

## 三.十九世纪的数学

- 十八世纪的分析与应用;
- 普遍的悲观情绪;
- 产生悲观情绪的原因;
- 新的变革:

高于四次的代数方程的根式求解问题;

欧几里德几何中平行公理的证明问题;

牛顿, 莱布尼兹微积分算法的逻辑基础问题.

# (一).十九世纪早期的数学,几何学和代数学的解放

## 1. 数学王子高斯

**C.F.Gauss**

**1777.4.30-1855.2.23**

**Germany**

**全部数学**



- **生平简介:**
  - **数学天才;**
  - **普通工人家庭;**
  - **幼年故事;**
  - **圣·凯瑟琳小学;**
  - **预科学校;**
  - **齐默尔曼和费迪南德公爵的帮助;**
  - **卡洛林学院;**
- 算术—几何平均数 (1791年);**
- 最小二乘法 (1794年);**

几何基础问题，即平行分设在欧几里德几何学中的地位（1792年）；

由归纳发现数论中关于二次剩余的基本定理——二次互反定律（1795年）；

研究素数分布，猜想出素数定理（1792年）。

- 哥廷根Göttingne大学；
- 作为数学家还是作为语言学家？
- 学术生涯转折点：1796, 正十七边形作图法；
- 著名的“数学日记”：1796年-1814年

$$\text{EYPHKA! } \text{num} = \triangle + \triangle + \triangle$$

- **重要著作：**

- 《算术研究》，《一般曲面论》1827年.

- **名言：**“数学是科学之王，而数论是数学之王”

- **高斯曾被形容为：**“能从九霄云外的高度按照某种观点掌握星空和深奥数学的天才。”

- **写作风格：** as well as good

- **他主张：**一个大教堂在没有摆脱脚手架之前不是一个大教堂.

- **完全，简明，优美，令人信服，严密的逻辑推理**

- **格言：**“宁肯少些，但要好些！”

- **复平面**



# 主要数学成就

(1). 代表作《算术研究》，共七章

- 同余的概念及其性质（包括除的算法）；
- 证明了整数的素数分解定理；
- 引入了同余的符号 $a \equiv b \pmod{c}$ ；
- 研究了素剩余的乘法性质；
- 研究了给定数的幂模（奇）素数剩余；
- 导出了素数根的概念；  $(n-1)! \equiv -1 \pmod{n}$
- 定义了一个数的指标及相关的运算；
- 导出了数论中著名的Wilson定理；
- 证明了“二次互反定律” — 数论中的“酵母”  
；  $f(x, y) = ax^2 + 2bxy + cy^2$

## (2). 1796年宣布完成正十七边形作图法

- 一个正多边形,其边数为奇数时,可用尺规作图的充分条件是 $p$ 为形如

$$2^{2^v} + 1$$

的素数或此形式素数之积( $v$ 为任意非负整数).

## (3). 关于素数个数的结论

$$\pi(x) \sim \int_2^x \frac{dn}{\log n}$$

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\ln x}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi(x)}{\frac{x}{\ln x}} = 1$$



(4). 双纽线函数  $\rho^2 = a^2 \cos \theta$  的周期  $2\varpi$ ,  $2i\varpi$

(5). 1811年, Gauss和 
$$W = \sum_{v=0}^{n-1} e^{\frac{2\pi i}{n} v^2}$$

(6). Gauss函数  $y = [x], x = [x] + \{x\}$

(7). 分析严密化的先驱之一

(8). 非欧几何的先驱之一

- 1824年Gauss说：“由三角形内角和小于的假设可以导出一种奇异的几何学, 它跟Euclid几何大相径庭, 但其本身却是相容的。”

(9). 天文学、测地学、物理学

# 家庭生活

- **第一次婚姻:1805-1809**
- **第二次婚姻:1810**
- **三个孩子: 欧根纳、威廉和女儿特雷泽**
- **家庭生活的麻烦;**
- **关于高斯的总结:**
- **极力避免感情用事;**
- **晚年的高斯是一位科学奇人.**



