

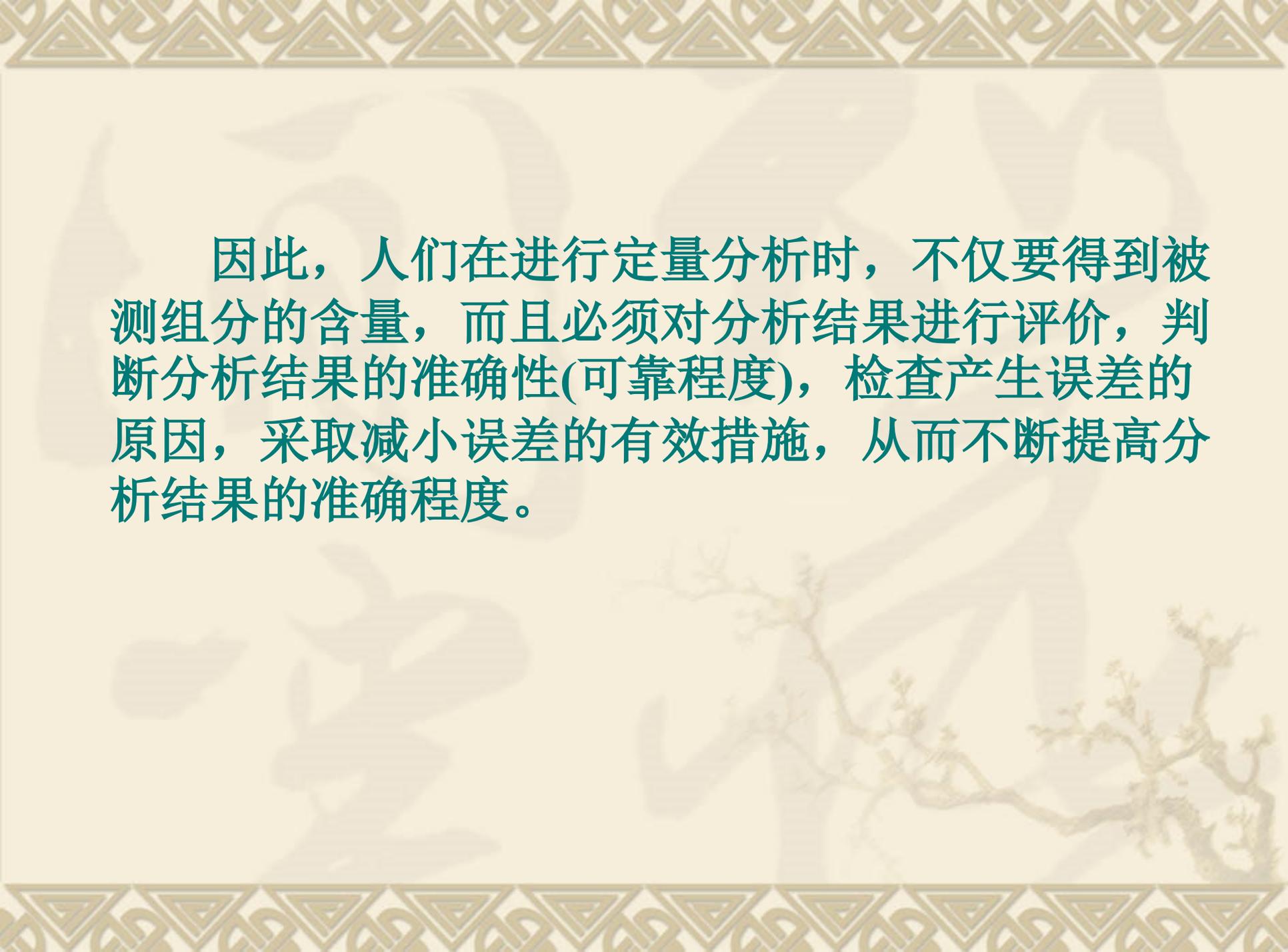
2

# 误差及分析数据的 统计处理



**定量分析(Quantitative Analysis)**的任务是准确测定试样组分的含量，因此必须使分析结果具有一定的准确度。不准确的分析结果可以导致生产上的损失、资源的浪费、科学上的错误结论。

在定量分析中，由于受分析方法、测量仪器、所用试剂和分析工作者主观条件等方面的限制，使测得的结果不可能和真实含量完全一致；即使是技术很熟练的分析工作者，用最完善的分析方法和最精密的仪器，对同一样品进行多次测定，其结果也不会完全一样。这说明客观上存在着难于避免的误差。



因此，人们在进行定量分析时，不仅要得到被测组分的含量，而且必须对分析结果进行评价，判断分析结果的准确性(可靠程度)，检查产生误差的原因，采取减小误差的有效措施，从而不断提高分析结果的准确程度。

# §2.1 定量分析中的误差

## §2.1.1 误差及其产生的原因

❖ **误差是分析结果与真实值之差。**

根据误差的性质和产生的原因可分为三类：

❖ **系统误差**

❖ **偶然误差**

❖ **过失误差**

# 一、系统误差

系统误差也叫可测误差，它是定量分析误差的主要来源，对测定结果的准确度有较大影响。它是由于分析过程中某些确定的、经常的因素造成的，对分析结果的影响比较固定。系统误差的特点是具有“重现性”、“单一性”和“可测性”。

即在同一条件下，重复测定时，它会重复出现；使测定结果系统偏高或系统偏低，其数值大小也有一定的规律；如果能找出产生误差的原因，并设法测出其大小，那么系统误差可以通过校正的方法予以减小或消除。系统误差产生的主要原因是：

