第六章　平行四边形

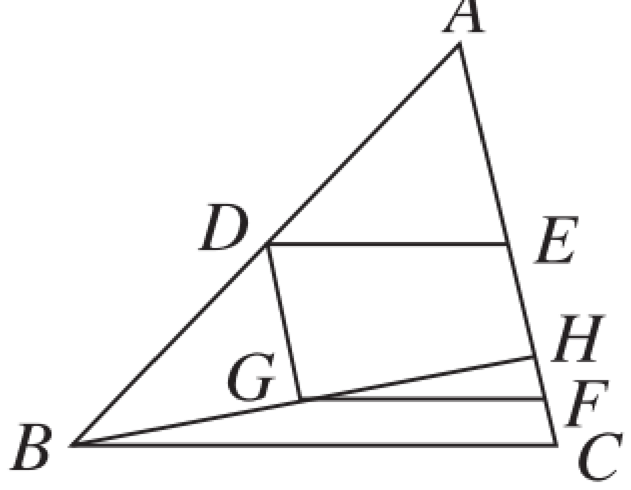
专项突破14　平行四边形性质和判定的常见应用

习题链接

温馨提示：点击 进入讲评

1
2
3
4
5
6
7
8

1. [2023株洲]如图，在△ABC中，点D，E分别为AB，AC的中点，点H在线段CE上，连接BH，点G，F分别为BH，CH的中点．



(1)求证：四边形$DEFG$为平行四边形；

专项突破

证明：∵点 D，E 分别为 AB，AC 的中点，

$\therefore DE \parallel BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$.

∵点 G，F 分别为 BH，CH 的中点，

$\therefore GF \parallel BC$，$GF=\frac{1}{2}BC$，$\therefore GF \parallel DE$，$GF=DE$，

∴四边形 $DEFG$ 为平行四边形．

(2)若$DG\perp BH$，$BD=3$，$EF=2$，求线段BG的长度．

解：$\because$四边形 $DEFG$ 为平行四边形，

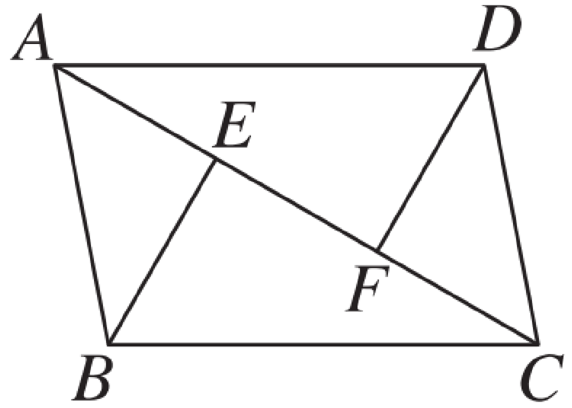
$\therefore DG=EF=2$.

$\because DG\perp BH$，$\therefore \angle DGB=90^\circ$.

$\because BD=3$，$\therefore BG=\sqrt{BD^2-DG^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

2. [2024浙江模拟]如图，在▱$ABCD$中，$BE\perp AC$于点E，$DF\perp AC$于点F.

(1)求证：$AE=CF$；



证明：$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB \parallel CD$，$AB = CD$，$\therefore \angle BAE = \angle DCF$.

$\because BE \perp AC$ 于点 E，$DF \perp AC$ 于点 F，

$\therefore \angle AEB = \angle CFD = 90°$.

在$\triangle ABE$和$\triangle CDF$中，$\begin{cases} \angle AEB = \angle CFD, \\ \angle BAE = \angle DCF, \\ AB = CD, \end{cases}$

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF(\mathrm{AAS})$，$\therefore AE = CF$.

(2)若 $AD=5$，$AB=\sqrt{13}$，$EF=2$，求 AC 的长．

解：$\because AB=\sqrt{13}$，$\therefore CD=\sqrt{13}$.易知$\angle AFD=\angle CFD=90°$.

由(1)知 $AE=CF$，设 $AE=CF=x$.$\because EF=2$，$\therefore AF=2+x$.

