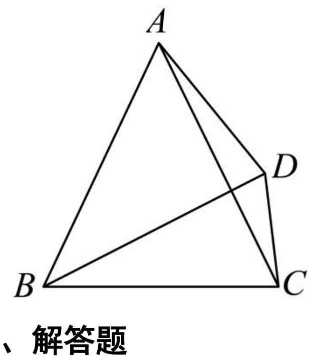
15．关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2k+1)x+k^2=0$ 有两个不相等的实数根.设方程的两个实数根分别为 x_1，x_2，且 $(1+x_1)(1+x_2)=3$ ，则 k 的值是________.

16．开口向上的抛物线 $y=ax^2-2ax-1$ 过点 $(-1,\ y_1)$，$(1,\ y_2)$，$(4,\ y_3)$，若 y_1，y_2，y_3 三个数中有且只有一个数大于零，则 a 的取值范围是____________.

17. 如图，反比例函数 y= $\frac{k}{x}$ 的图象经过▱ ABCD 对角线的交点 P，已知点 A，C，D 在坐标轴上，BD⊥DC，▱ ABCD 的面积为 6，则 k=________.



18．如图，D 是等边三角形 ABC 外一点，连接 AD，BD，CD ，已知 $BD=8$ ，$CD=3$ ，则当线段 AD 的长度最小时，①$\angle BDC=$ ________，② AD 的最小值是________.



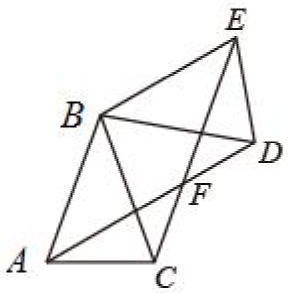
三、解答题

19．解方程：

（1）$3x^2-10x+6=0$

（2）$5x(x-1)=2-2x$.

20．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$BA=BC$，$\angle ABC=40^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 按逆时针方向旋转 100°，得到 $\triangle DBE$，连接 AD，CE 交于点 F.



（1）求证：$\triangle ABD \cong \triangle CBE$ ；

（2）求$\angle AFC$ 的度数.

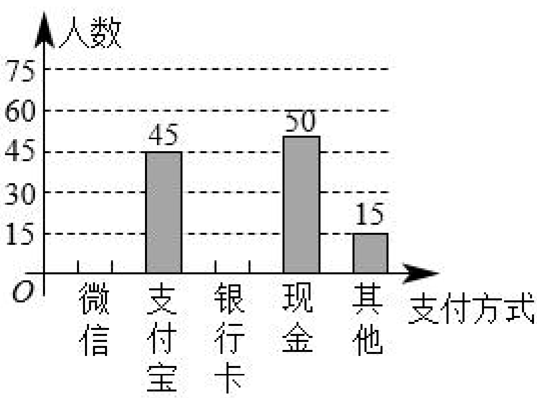
21．阅读材料，解答问题：已知实数 m，n 满足$m^2-m-1=0$ ，$n^2-n-1=0$ ，且$m\neq n$ ，则 m，n 是方程$x^2-x-1=0$ 的两个不相等的实数根，由韦达定理可知$m+n=1$ ，$mn=-1$.根据上述材料，解决以下问题：

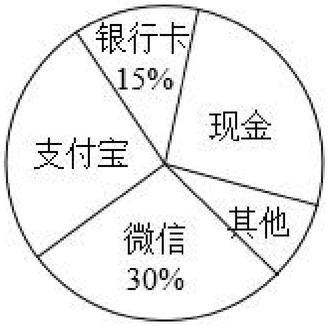
（1）直接应用：已知实数 a，b 满足：$a^2-7a+1=0$ ，$b^2-7b+1=0$ 且$a\neq b$ ，则$a+b=$ _________，$ab=$ _________；

（2）间接应用：在（1）条件下，求$\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}$ 的值；

（3）拓展应用：已知实数 x，y 满足：$\frac{1}{m^2}+\frac{1}{m}=7$ ，$n^2-n=7$ 且$mn\neq -1$ ，求$\frac{1}{m^2}+n^2$ 的值.

22．随着信息技术的迅猛发展，人们去商场购物的支付方式更加多样、便捷.某校数学兴趣小组设计了一份调查问卷，要求每人选且只选一种自己最喜欢的支付方式.现将调查结果进行统计并绘制成如下两幅不完整的统计图，请结合图中所给的信息解答下列问题：





（1）这次活动共调查了_________人；在扇形统计图中，表示“支付宝”支付的扇形圆心角的度数为___度；

（2）将条形统计图补充完整；

（3）在一次购物中，小明和小亮都想从“微信”、“支付宝”、“银行卡”三种支付方式中选一种方式进行支付，请用画树状图或列表格的方法，求出两人恰好选择同一种支付方式的概率.