## (一)方法误差

这种误差是由于分析方法本身所造成的。例如：在重量分析中，沉淀的溶解损失或吸附某些杂质而产生的误差；在滴定分析中，反应进行不完全，干扰离子的影响，滴定终点和化学计量点的不符合，以及其它副反应的发生等，都会影响测定结果。

## (二)仪器误差

主要是仪器本身不够准确或未经校准所引起的。如天平、法码和量器刻度不够准确等，在使用过程中就会使测定结果产生误差。

## (三)试剂误差

由于试剂不纯或蒸馏水中含有微量杂质所引起。

#### (四)操作误差、主观误差

主要是指在正常操作情况下，由于分析工作者掌握操作规程与正确控制条件稍有出入而引起的。例如，使用了缺乏代表性的试样；试样分解不完全或反应的某些条件控制不当等。

与上述情况不同的是，有些误差是由于分析者的主观因素造成的，称之为“主观误差”例如，在读取滴定剂的体积时，有的人读数偏高，有的人读数偏低；在判断滴定终点颜色时，有的人对某种颜色的变化辨别不够敏锐，偏深或偏浅等所造成的误差。

## 二、偶然误差

偶然误差也叫不可测误差，产生的原因与系统误差不同，它是由于某些偶然的因素(如测定时环境的温度、湿度和气压的微小波动，仪器性能的微小变化等)所引起的，其影响有时大，有时小，有时正，有时负。偶然误差难以察觉，也难以控制。但是消除系统误差后，在同样条件下进行多次测定，则可发现偶然误差的分布完全服从一般的统计规律：

- (一)大小相等的正、负误差出现的几率相等；
- (二)小误差出现的机会多，大误差出现的机会少，特别大的正、负误差出现的几率非常小、故偶然误差出现的几率与其大小有关。

✚ 随机事件以统计形式表现的规律性称为统计规律

### 三、过失误差

- 由于操作人员粗心大意、过度疲劳、精神不集中等引起的。其表现是出现离群值，极端值。
- 综上所述
- **系统误差** — 可校正
- **偶然误差** — 可控制
- **过失误差** — 可避免

## §2.1.2 误差与准确度

**准确度 (accuracy):** 测定值与真实值符合的程度；反映测定的正确性，其高低用误差的大小表示。误差愈小，表示分析结果的准确度愈高，反之，误差愈大，准确度就越低。所以，**误差的大小是衡量准确度高低的尺度**。其表示方法如下：

$$E = x_i - \mu \quad (2-1)$$

$$E_r = \frac{E}{\mu} \times 100 \% \quad (2-2)$$

相对误差表示误差在测定结果中所占的百分率。分析结果的准确度常用相对误差表示。

如：对于1.0000g和0.0100g，绝对误差相同( $\pm 0.0001\text{g}$ )，但产生的相对误差却不同。

- 绝对误差和相对误差都有正负之分。

## §2.1.3 偏差与精密度

精密度是指在相同条件下多次测定结果相互吻合的程度，表现了测定结果的重现性。精密度的高低用“偏差”来表示。偏差越小说明分析结果的精密度越高。所以偏差的大小是衡量精密度高低的尺度。偏差也分为绝对偏差和相对偏差。

## 一、绝对偏差、平均偏差和相对平均偏差

$$\text{相对平均偏差}\% = \frac{\overline{d}}{\bar{x}} (i = 1, 2 \dots) \quad (2-35)$$

使用平均偏差表示精密度的方法比较简单，但这个表示方法有不足之处，因为在一系列的测定中，小偏差的测定总是占多数，而大偏差的测定总是占少数，按总的测定次数去求平均偏差所得的结果偏小，大偏差得不到充分的反映。所以，用平均偏差表示精密度的方法在数理统计上一般是不采用的。

**例1:** 测定钢样中铬的百分含量，得如下结果：1.11, 1.16, 1.12, 1.15和1.12。计算此结果的平均偏差及相对平均偏差。

❖ 解：
$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = 1.13 (\%)$$

$$\bar{d} = \frac{\sum |d_i|}{n} = \frac{0.09}{5} = 0.02 (\%)$$

$$\text{相对平均偏差}\% = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \times 100 = \frac{0.02}{1.13} \times 100\% = 1.8\%$$



解:

$$\bar{d}_1 = \frac{\sum |d_i|}{n} = \frac{2.4}{10} = 0.24$$

$$\bar{d}_2 = \frac{\sum |d_i|}{n} = \frac{2.4}{10} = 0.24$$

- ❖ 两批数据平均偏差相同, 但第二批数据明显比第一批数据分散。
- ❖ 第一批 较大偏差  $-0.4 \sim +0.4$
- ❖ 第二批 较大偏差  $-0.7 \sim +0.5$

## 二、标准偏差和相对标准偏差

近年来，在分析化学的教学中，愈来愈广泛地采用数理统计方法来处理各种测定数据。在数理统计中，我们常把所研究对象的全体称为**总体**（或母体）；自总体中随机抽出的一部分样品称为**样本**（或子样）；样本中所含测量值的数目称为**样本大小**（或容量）。例如，我们对某一批煤中硫的含量进行分析，首先是按照有关部门的规定进行取样、粉碎、缩分，最后制备成一定数量的分析试样，这就是供分析用的总体。如果我们从中称取10份煤样进行平行测定，得到10个测定值，则这一组测定结果就是该试样总体的一个随机样本，样本容量为10。

若样本容量为 $n$ ，平行测定次数分别为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，则其样本平均值为：

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i \quad (2-6)$$

当测定次数无限增多，既 $n \rightarrow \infty$ 时，样本平均值即为总体平均值 $\mu$ ：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \mu$$