在 Rt△ADF 和 Rt△CDF 中，根据勾股定理，

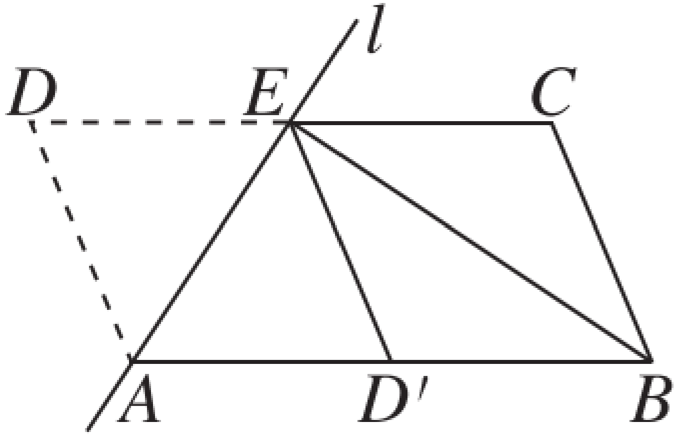
得 $AD^2-AF^2=CD^2-CF^2$，

即 $5^2-(2+x)^2=(\sqrt{13})^2-x^2$，解得 $x=2$，

$\therefore AE=CF=2$，$\therefore AC=AE+EF+CF=2+2+2=6$.

返回

3. 如图，将▱$ABCD$沿过点A的直线l折叠，使点D落到AB边上的点D'处，直线l交CD边于点E，连接BE.若BE平分$\angle ABC$，求证：$AB^2=AE^2+BE^2$.



证明：$\because BE$ 平分$\angle ABC$，$\therefore \angle CBE=\angle EBA$.

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，$\therefore AD\parallel BC$.

$\therefore \angle DAB+\angle ABC=180^{\circ}$.

由折叠的性质可得$\angle DAE=\angle BAE=\dfrac{1}{2}\angle DAB$，

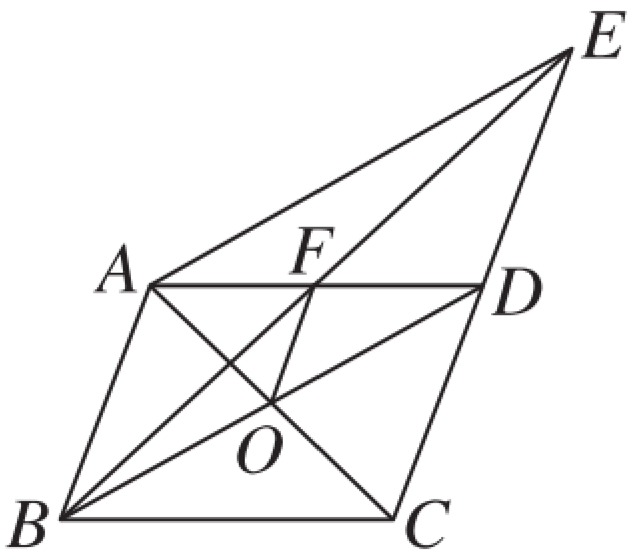
$\therefore \angle BAE+\angle EBA=90^{\circ}$.$\therefore \angle AEB=90^{\circ}$.

$\therefore AB^2=AE^2+BE^2$.

返回

4. [2024济南莱芜区期末]如图，已知▱$ABCD$，AC，BD相交于点O，延长CD到点E，使$DE=CD$，连接AE.

(1)求证：四边形$ABDE$是平行四边形；



证明：∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB \parallel CD$，$AB=CD$.

∵$DE=CD$，

∴$AB=DE$，∴四边形$ABDE$是平行四边形．

(2)连接BE，交AD于点F，连接OF，判断CE与OF的数量关系，并说明理由．

解：CE与OF的数量关系为$CE=4OF$.

理由如下：由(1)得四边形$ABDE$是平行四边形，

$\therefore BF=EF$.

$\because$四边形$ABCD$是平行四边形，$\therefore OB=OD$，

$\therefore OF$是$\triangle BDE$的中位线，$\therefore DE=2OF$.

$\because CD=DE$，$\therefore CE=2DE$，$\therefore CE=4OF$.

返回