23．某城市发生疫情，第 x 天$\left(1\le x\le 15\right)$新增病例 y（人）如下表所示：

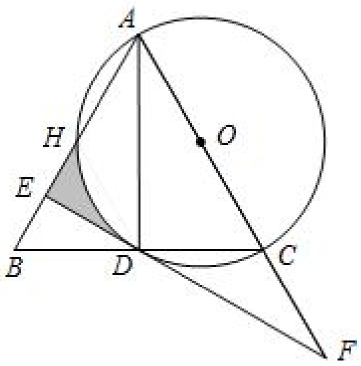
x	1	2	3	4	…	14	15
y	2	24	46	68	…	288	310

（1）根据图表（y 与 x 满足一次函数，二次函数，反比例函数中的一种），请求出 y 与 x 的函数解析式；

（2）由于疫情传染性强，第 15 天开始新增病例人数模型发生变化，第 x 天$\left(x\ge 15\right)$新增病例 y（人）满足$y=-5\left(x-m\right)\left(x-13\right)$ （m 为已知数）.请预计第几天新增病例清零；

（3）为应对本轮疫情，按照每一个新增病例需当天提供一张病床的要求，政府应该在哪一天为新增病例提供的病床最多？最多应该提供多少张病床？

24．如图，以等腰$\triangle ABC$的一腰AC为直径作$\odot O$，交底边BC于点 D，交腰AB于点 H，过点 D 作腰AB的垂线，垂足为 E，交AC的延长线于点 F.



（1）求证：EF是$\odot O$的切线；

（2）若$\angle F=30°$，$AD=\sqrt{3}$，求$\odot O$的半径；

（3）在（2）条件下，求阴影部分的面积 S.

25．抛物线$y=-\frac{2}{3}x^2+\frac{2}{3}x+4$ 与坐标轴分别交于 A，B，C 三点，P 是第一象限内抛物线上的一点.

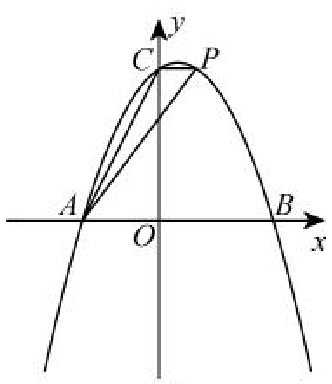


图1

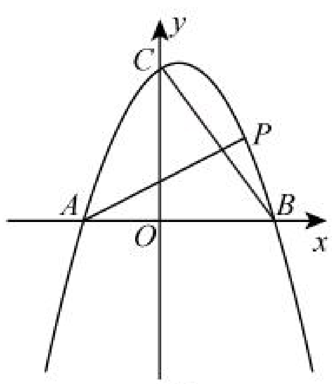


图2

（1）直接写出 A，B，C 三点的坐标为 A____________，B____________，C____________；

（2）连接AP，CP，AC，若$S_{\triangle APC}=2$，求点P的坐标；

（3）连接AP，BC，是否存在点P，使得$\angle PAB=\frac{1}{2}\angle ABC$，若存在，求出点P的坐标，若不存在，请说明理由.

1．C

2．D

3．A

4．D

5．D

6．C

7．D

8．C

9．C

10．C

11．$\frac{1}{8}$

12．-3

13．$\frac{1}{6}$

14．$\frac{5}{4}$

15．3

16．$\frac{1}{8}<a\leq\frac{1}{3}$

17．-3

18．60°；5

19．（1）解：$3x^2-10x+6=0$

∵a＝3 b＝﹣10 c＝6

∴$b^2-4ac=(-10)^2-4\times3\times6=100-72=28>0$，

∴$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{10\pm2\sqrt{7}}{2\times3}$

∴$x=\frac{5+\sqrt{7}}{3}$ 或 $x=\frac{5-\sqrt{7}}{3}$

（2）解：5x（x﹣1）＝2﹣2x

移项得：5x（x﹣1）+2x﹣2＝0

整理得 5x（x﹣1）+2（x﹣1）＝0

提取公因式得：（x﹣1）（5x+2）＝0

解得：x＝1 或 $x=-\dfrac{2}{5}$.

20.（1）证明：∵△ABC 绕点 B 按逆时针方向旋转 100°，

∴∠ABD=∠CBE=100°， $BA=BD$，$BC=BE$，

$\therefore \triangle ABD \cong \triangle CBE(SAS)$，

（2）解：∵ $BA=BC$，$\angle ABC=40^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC=\angle BCA=\dfrac{180^\circ-40^\circ}{2}=70^\circ$，

$\because BA=BD$，$\angle ABD=100^\circ$，

$\therefore \angle BAD=\angle BDA=\dfrac{180^\circ-100^\circ}{2}=40^\circ$，

$\therefore \angle DAC=70^\circ-40^\circ=30^\circ$，

$\because \triangle ABD \cong \triangle CBE$，

$\therefore \angle BCE=\angle BAD=40^\circ$，

$\therefore \angle ACE=70^\circ+40^\circ=110^\circ$，

$\therefore \angle AFC=180^\circ-30^\circ-110^\circ=40^\circ$.