若没有系统误差，且测定次数无限多（或实用上 $n > 30$ 次）时，则总体平均值 $\mu$ 就是真实值。此时，用 $\sigma$ 代表总体标准偏差，其数学表示式为：

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}} \quad (2-7)$$

计算总体标准偏差时，对单次测定的偏差平方作用：

(1) 避免单次测定偏差相加时**正负抵消**

(2) **大偏差会得到放大**，能更显著的反映出来，能更好地说明数据的分散程度。

但是，在分析化学中测定次数一般不多( $n < 20$ )，而总体平均值又不知道，故只好用样本的标准偏差 $S$ 来衡量该组数据的分散程度。样本标准偏差的数学表达式为：

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2-8)$$

式中：(n-1) 称为自由度，以 f 表示。它是指在 n 次测量中，只有 n-1 个可变的偏差。自由度也可以理解为：数据中可供对比的数目。例如，两次测定 a 值和 b 值，只有 a 与 b 之间的一种比较，三次测定可有两种比较（即其中任何两个数据之间及其平均值与第三个数据之间比较），n 次测定 n-1 个可供对比的数目。这里引入 (n-1) 的目的，主要是为了校正以  $\bar{x}$  代替  $\mu$  所引起的误差。很明显，当测定次数非常多时，测定次数 n 与自由度 (n-1) 的区别就变得很小， $\bar{x} \rightarrow \mu$ 。即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \approx \frac{\sum (x_i - \mu)^2}{n}$$

此时， $S \rightarrow \sigma$ 。

- 计算S的等效公式

$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2}{n-1}}$$

- $\sigma$  和 S公式的不同点:

- $\sigma \text{ — } S$

- $\mu \text{ — } \bar{x}$       当  $n \rightarrow \infty$   $n-1 \rightarrow n$

- $n \text{ — } n-1$

另外，在许多情况下也使用相对标准偏差（亦称变异系数）来说明数据的精密度，他代表测定标准偏差（S）对测定平均值（ $\bar{x}$ ）的相对值，用百分率表示：

$$\text{变异系数 (\%)} = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\% \quad (2-9)$$

### 三、平均值的标准偏差

如果从同一总体中随机抽出容量相同的数个样本，由此可以得到一系列样本的平均值。实践证明，这些样本平均值也并非完全一致，它们的精密度可以用平均值的标准偏差来衡量。显然，与上述任一样本的各单次测定值相比，这些平均值之间的波动性更小，即平均值的精密度较单次测定值的更高。

因此，在实际工作中，常用样本的平均值  $\bar{x}$  对总体平均值  $\mu$  进行估计。统计学证明，平均值的标准偏差  $\sigma_{\bar{x}}$  与单次测定值的标准偏差  $\sigma$  之间有下列关系。

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (n \rightarrow \infty) \quad (2-11)$$

对于有限次的测定, 则有:

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (2-12)$$

式中  $s_x$  称样本平均值的标准偏差。由以上两式可以看出，平均值的标准偏差与测定次数的平方根成反比。因此增加测定次数可以减小随机误差的影响，提高测定的精密度。

除了偏差之外，还可以用极差R来表示样本平行测定值的精密度。极差又称全距，是测定数据中的最大值与最小值之差，其值愈大表明测定值愈分散。由于没有充分利用所有的数据，故其精确性较差。偏差和极差的数值都在一定程度上反映了测定中随机误差影响的大小。

❖ 如用标准偏差比较例2中的两批数据的精密度，则：

$$S_1 = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.3^2 + 0.2^2 + L + 0.3^2}{10-1}} = 0.28$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0.1^2 + 0.7^2 + L + 0.1^2}{10-1}} = 0.33$$

- $S_1 < S_2$ ，可见第一批数据的精密度比第二批好。
- 用标准偏差表示精密度的优点： $S$ 比 $\bar{d}$ 更灵敏地反映出较大偏差的存在，能更确切地评价出一组数据的精密度。

### 例3：

- ❖ 重铬酸钾法测得中铁的百分含量为：20.03%，20.04%，20.02%，20.05%和20.06%。计算分析结果的平均值，标准偏差和相对标准偏差。

解：  $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{20.03 + 20.04 + L + 20.06}{5} = 20.04(\%)$

❖ 标准偏差

$$S = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2}{n-1}}$$

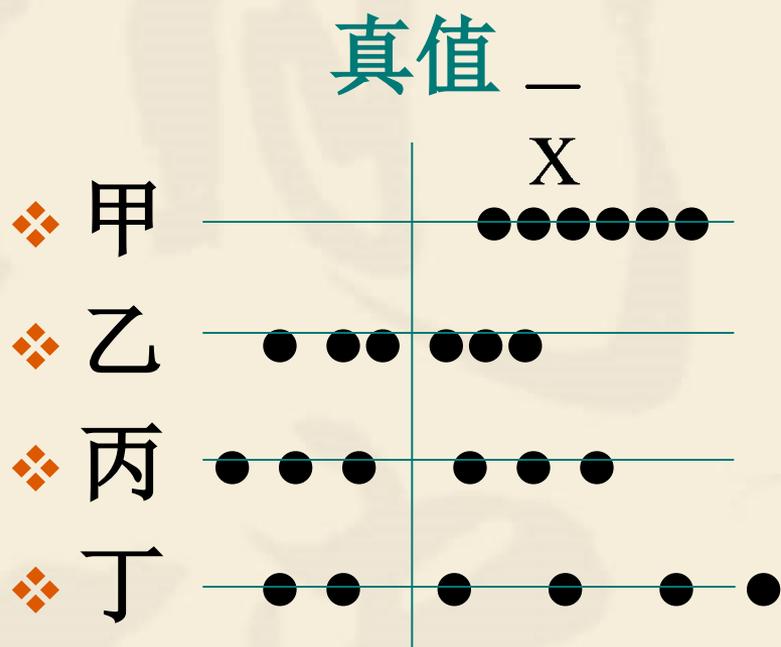
$$S = \sqrt{\frac{2008.009 - 2008.008}{5-1}} = 0.016(\%)$$

$$CV\% = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\% = \frac{0.016}{20.04} \times 100\% = 0.080\%$$