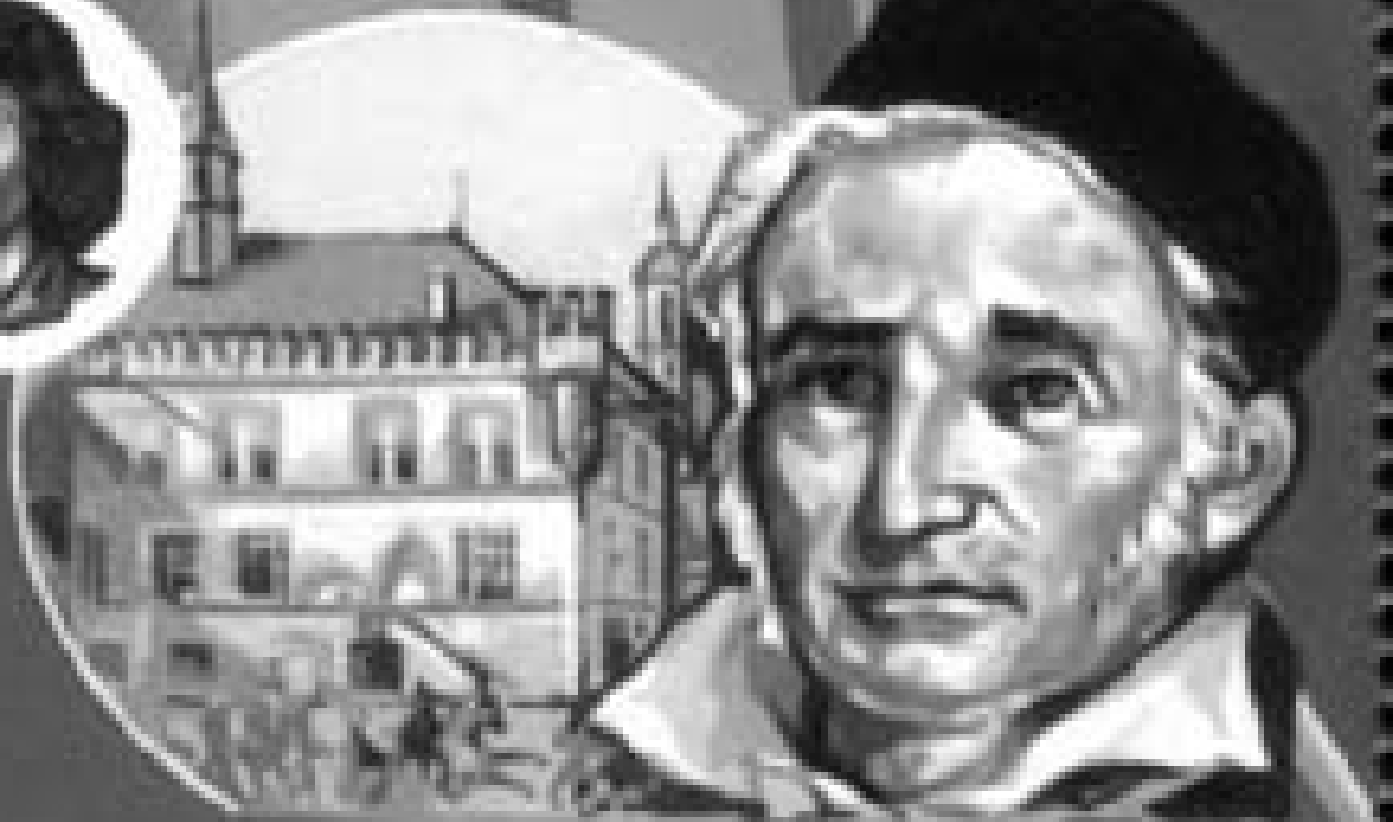
哥廷根大學內的高斯與韋伯雕像



NICARAGUA

CORREOS 1994

©1.50



Gottinga

Karl Friedrich Gauss (1777-1855)

## 2. 傅立叶和泊松

**(1).J.B.J.Fourier**

**1768.3.21-1830.5.16**

**France**

**分析学  
物理学**



- A. 数学明星;
- B. 从孤儿到数学讲师;
- C. 入狱;
- D. 官场沉浮;
- E. 支持和鼓励年青数学家:  
Dirichlet, Abel
- F. Galois群论论文的丢失;
- G. 主要成就:

①. 热传导方程:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = k \frac{\partial v}{\partial t}$$

## ②. 三角级数——Fourier级数

- 1807, 傅立叶宣称: 定义于  $(-\pi, \pi)$  上的任何函数均可用三角级数来表示.

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) dt + \frac{1}{\pi} [\cos rx \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos rtdt + \sin rx \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin rtdt]$$

## ③. Fourier 积分

$$\pi f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt \int_0^{+\infty} \cos q(x-t) dq$$

## ④. 关于级数收敛问题的精确结论



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/545312312120012011>