21.（1）7；1

（2）解：由（1）得，$\left(\dfrac{1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}\right)^2=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{2}{\sqrt{ab}}=\dfrac{a+b}{ab}+\dfrac{2}{\sqrt{ab}}=7+2=9$

∴ $\dfrac{1}{\sqrt{a}}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}=3$ （取正）

（3）解：令 $\dfrac{1}{m}=a$ ，$-n=b$ ，则 $a^2+a-7=0$ ，$b^2+b-7=0$ ，

∵ $mn\neq-1$ ，

∴ $\dfrac{1}{m}\neq-n$ ，即 $a\neq b$ ，

∴a，b 是方程 $x^2+x-7=0$ 的两个不相等的实数根，

∴ $\begin{cases}a+b=-1\\ab=-7\end{cases}$ ，

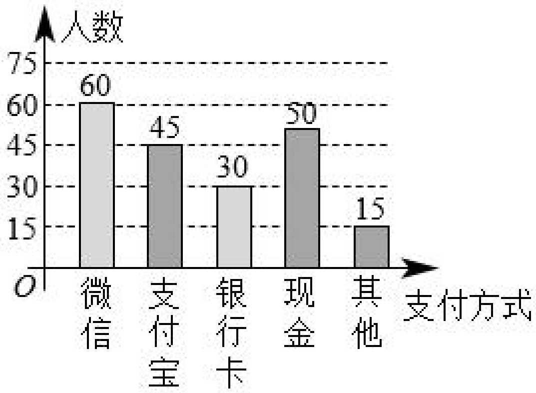
故 $\dfrac{1}{m^2}+n^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=15$.

22.（1）200；81

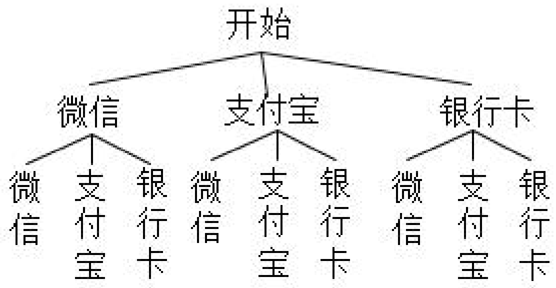
（2）解：喜欢微信支付的人数为 $200\times30\%=60$ （人），

喜欢银行卡支付的人数为 $200\times15\%=30$ （人），

条形统计图补充为：



（3）解：画树状图为：



共有 9 种等可能的结果数，其中两人恰好选择同一种支付方式的结果数为 3，

所以两人恰好选择同一种支付方式的概率$=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

23.（1）解：y 是 x 的一次函数，设 $y=kx+b$，把$(1,2)$，$(2,24)$代入，

得：$\begin{cases}k+b=2\\2k+b=24\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=22\\b=-20\end{cases}$.

∴解析式为 $y=22x-20$；

（2）解：由（1）知，当 $x=15$ 时，$y=310$，

将$(15,310)$代入 $y=-5(x-m)(x-13)$，解得：$m=46$.

∴ $y=-5(x-46)(x-13)$，

由题意 $y=0$，则 $-5(x-46)(x-13)=0$，解得：$x=46$ 或 $x=13$，

∵ $x\geq 15$，

∴预计第 46 天新增病例清零；

（3）解：由题意得，

①当 $0<x\leq 15$ 时，第 15 天时新增确诊病例最多，$y=310$，

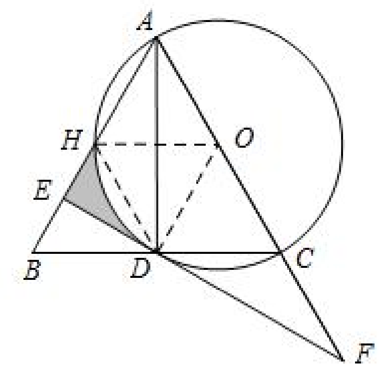
②当 $x>15$ 时， $y=-5(x-46)(x-13)$ 的对称轴为直线 $x=29.5$ ，

当 $x=30$ 和 $x=29$ 时，y 取最大，此时 $y=-5(30-46)(29-13)=1280$ ，

∵ $310<1280$ ，

∴政府应该在第 30 天提供的病床最多，最多应该提供 1280 张.