## 😊 准确度和精密度的关系

- ❖ **准确度(accuracy)**: 测量值与真实值相接近的程度。用误差来评估。
- ❖ **精密度(precision)**: 各个测量值之间相互接近的程度。用偏差来评估。
- ❖ **实际工作中并不知道真实值，又不刻意区分误差和偏差，习惯把偏差称做误差。但实际含义是不同的。**
- ❖ **系统误差是分析误差的主要来源，影响结果的准确度**
- ❖ **偶然误差影响结果的准确度和精密度**

例如，甲、乙、丙、丁四人同时测定铜合中Cu的百分含量，各分析6次。设真值=10.00%，结果如下：



•精密度好，准确  
度不好，系统  
误差大

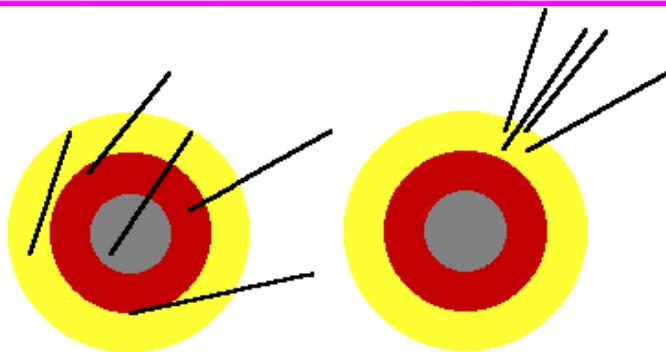
•准确度、精密度都好，  
系统误差、偶然误差小

•精密度较差，接近  
真值是因为正负误差  
彼此抵销

•精密度、准确度差。系统  
误差、偶然误差大

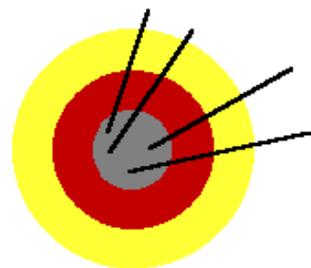
- 分析结果准确度高，要求精密度一定要高。
- 分析结果精密度高，准确度不一定高。

# 准确度与精密度的关系



**good accuracy  
poor precision**

**poor accuracy  
good precision**



**good accuracy  
good precision**

## §2.1.4 随机误差的正态分布

### 一、频率分布

在相同条件下对某样品中镍的质量分数（%）进行重复测定，得到90个测定值如下：

---

1.60	1.67	1.67	1.64	1.58	1.64	1.67	1.62	1.57	1.60
1.59	1.64	1.74	1.65	1.64	1.61	1.65	1.69	1.64	1.63
1.65	1.70	1.63	1.62	1.70	1.65	1.68	1.66	1.69	1.70
1.70	1.63	1.67	1.70	1.70	1.63	1.57	1.59	1.62	1.60
1.53	1.56	1.58	1.60	1.58	1.59	1.61	1.62	1.55	1.52
1.49	1.56	1.57	1.61	1.61	1.61	1.50	1.53	1.53	1.59
1.66	1.63	1.54	1.66	1.64	1.64	1.64	1.62	1.62	1.65
1.60	1.63	1.62	1.61	1.65	1.61	1.64	1.63	1.54	1.61
1.60	1.64	1.65	1.59	1.58	1.59	1.60	1.67	1.68	1.69

---

首先视样本容量的大小将所有数据分成若干组：容量大时分为10-20组，容量小时（ $n < 50$ ）分为5-7组，本例分为9组。

再将全部数据由小至大排列成序，找出其中最大值和最小值，算出极差R。由极差除以组数算出组距。本例中的 $R = 1.74\% - 1.49\% = 0.25\%$ ，组距= $R/9 = 0.25\%/9 = 0.03\%$ 。每组内两个数据相差0.03%即：1.48-1.51, 1.51-1.54等等。为了使每一个数据只能进入某一组内，将组界值较测定值多取一位。即：1.485-1.515, 1.515-1.545, 1.545-1.575等等。

统计测定值落在每组内的个数（称为频数），再计算出数据出现在各组内的频率（即相对频数）。

分组 (%)	频数	频率
1.485-1.515	2	0.022
1.515-1.545	6	0.067
1.545-1.575	6	0.067
1.575-1.605	17	0.189
1.605-1.635	22	0.244
1.635-1.665	20	0.222
1.665-1.695	10	0.111
1.695-1.725	6	0.067
1.725-1.755	1	0.011
$\Sigma$	90	1.00