24．（1）证明：如图，连接 OD ，



∵ AC 是直径，

∴ $\angle ADC=90°$ ，即 $AD\perp BC$ ，

又 $AB=AC$ ，

∴ $BD=CD$ ，

又 $AO=CO$ ，

∴ $OD \parallel AB$ ，

又 $FE\perp AB$ ，

∴ $FE\perp OD$ ，

∴ EF 是 $\odot O$ 的切线;

（2）解：在 $\mathrm{Rt}\triangle ODF$ 中， $\angle F=30°$ ，

∴ $\angle DOC=90°-30°=60°$ ，

∵ $OA=OD$ ，

∴ $\angle OAD=\angle ODA=\frac{1}{2}\angle DOC=30°$ ，

在 $\mathrm{Rt}\triangle ADC$ 中，

设 $CD=x$ ，则 $AC=2x$ ，

由勾股定理得 $AD=\sqrt{3}x=\sqrt{3}$ ，

∴ $x=1$ ，

即 $\odot O$ 的半径为 1;

（3）解：连接OH，DH，

$\because AD \perp BC$，$AB=AC$，

$\therefore \angle BAD=\angle CAD=30^\circ$，$\angle B=\angle OCD=60^\circ$，

在$Rt\triangle ADE$中，$DE=\frac{1}{2}AD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

$\therefore AE=\sqrt{AD^2-DE^2}=\sqrt{3}DE=\frac{3}{2}$，

$\because \angle COD=60^\circ$，$OD=OC$，

$\therefore \triangle COD$是等边三角形，

$\therefore \angle OCD=60^\circ$，

$\because \angle OCD+\angle AHD=180^\circ$，$\angle BHD+\angle AHD=180^\circ$，

$\therefore \angle OCD=\angle BHD=60^\circ$，

$\therefore \angle B=\angle BDH=\angle BHD=\angle OCD=60^\circ$，

$\therefore DH \parallel AC$，

$\therefore S_{\triangle ADH}=S_{\triangle ODH}$，

$\therefore S=S_{\triangle ADE}-S_{扇形DOH}=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{3}{2}-\frac{60\pi\times1^2}{360}=\frac{3\sqrt{3}}{8}-\frac{\pi}{6}$．

25．（1）（-2，0）；（3，0）；（0，4）

（2）解：如图，连接OP，

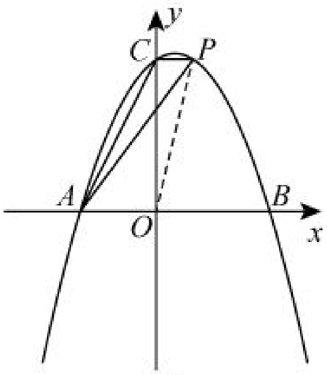


图1

设$P\left(m,-\frac{2}{3}m^2+\frac{2}{3}m+4\right)$，

则$S_{\triangle PAC}=S_{\triangle AOC}+S_{\triangle POC}-S_{\triangle AOP}$

$=\frac{1}{2}\times2\times4+\frac{1}{2}\times4\times m-\frac{1}{2}\times2\times\left(-\frac{2}{3}m^2+\frac{2}{3}m+4\right)$

$=4+2m+\frac{2}{3}m^2-\frac{2}{3}m=4$

$=\frac{2}{3}m^2+\frac{4}{3}m=2$

解得：$m_1=1$，$m_2=-3$（舍）

∴点 P 的坐标为$(1,4)$

（3）解：存在点 P 使得$\angle PAB=\frac{1}{2}\angle ABC$，理由如下：

如图，在 AB 的延长线上截取$BF=BC$，连接CF，过点 B 作$BE\perp x$轴，交CF于点 E，连接AE，

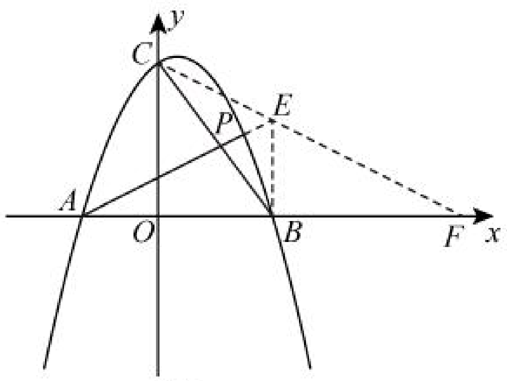


图2

在 Rt△BOC 中，$OB=3$，$OC=4$

∴$BC=BF=5$，

∵$AO=2$，

∴$AB=BF=5$

∵$BE\perp x$轴，

∴$AE=EF$

∴$\angle EAB=\angle EFB=\frac{1}{2}\angle ABC$，

∵$F(8,0)$，$C(0,4)$.

∴直线 CF 的解析式为：$y=-\frac{1}{2}x+4$，

令$x=3$，则$y=\frac{5}{2}$

∴$E\left(3,\frac{5}{2}\right)$

∵$A(-2,0)$

∴直线 AE 的解析式为：$y=\frac{1}{2}x+1$，