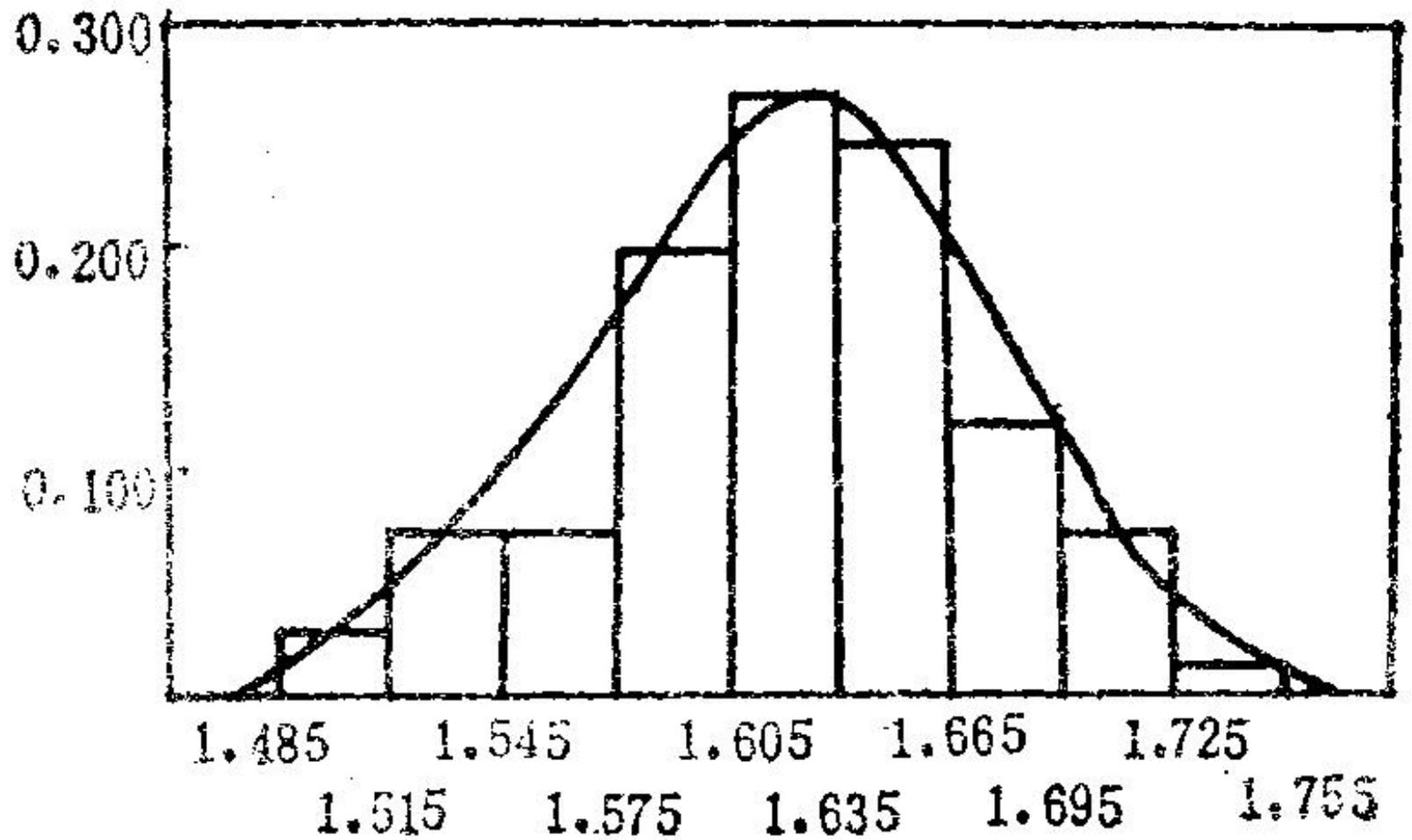


图2-1 频率分布的直方图

由表中的数据 and 图2-1可以看出，测定数据的分布并非杂乱无章，而是呈现出某些规律性。在全部数据中，平均值1.62%所在的组（第五组）具有最大的频率值，处于它两侧的数据组，其频率值仅次之。统计结果表明：测定值出现在平均值附近的频率相当高，具有明显的集中趋势；而与平均值相差越大的数据出现的频率越小。

## 二、正态分布

正态分布，又称高斯分布，它的数学表达式即正态分布函数式为：

$$y = f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2-13)$$

式中 $y$ 表明测定次数趋于无限时，测定值 $x_i$ 出现的概率密度。若以 $x$ 值表示横坐标， $y$ 值表示纵坐标，就得到测定值的正态分布曲线。曲线的最高点，它对应的横坐标值 $\mu$ 即为总体平均值，这就说明了在等精密度的许多测定值中，平均值是出现概率最大的值。

式（2-13）中的 $\sigma$ 为总体标准偏差，是曲线两侧的拐点之一到直线 $x=\mu$ 的距离，它表征了测定值的分散程度。标准偏差较小的曲线陡峭，表明测定值位于 $\mu$ 附近的概率较大，即测定的精密度高。与此相反，具有较大标准偏差较大的曲线平坦，表明测定值位于 $\mu$ 附近的概率较小，即测定的精密度低。

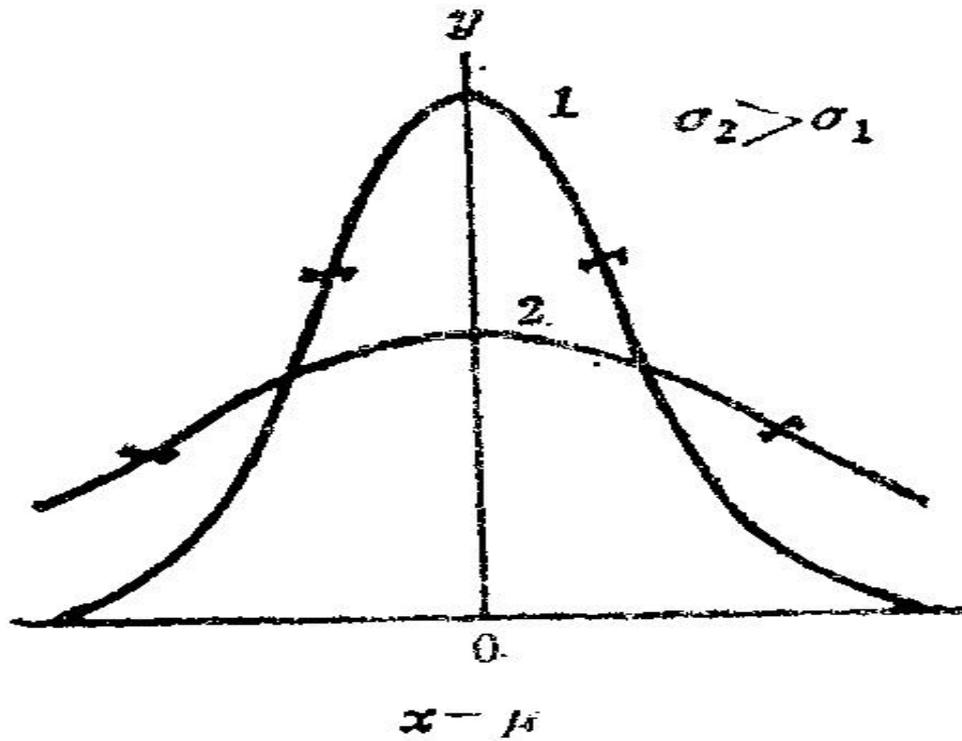


图2-2 正态分布曲线  
( $\mu$ 相同,  $\sigma_2 > \sigma_1$ )

综上所述，一旦 $\mu$ 和 $\sigma$ 确定后，正态分布曲线的位置和形状也就确定，因此 $\mu$ 和 $\sigma$ 是正态分布的两个基本参数，这种正态分布用 $N(\mu, \sigma^2)$ 表示。

正态分布曲线关于直线 $x=\mu$ 呈钟形对称，且具有以下特点：

**1.对称性：**绝对值大小相等的正负误差出现的概率相等，因此它们常可能部分或完全相互抵消。

**2.单峰性：**峰形曲线最高点对应的横坐标 $x-\mu$ 值等于0，表明随机误差为0的测定值出现的概率密度最大。

**3.有界性：**一般认为，误差大于 $|\pm 3\sigma|$ 的测定值并非是由随机误差所引起的。也就是说，随机误差的分布具有有限的范围，其值大小是有界的。

**4.抵偿性：**误差的算术平均值的极限为零

### 三、标准正态分布

由于 $\mu$ 和 $\sigma$ 不同时就有不同的正态分布，曲线的形状也随之而变化。为了使用方便，将正态分布曲线的横坐标改用 $u$ 来表示（以 $\sigma$ 为单位表示随机误差），并定义

$$u = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2-14)$$

代入（2-13）中得：

$$y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

由于

$$dx = \sigma du$$

故 
$$f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \Phi(u)du$$

$u$ 称为标准正态变量。此时式（2-13）就转化成只有变量 $u$ 的函数表达式：

$$y = \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (2-15)$$

经过上述变换，总体平均值为 $\mu$ 的任一正态分布均可化为 $\mu=0$ ， $\sigma^2=1$ 的标准正态分布，以 $N(0, 1)$ 表示。标准正态分布曲线如图2-5所示，曲线的形状与 $\mu$ 和 $\sigma$ 的大小无关。

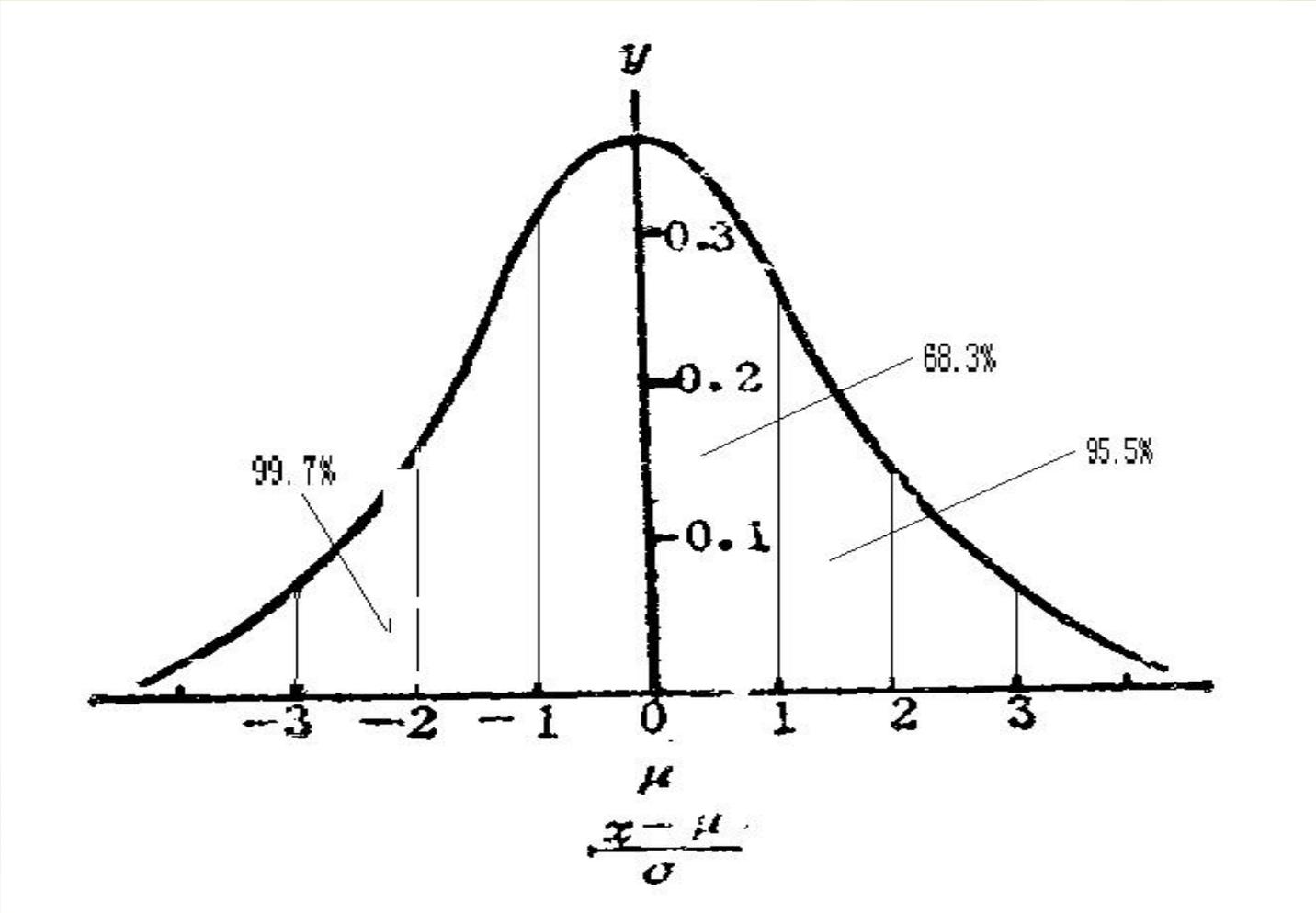


图2-5 标准正态分布曲线

t分布法: t值的定义:

$$t = \frac{x - \mu}{S}$$

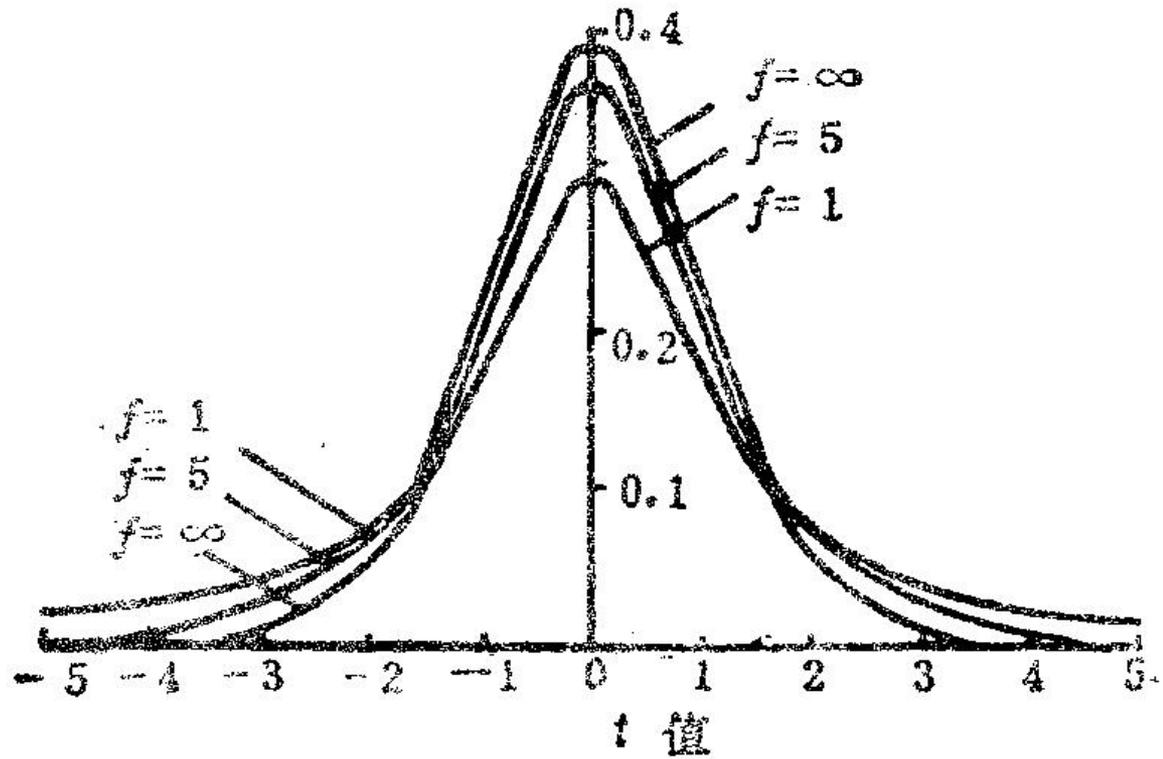


图 5-8 不同  $f$  的  $t$  分布曲线

图2-6 t分布曲线

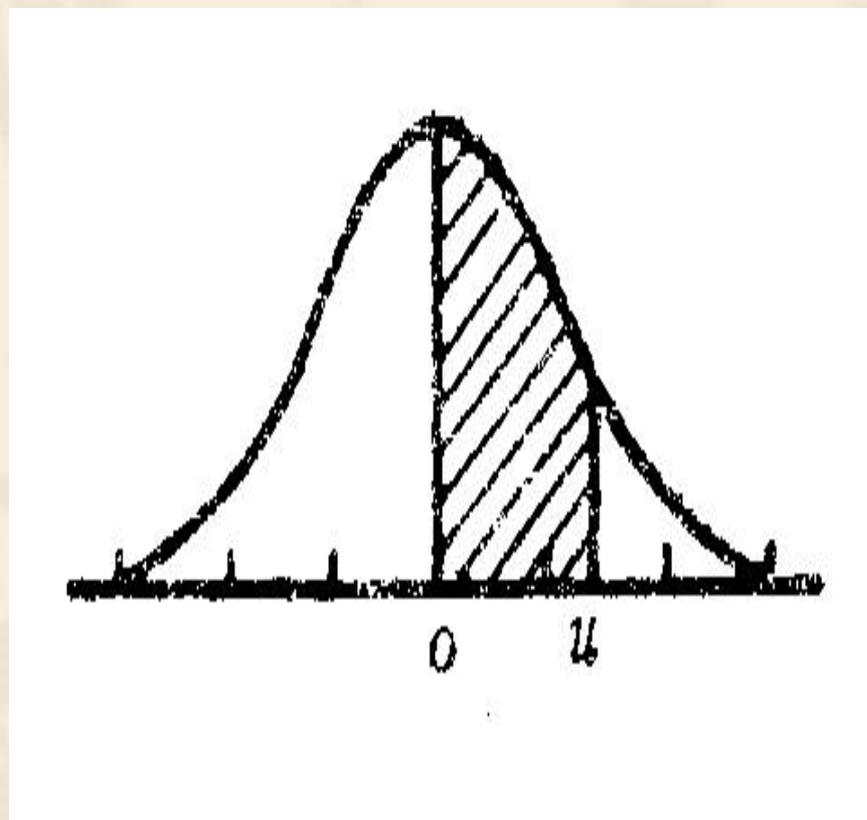
## 四、随机误差的区间概率

正态分布曲线与横坐标之间所夹的总面积，就等于概率密度函数从 $-\infty$ 至 $+\infty$ 的积分值。它表示来自同一总体的全部测定值或随机误差在上述区间出现概率的总和为100%，即为1。

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(u) du = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 1 \quad (2-16)$$

欲求测定值或随机误差在某区间出现的概率P，可取不同的u值对式(2-16)积分求面积而得到。例如随机误差在 $\pm\sigma$ 区间( $u=\pm 1$ )，即测定值在 $\mu\pm\sigma$ 区间出现的概率是：

概率=面积=
$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u e^{-\frac{u^2}{2}} du$$



$$P(-1 \leq u \leq 1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-1}^{+1} e^{-\frac{u^2}{2}} du = 0.683$$

按此法求出不同u值时的积分面积，制成相应的概率积分表可供直接查用。

表2-1中列出的面积对应于图中的阴影部分。若区间为±|u|值,则应将所查得的值乘以2。例如:

随机误差出现的区间	测定值出现的区间	概率
$u=\pm 1$	$x=\mu\pm\sigma$	$0.3413\times 2=0.6826$
$u=\pm 2$	$x=\mu\pm 2\sigma$	$0.4773\times 2=0.9546$
$u=\pm 3$	$x=\mu\pm 3\sigma$	$0.4987\times 2=0.9974$

以上概率值表明，对于测定值总体而言，随机误差在 $\pm 2\sigma$ 范围以外的测定值出现的概率小于0.045，即20次测定中只有1次机会。随机误差超出 $\pm 3\sigma$ 的测定值出现的概率更小。平均1000次测定中只有3次机会。通常测定仅有几次，不可能出现具有这样大误差的测定值。如果一旦发现，从统计学的观点就有理由认为它不是由随机误差所引起，而应当将其舍去，以保证分析结果准确可靠。

## 表2-1 正态分布概率积分表

<b> u </b>	<b>面积</b>	<b> u </b>	<b>面积</b>	<b> u </b>	<b>面积</b>
<b>0.0</b>	<b>0.0000</b>	<b>1.1</b>	<b>0.3643</b>	<b>2.2</b>	<b>0.4821</b>
<b>0.1</b>	<b>0.0398</b>	<b>1.2</b>	<b>0.3849</b>	<b>2.2</b>	<b>0.4861</b>
<b>0.2</b>	<b>0.0793</b>	<b>1.3</b>	<b>0.4032</b>	<b>2.3</b>	<b>0.4893</b>
<b>0.3</b>	<b>0.1179</b>	<b>1.4</b>	<b>0.4192</b>	<b>2.4</b>	<b>0.4918</b>
<b>0.4</b>	<b>0.1554</b>	<b>1.5</b>	<b>0.4332</b>	<b>2.5</b>	<b>0.4938</b>
<b>0.5</b>	<b>0.1915</b>	<b>1.6</b>	<b>0.4452</b>	<b>2.58</b>	<b>0.4951</b>
<b>0.6</b>	<b>0.2258</b>	<b>1.7</b>	<b>0.4554</b>	<b>2.6</b>	<b>0.4953</b>
<b>0.7</b>	<b>0.2580</b>	<b>1.8</b>	<b>0.4641</b>	<b>2.7</b>	<b>0.4965</b>
<b>0.8</b>	<b>0.2881</b>	<b>1.9</b>	<b>0.4713</b>	<b>2.8</b>	<b>0.4974</b>
<b>0.9</b>	<b>0.3159</b>	<b>1.96</b>	<b>0.4950</b>	<b>3.0</b>	<b>0.4987</b>
<b>1.0</b>	<b>0.3413</b>	<b>2.0</b>	<b>0.4773</b>	$\infty$	<b>0.5000</b>

概率积分面积表的另一用途是由概率确定误差界限。例如要保证测定值出现的概率为0.95，那么随机误差界限应为 $\pm 1.96\sigma$ 。

例1 经过无数次测定并在消除了系统误差的情况下，测得某钢样中磷的质量分数为0.099%。已知 $\sigma=0.002\%$ ，问测定值落在区间0.095%-0.103%的概率是多少？

解：根据得 
$$u = \frac{|x - \mu|}{\sigma}$$

$$u_1 = \frac{0.103 - 0.099}{0.002} = 2 \quad u_2 = \frac{0.095 - 0.099}{0.002} = -2$$

$|u|=2$ ，由表3-1查得相应的概率为0.4773，则  
 $P(0.095\% \leq x \leq 0.103\%) = 0.4773 \times 2 = 0.955$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/545102040232012010>